



UNIVERSIDAD DE CIENCIAS Y ARTES DE CHIAPAS

**INSTITUTO DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN EN
ENERGÍAS RENOVABLES**

TESIS

**“METODOLOGÍA DE DISEÑO
MECÁNICO DE TORRES PARA
AEROGENERADORES DE BAJA
POTENCIA”**

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

**DOCTOR EN MATERIALES Y
SISTEMAS ENERGÉTICOS
RENOVABLES**

PRESENTA

EDWIN NEPTALÍ HERNÁNDEZ ESTRADA



UNIVERSIDAD DE CIENCIAS Y ARTES DE CHIAPAS

SECRETARÍA ACADÉMICA

DIRECCIÓN DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

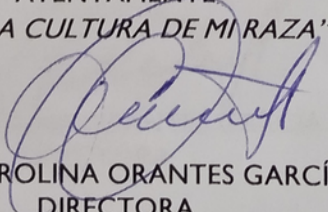
Tuxtla Gutiérrez, Chiapas a 08 de noviembre de 2022
Oficio No. SA/DIP/816/2022
Asunto: Autorización de Impresión de Tesis

C. Edwin Neptalí Hernández Estrada
CVU CONACyT 713599
Candidato al Grado de Doctor en Materiales y Sistemas Energéticos Renovables
Instituto de Investigación e Innovación en Energías Renovables
UNICACH
Presente

Con fundamento en la opinión favorable emitida por escrito por la Comisión Revisora que analizó el trabajo terminal presentado por usted, denominado **Metodología de diseño mecánico de torres para aerogeneradores de baja potencia** cuyos Directores de tesis son el Dr. Orlando Lastres Danguillecourt (CVU 252788) y Dr. José Billerman Robles Ocampo (CVU 166936) quienes avalan el cumplimiento de los criterios metodológicos y de contenido; esta Dirección a mi cargo autoriza la impresión del documento en cita, para la defensa oral del mismo, en el examen que habrá de sustentar para obtener el Grado de Doctor en Materiales y Sistemas Energéticos Renovables.

Es imprescindible observar las características normativas que debe guardar el documento impreso, así como realizar la entrega en esta Dirección de un ejemplar empastado.

ATENTAMENTE
"POR LA CULTURA DE MI RAZA"


DRA. CAROLINA ORANTES GARCÍA
DIRECTORA



C.c.p. Dr. Pascual López de Paz, Director del Instituto de Investigación e Innovación en Energías Renovables, UNICACH. Para su conocimiento.
Dr. Héber Vilchis Bravo, Coordinador del Posgrado, Instituto de Investigación e Innovación en Energías Renovables, UNICACH. Para su conocimiento
Archivo/minutario.

RJAG/COG/eco/igp/gtr

Agradecimientos

Agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por la beca 730273 proporcionada para la realización de este trabajo, a la Universidad de Ciencias y Artes de Chiapas y a la Universidad Politécnica de Chiapas, por el apoyo y facilidades para la realización de este proyecto. Y al Instituto de Ciencia y Tecnología e Innovación del Estado de Chiapas por la beca de tesis de posgrado 2022.

Gracias al comité tutorial, por el esfuerzo, dedicación y la paciencia a mi persona. Los conocimientos brindados y el trabajo conjunto, ya que me han brindado herramientas valiosas en mi formación personal y profesional.

Agradezco a mi esposa que ha sido pilar en mi formación profesional, motivación a no rendirme y ser una mejor persona; quien me ha dado todo el apoyo, me acompaña en todo momento y me anima a seguir adelante.

Finalmente, gracias a todos mis compañeros, amigos y profesores con los que trabajé estos años en las diferentes universidades.

Contenido

Resumen	1
Capítulo 1 Antecedentes	2
1.1 Introducción	2
1.2 Antecedentes	4
1.3 Planteamiento del problema	7
1.4 Objetivos	7
1.5 Hipótesis	7
Capítulo 2 Marco Teórico	8
2.1 Introducción	8
2.2 Modelos matemáticos	8
2.3 Desarrollo Experimental	10
2.3.1 Vibración libre de álabes	10
2.3.2 Vibración libre de cables	11
2.3.3 Rigidez en los cables de soporte	12
2.3.4 Módulo de elasticidad de los cables de soporte	14
2.3.5 Vibración libre del aerogenerador	15
Capítulo 3 Metodología	17
3.1 Introducción	17
3.2 Solución de los modelos matemáticos	18
3.3 Desarrollo experimental	19
3.3.1 Vibración libre de álabes	20
3.3.2 Vibración libre de cables de soporte	21
3.3.3 Pérdida de tensión en cables de soporte.	22
3.3.4 Obtención del módulo de elasticidad de los cables de soporte	23
3.3.5 Vibración libre del aerogenerador	24
Capítulo 4 Resultados	25
4.1 Introducción	25
4.2 Resultados de los modelos matemáticos	25
4.3 Resultados experimentales	26
4.3.1 Resultados de frecuencias naturales de los álabes.	26
4.3.2 Resultados de vibración libre en los cables de soporte.	27
4.3.3 Resultados de pérdida de tensión en los cables de soporte	28
4.3.4 Resultados de módulo elasticidad en cables	29
4.3.5 Resultados de vibración libre en torre	31
Capítulo 5 Conclusiones	32
Referencias	33

Nomenclatura

θ	Ángulo de elevación del cable	[°]
δ_c	Desplazamiento en la parte media del cable por efecto de la masa	[m]
δ	Desplazamiento axial del cable	[m]
Φ_i	Funciones de forma linealmente independientes	[-]
C	Amortiguamiento	[N-s/m]
C_i	Constantes a determinar	[-]
E_{eff}	Módulo de elasticidad efectivo	[GPa]
H	Componente horizontal de la tensión de un cable	[N]
k_{eq}	Rigidez estática total	[N/m]
k_a	Rigidez estática axial	[N/m]
k_i	Rigidez de pandeo	[N/m]
k_r	Rigidez rotacional	[N/m]
n	Número de modo de vibración lateral de una cuerda	[-]
T	Energía cinética	[J]
T_i	Tensión del cable	[N]
U	Energía potencial	[J]
w	Masa por unidad de longitud de un cable	[kg/m]

Resumen

Este trabajo presenta un análisis teórico y experimental para encontrar las frecuencias naturales de un aerogenerador con torre arriostrada de 1 kW. Debido a sus elementos de diseño, estos pueden ocasionar fenómenos de resonancias cuando sus frecuencias de vibración se acercan entre sí. Además, se requieren de modelos matemáticos precisos para facilitar los cálculos de diseño estructural. Para este estudio se emplea un aerogenerador comercial de tamaño real, montado en una torre abatible y soportado por cuatro cables de acero.

Para comprobar la metodología de estudio, se lleva a cabo mediciones de vibración natural en algunos elementos del aerogenerador como: los álabes y los cables, además del aerogenerador completo; cuyos resultados revelaron que es posible alejar la frecuencia fundamental del cable y sus armónicos, modificando los valores de tensión, ya que es el elemento principal que puede ocasionar resonancias en otros elementos del aerogenerador, esto, debido al rango de frecuencias que puede adoptar dependiendo de la tensión a la que esté fijada.

También se realiza un estudio teórico comparativo y experimental de la rigidez de los cables, ya que su valor depende de diversos factores, como el diámetro, longitud, el material con que se fabrica, el número de hilos que los componen, entre otros. Para el análisis teórico de algunos modelos matemáticos propuestos, se emplea el método numérico Rayleigh-Ritz. Finalmente, los resultados muestran una concordancia razonable entre los valores de las frecuencias naturales calculadas por los modelos matemáticos propuestos y los valores experimentales, obteniendo en la frecuencia fundamental del sistema un error menor de 3.43%.

Capítulo 1

Antecedentes

1.1 Introducción

En el área de generación de energía eólica, existen amplias investigaciones que han enfocado sus recursos en el desarrollo y evaluaciones de aerogeneradores de gran capacidad de generación eléctrica. Los aerogeneradores más estudiados son entre 2 y 5 MW [1], para ello se destina mucho recurso tecnológico y económico, con la finalidad de desarrollar mejores diseños de aerogeneradores cada vez más grandes debido a la demanda energética presente. A pesar de la tendencia en el aumento del tamaño de los aerogeneradores, existe otro mercado importante poco explorado que son los aerogeneradores de baja potencia, que según la norma IEC 61400-2, son aquellos que tienen menos de 200 m² de área de barrido del rotor [2].

Se diseñan tres tipos principales de torres para elevar un rotor de baja potencia a una altura adecuada para su funcionamiento como se observa en la Figura 1.1, estos pueden ser: A) torre tubular arriostrada con cables, B) torre tipo celosía y C) torre tubular cónica; además, se pueden combinar estos diseños.

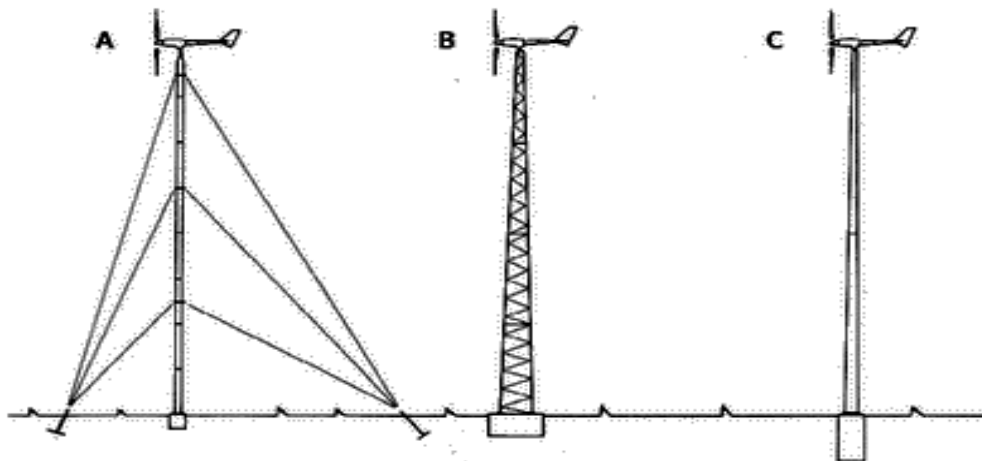


Figura 1.1 Principales tipos de torres usadas en aerogeneradores de baja potencia [3]. A) Arriostrada, B) Celosía, C) Tronco-cónica.

La Tabla 1.1 describe las ventajas y desventajas de cada tipo de torre. Por otro lado, se emplea cada tipo de torre según la disponibilidad del material, el recurso económico, la accesibilidad al lugar de instalación, entre otros[4]. En general, la torre constituye hasta el 30% del costo de todo el sistema [5].

Tabla 1.1 Principales tipos de torres para aerogeneradores de baja potencia [6].

Tipo	Principales ventajas	Principales desventajas
Monopila	<ul style="list-style-type: none"> • Estéticamente agradable • Rígido 	<ul style="list-style-type: none"> • Requiere más acero. • Costo alto en material y transporte
Arriostrada	<ul style="list-style-type: none"> • Económico en el transporte y materiales • Es ensamblado en sitio y fácil de fabricar 	<ul style="list-style-type: none"> • Requiere mucho espacio • Vulnerable a robos
Celosía	<ul style="list-style-type: none"> • Transporte económico • Ensamblado en sitio • Fácil de hacer, ligero y rígido. 	<ul style="list-style-type: none"> • Puede corroerse en las juntas • Menor protección eléctrica en los cables

Para garantizar la seguridad estructural de los aerogeneradores es necesario realizar los cálculos adecuados de diseño estructural, y principalmente determinar las frecuencias de oscilación de cada parte del sistema, puesto que las frecuencias de los álabes, el generador eléctrico, el viento, la caja de velocidades, los cables de soporte y otros componentes, pueden causar resonancias en la torre y como consecuencia severos daños en el aerogenerador. Para prevenir el fenómeno de la resonancia, el soporte del aerogenerador debe ser diseñado de tal forma que la frecuencia de vibración esté alejado de las otras frecuencias del sistema.

Una de las ventajas principales de una torre arriostrada sobre las otras, es que puede ajustarse la frecuencia natural de vibración del cable en función de la tensión; sin embargo, el comportamiento de un cable de acero bajo condiciones ambientales tiende a desajustar la rigidez y la resistencia del mismo; además, la corrosión, agrietamiento de los hilos y el desgaste por la abrasión de partículas de polvo, son algunos de los problemas que enfrentan estos elementos de soporte que están a la intemperie [7].

1.2 Antecedentes

Las torres arriostradas han sido estudiadas y se han propuesto modelos analíticos de comportamiento estructural. Un modelo dinámico estudiado por Park [8] analiza las frecuencias naturales de un aerogenerador de 6 kW con torre arriostrada pendular y otra fija en la base; este trabajo emplea análisis de elemento finito computacional para comprobar resultados, y experimenta con un prototipo a escala 1/10, identificando que el ángulo de elevación de los cables influye en la vibración del sistema variando en ± 2 Hz la frecuencia natural, sin embargo, las correcciones de rigidez del cable, se tomaron de trabajos sobre puentes atirantados, cuyos diámetros son mayores a los empleados en aerogeneradores de baja potencia.



Figura 1.2 Prototipo de aerogenerador para pruebas experimentales.

Mollerstrom [9] emplea un modelo simple para analizar el movimiento de un aerogenerador de eje vertical de 200 kW. El modelo es derivado de la teoría de vigas Euler-Bernoulli, haciendo modificaciones a la ecuación para considerar el uso de cables como elementos adicionales de rigidez. Además, hace correcciones de masa del sistema, no obstante, su modelo proporciona únicamente el primer modo de vibración.



Figura 1.3 Aerogenerador de eje vertical de 200 kW.

Antonioua [10] propone un diseño de soporte para aerogeneradores en alta mar, empleando una pila anclada en el lecho marino y atirantado con cables para mayor rigidez. Analiza los modelos de rigidez en cables y sus efectos en la estructura, para permitir una cimentación menos profunda en comparación con los diseños estándares, además, considera efectos de amortiguamiento del agua sobre los cables; aún cuando, este modelo es muy completo, se necesita desarrollo experimental para corroborar los resultados.

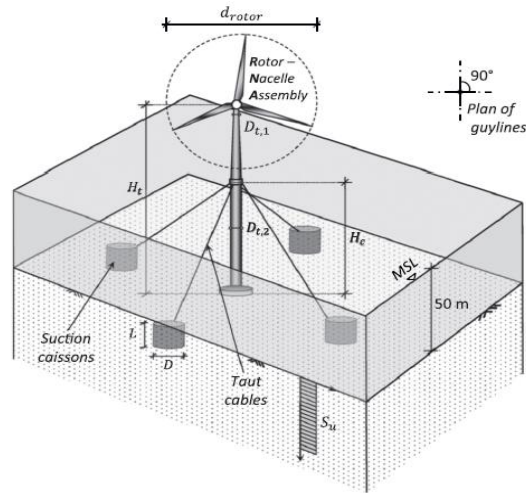


Figura 1.4 Diseño de aerogenerador anclado al lecho marino.

Suzuki [11] emplea un diseño similar a Antonioua, sin embargo, se centra en el estudio experimental de la elasticidad de los cables por cargas de oleaje, empleando un modelo a escala 1/80 y un tanque con generador de olas, pretende aportar conocimiento del comportamiento estructural de un soporte para aerogenerador arriostrado sumergido en el océano.

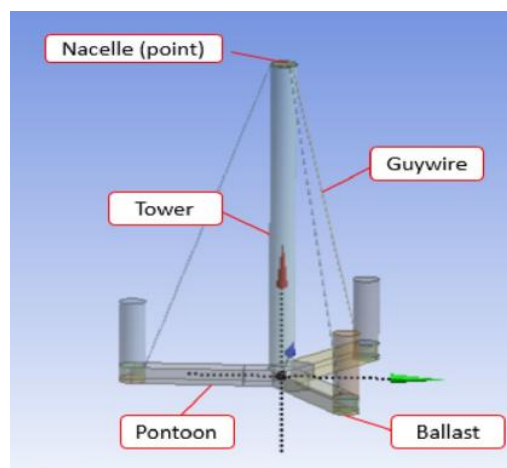


Figura 1.5 Diseño de soporte arriostrado para aerogenerador en alta mar.

Bukala [12] ha concentrado su estudio en desarrollar una metodología de optimización de torres arriostradas para aerogeneradores, haciendo evaluaciones económicas y análisis con elemento finito. Su algoritmo proporciona valores óptimos de altura y diámetros de torres, así como de diámetros de cables; aun así, no se han evaluado sus resultados con estructuras reales.

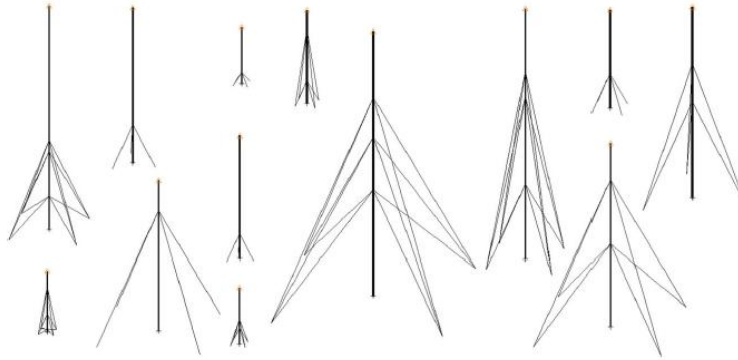


Figura 1.6 Diseños propuestos de torres arriostradas mediante algoritmo computacional.

Por otro lado; los cables, son usados como medio de soporte o como aporte adicional de rigidez a una estructura, son estudiados y empleados ampliamente en puentes atirantados, torres de transmisión eléctrica o sistemas de telecomunicaciones, a pesar de ello, el comportamiento de un aerogenerador trae consigo otras cargas dinámicas a considerar para el análisis estructural de torres arriostradas con cables, como son: el giro del rotor y el movimiento angular del hub; que proporcionan inestabilidad y esfuerzos adicionales. Algunos autores han empleado sus recursos intelectuales para aportar conocimiento sobre la rigidez de los cables de acero. Uno de estos autores fue Ernst [13], cuyo trabajo demuestra una corrección en el uso del módulo de elasticidad de los cables de acero. Este valor es inferior al de una barra rígida debido a que un cable no posee rigidez lateral. Davenport [14] realiza una separación de la rigidez en dos componentes principales, la primera es conocida como la componente horizontal de rigidez axial y la segunda la denomina rigidez de pandeo. Posteriormente, Veletsos [15] menciona un tercer componente que puede afectar a la rigidez total del cable, este se debe a resistencia a la rotación del cable, que denominó rigidez rotacional. Finalmente, Carne [16] y Reuter [17] aplicaron estas ecuaciones para uso en aerogeneradores de baja potencia, proponiendo pequeños ajustes geométricos en las ecuaciones. Además de lo antes mencionado, existen otros factores que afectan la rigidez de un cable, como lo son la temperatura y el fenómeno de creep; cuyos efectos ocasionan desajustes en la rigidez de las torres.

1.3 Planteamiento del problema

Los aerogeneradores de baja potencia están diseñados para satisfacer la demanda energética de pequeños consumidores, como granjas y lugares donde la energía eléctrica convencional no llega, así como lugares donde se requiere reducir costos en la factura eléctrica, por medio de la interconexión a la red. Los precios en el mercado aún son altos, ya que, son elaborados por pequeñas y medianas empresas alrededor del mundo, el poco recurso que se le invierte al desarrollo e investigación de estos aparatos dificulta su evaluación, en términos de seguridad estructural, generación eléctrica, calidad de energía, entre otros factores. Esto lleva a sobredimensionar cada parte del aerogenerador y se encarece, ya que se desconoce los parámetros óptimos de diseño. Aún se sobredimensione las medidas de un aerogenerador, no están exentos del fenómeno de resonancia, ya que este fenómeno depende de muchos factores tanto de diseño como ambientales, como la turbulencia del viento y la rigidez de los materiales de construcción, entre otros.

1.4 Objetivo General

Analizar las frecuencias naturales de un aerogenerador arriostrado con soporte abatible de forma experimental y analítica, proporcionando modelos matemáticos que permitan predecir resonancias en la estructura con errores menores al 5%.

Objetivos Específicos

- Modelar matemáticamente un aerogenerador arriostrado, que proporcionen resultados con errores bajos al compararlos con el experimento.
- Analizar la rigidez de los cables que soportan un aerogenerador arriostrado, comparando modelos matemáticos propuestos con el experimento.
- Desarrollar una medición experimental de las frecuencias naturales de las partes principales de un aerogenerador arriostrado.

1.5 Hipótesis

Los modelos matemáticos de sistemas continuos para aerogeneradores de baja potencia, pueden proporcionar datos de vibración que permitan predecir un fenómeno de resonancia en el aerogenerador. Y mediante el estudio de las frecuencias naturales de cada parte del aerogenerador arriostrado de 1000W, poder comparar los resultados obteniendo correlaciones menores al 5%.

Capítulo 2

Marco Teórico

2.1 Introducción

En este capítulo se plantean conceptos matemáticos que pretenden dar conocimiento sobre el análisis de sistemas dinámicos, en especial sobre la obtención de los modos de vibración mediante un método numérico denominado Rayleigh Ritz. Además se presentan las partes del aerogenerador y su modelado como sistema continuo.

2.2 Modelos matemáticos

Para este análisis, el rotor y la góndola son modelados como una masa equivalente en la parte superior de la torre, como se muestra en la Figura 2.1. Esta simplificación es posible solamente en aerogeneradores pequeños, en los que el tamaño de las aspas es inferior a la longitud de la torre [8]. Se emplea el método de Rayleigh-Ritz ya que es un método numérico que permite obtener modos de vibración superiores [22]. Este método describe las combinaciones lineales de funciones de forma asumidas $\phi_i(y)$ y al combinarlas se obtiene la forma de modo, como se ve en la Ec. (1).

$$x(y) = \sum_{i=1}^n C_i \phi_i(y) \quad (1)$$

donde, ϕ_i son funciones de forma linealmente independientes que satisfacen las condiciones de frontera de la torre, y C_i son las constantes a determinar. La primera función que describe la deflexión de la torre es definida en dos tramos, ya que es la forma que adopta una viga simplemente apoyada con carga en el extremo en voladizo; la primera parte descrita va desde la base hasta el punto donde el cable lo sujeta, proyectando una parábola, y la segunda es, desde la sujeción del cable hasta la parte alta de la torre, la cual dibuja una pendiente, como se muestra en la Figura 2.2(a) y se describe mediante la Ec. (2). El desplazamiento pendular lineal se ilustra en la Figura. 2.2(b) y se describe por la Ec. (3). Por otro lado, es posible describir otras funciones de forma, como la expresada en la Ec. (4).

$$\phi_1(y) = \begin{cases} \frac{L-a}{a} (y^3 - a^2 y); & 0 \leq y \leq a \\ -y^3 + 3Ly^2 - a(4L - a)y + La^2; & a \leq y \leq L \end{cases} \quad (2)$$

$$\phi_2(y) = \frac{y}{L} \quad (3)$$

$$\phi_n(y) = \sin \left[\frac{(n-1)\pi y}{2L} \right]; n = 3,4,5, \dots \quad (4)$$

Para conocer el desplazamiento de los nodos, debe satisfacer las siguientes condiciones de frontera, como se observa en las Ecs. (5) y (6)

$$\phi_1(0) = 0, \quad \phi_1(a) = 0 \quad (5)$$

$$\left. \frac{d^2\phi_1}{dy^2} \right|_{y=0} = 0, \quad \left. \frac{d^2\phi_1}{dy^2} \right|_{y=L} = 0 \quad (6)$$

De acuerdo al método Rayleigh-Ritz, el cociente es minimizado con los coeficientes de las funciones admisibles y la Ec. (8) puede ser derivada. Por simplicidad se asume un movimiento armónico $u = A \cos\omega t$, con amplitud A , frecuencia angular ω y tiempo t . y la energía cinética puede llevar la forma de la Ec. (7).

$$T = \frac{1}{2} m \dot{u}^2 = \omega^2 T_{2-max} A^2, T_{2-max} = \frac{1}{2} m A^2 \sin^2 \omega t \quad (7)$$

usando la velocidad $\dot{u} = -\omega A \sin\omega t$. Para el método Rayleigh-Ritz, el Lagrangiano para pequeñas amplitudes se expresa en la Ec. (8).

$$\frac{\partial L}{\partial c_i} = \frac{\partial U_{max}}{\partial c_i} - \omega^2 \frac{\partial T_{2-max}}{\partial c_i} = 0 \quad (8)$$

donde U_{max} y $\omega^2 T_{2-max}$ son las energías potenciales y cinéticas máximas de todo el sistema, respectivamente; como se observa en las Ecs. (9) y (10).

$$U_{max} = U_{beam} + U_{cable} \quad (9)$$

$$\omega^2 T_{2-max} = \omega^2 T_{beam} + \omega^2 T_{cable} + \omega^2 T_{mass} \quad (10)$$

donde, U_{cable} es la energía potencial total de los cables que sostienen a la torre, y U_{beam} es la energía potencial de la torre, la cuál es modelada como una viga. La energía potencial para la deflexión de la viga se describe por la Ec. (11).

$$U_{beam} = \frac{1}{2} \int_0^L E_b I_b [x''(y)]^2 dy \quad (11)$$

donde E_b es el módulo de elasticidad de la viga, I_b es momento de inercia de área de la viga. La energía potencial del cable es determinada por la energía de elongación descrita en la Ec. (12)

$$U_{cable} = \frac{1}{2} [2k_{eq}] x^2(a) \cos^2\theta \quad (12)$$

donde k_{eq} es la rigidez equivalente del cable.

Por otro lado, $\omega^2 T_{beam}$, $\omega^2 T_{cable}$, y $\omega^2 T_{mass}$ son las energías cinéticas de la torre, de los cables y de la masa equivalente, respectivamente. Esta última energía, se compone de la góndola y el rotor.

La energía cinética de cada componente de la Ec. (10), es obtenida mediante las Ecs. (13), (14) y (15).

$$\omega^2 T_{beam} = \frac{1}{2} \int_0^L \frac{m_b}{L} x^2(y) dy \quad (13)$$

$$\omega^2 T_{cable} = \frac{1}{2} m_g x^2(L) \quad (14)$$

$$\omega^2 T_{mass} = \frac{1}{2} \left(\frac{2m_c}{3} \right) x^2(a) \cos^2 \theta \quad (15)$$

donde m_g es la masa total del rotor y del hub. Mientras que, m_b y m_c son las masas de la viga y del cable, respectivamente.

Sustituyendo la energía potencial y cinéticas máximas en la Ec. (8) y derivándola se obtiene la Ec. (16), que, al determinar la matriz igual a cero, puede resolverse proporcionando un polinomio dependiente de ω , cuyas raíces son los modos de vibración del sistema.

$$\begin{bmatrix} k_{11} - \omega^2 m_{11} & k_{12} - \omega^2 m_{12} \\ k_{21} - \omega^2 m_{21} & k_{22} - \omega^2 m_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{Bmatrix} = 0 \quad (16)$$

2.3 Desarrollo Experimental

2.3.1 Vibración libre de álabes

Se emplea las teorías de Euler-Bernoulli para realizar el modelado matemático de los álabes de un aerogenerador, esta teoría describe al álabe como una viga que adopta una forma curva como se observa en la Figura 2.1.

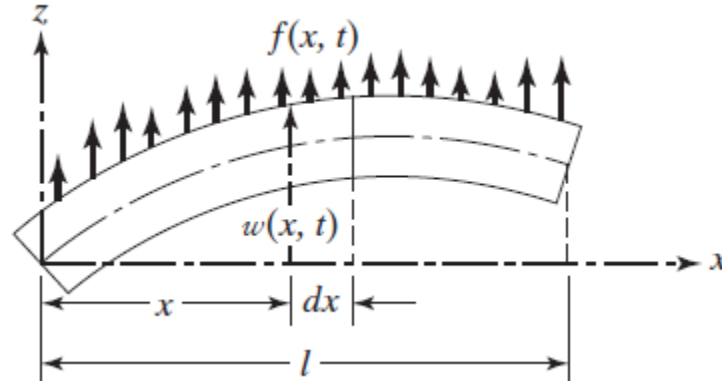


Figura 2.1 Deformación lateral de un viga.

La Ec. 17 describe el movimiento lateral de la viga.

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI(x) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}(x, t) \right] + \rho A(x) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}(x, t) = 0 \quad (17)$$

donde E es el módulo de elasticidad de la viga, I es el momento de inercia de la viga, ρ es la densidad del material del álabe y A es la sección transversal del álabe.

2.3.2 Vibración libre de cables

La vibración de un cable se considera como una cuerda elástica de longitud l , que se somete a una fuerza transversal $f(x, t)$ por unidad de longitud, puede adoptar un movimiento como se muestra en la Figura 2.2. Se supone que el desplazamiento transversal de la cuerda, $w(x, t)$ es pequeño. La fuerza neta que actúa en un elemento es igual a la fuerza de inercia que actúa en el elemento. Si la cuerda es uniforme y la tensión T es constante, la vibración natural de la cuerda dependerá de la masa por unidad de longitud ρ y de la tensión, como se observa en la Ec. 18.

$$T \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} = \rho \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} \quad (18)$$

Al resolver la Ec. 18, la frecuencia natural de vibración de un cable dependerá adicionalmente de la longitud del cable, además, se puede calcular modos superiores de vibración mediante la Ec. 19.

$$f = \frac{n}{2L_c} \sqrt{\frac{T}{\rho}} \quad (19)$$

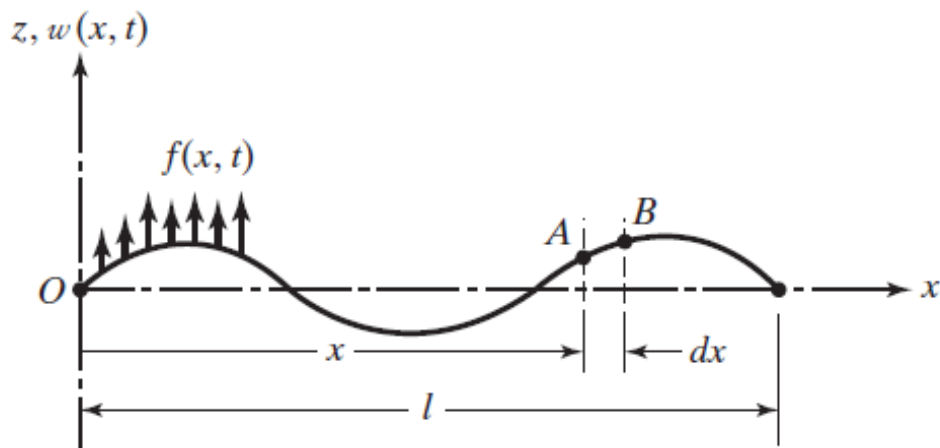


Figura 2.2. Movimiento lateral de una cuerda.

2.3.3 Rigidez en los cables de soporte

La metodología que describe el fenómeno de rigidez, se le conoce como ley de Hooke (Ec. 20), el cual demuestra que la rigidez del material corresponde al cambio de longitud del material.

$$k = \frac{F}{\delta} \quad (20)$$

donde k es la rigidez del material, F es la fuerza aplicada para deformar el material y δ es el cambio de longitud de la probeta.

La rigidez de un cable lo componen tres fenómenos que interactúan entre si, como se observa en la Figura 2.3. Estos fenómenos son: el componente de la fuerza horizontal asociado al desplazamiento rotacional del cable (k_r), la contribución de la masa del cable al ocasionar un pandeo por efecto de la gravedad (k_i), y el cambio de la componente horizontal de la tensión del cable (k_a), también llamada rigidez axial.

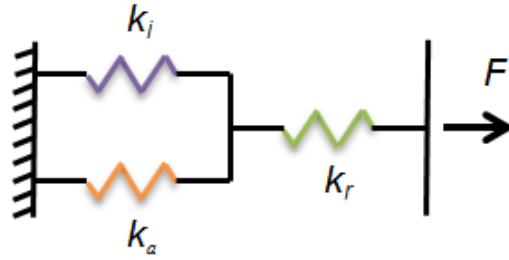


Figura 2.3. Modelo de rigidez equivalente para cables.

Los principales elementos que contribuyen a darle rigidez al cable es el módulo de elasticidad, que depende del material que constituye al cable; el área de la sección transversal y la longitud de la cuerda. La Tabla 2.1 resume las contribuciones más importantes en el desarrollo de las ecuaciones que modelan el comportamiento de la rigidez de un cable.

Tabla 2.1 Ecuaciones de rigidez equivalente propuestas en otras investigaciones.

Autor	Ecuaciones
Ernst [13]	$k_{eq} = \frac{AE_{eff}}{L} \quad ; \quad E_{eff} = \frac{E}{1 + \frac{(wL)^2 AE}{12T_i^3}}$
Davenport [14]	$k_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{k_a} + \frac{1}{k_i}} \quad ; \quad k_a = \frac{AE \cos^2 \theta}{L} \quad ; \quad k_i = \frac{12H^3}{w^2 B_a^3}$
Veletsos [15]	$k_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{k_a} + \frac{1}{k_i}} + k_r \quad ; \quad k_a = \frac{AE \cos^2 \theta}{L} \quad ; \quad k_i = 12 \frac{T_i}{L} \left(\frac{T_i}{wL} \right)^2 \cos^2 \theta \quad ; \quad k_r = \frac{T_i}{L} \sin^2 \theta$
Reuter [17]	$k_{eq} = \left[\frac{L}{AE} + \frac{w^2 L^3 \cos^2 \theta}{12T_i^3} \right]^{-1}$
Carne [16]	$k_{eq} = \left[\frac{L}{AE} + \frac{512\delta_c^3}{12(1+b)wL^3 \cos \theta} \right]^{-1} \quad ; \quad \delta_c = \frac{wL^2}{8T_i} \cos \theta \quad ; \quad b = \frac{8}{3} \left(\frac{\delta_c}{L} \right)^2$

Las correcciones de la rigidez del cable propuestos en la Tabla 2.1, son aplicadas principalmente a tensiones menores al 7% de la tensión de ruptura, cuando son cables delgados y de longitudes cortas, como se observa en la Figura 2.4. Sin embargo, según la

norma TIA/EIA-222-G la tensión de un cable que se emplea para soportar estructuras, debe tensarse entre el 8 al 15% de la tensión de ruptura [19]. Por tanto, se asume por los resultados teóricos, que la rigidez axial (k_a) es el fenómeno principal que interviene a estas magnitudes de tensión, por lo que, pueden despreciarse la rigidez rotacional (k_r) y la rigidez de pandeo (k_i). Esta condición se cumple cuando los cables que sujetan a la estructura sean cortos y delgados; es decir, cables con menos de 20 metros de longitud y hasta 1/2" de diámetro comercial.

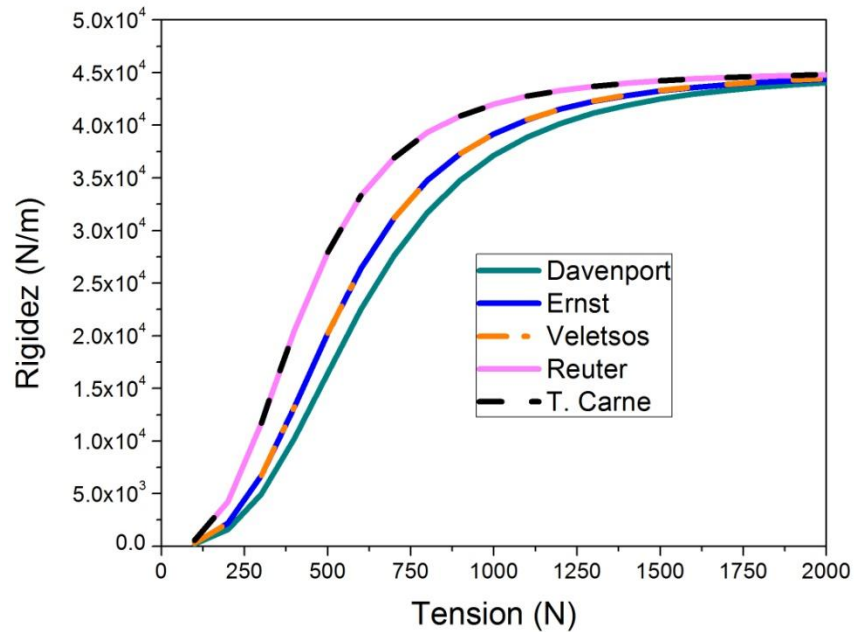


Figura 2.4 Comparación de la componente horizontal de la rigidez estática de un cable de 6.35 mm de diámetro, 20 m de longitud, $E = 120$ GPa y $\theta = 45^\circ$.

2.3.4 Módulo de elasticidad de los cables de soporte

Otro elemento para obtener un acercamiento teórico al fenómeno analizado, es el módulo de elasticidad del cable, ya que al ser un elemento que está formado por hilos de acero y a su vez adoptando una forma helicoidal, no puede tener el mismo módulo de elasticidad del material que lo compone [20]. Es posible obtener el módulo de elasticidad mediante la Ec. 21.

$$E = \frac{kL}{A} \quad (21)$$

donde L es la longitud del cable, A es el área de la sección transversal del cable y k es la rigidez del cable. La Tabla 2.2 resume algunos trabajos que emplean cables en el análisis de estructuras. En esta tabla se observa un gran rango de valores propuestos para el módulo de

elasticidad de cables, los cuales varían desde los 74 GPa hasta los 160 GPa. Estas variaciones son debido a los diferentes diseños en cables, lo cual implica la necesidad de corroborar de forma experimental los valores de elasticidad en cables usados en los modelos matemáticos y de simulación computacional, ya que estos valores aumentan con el tiempo de uso del cable. Además, los fabricantes en general no proporcionan las propiedades mecánicas de cables delgados o de usos generales y los autores en muchos casos no proporcionan información de cómo obtuvieron los valores de elasticidad empleados en sus trabajos.

Tabla 2.2 Comparación de los módulos de elasticidad de cables.

Autor	Módulo Elasticidad empleado	Observaciones
Park [8]	74 GPa	Valor propuesto con cable de acero de 1.15 mm ²
Wright [21]	137 GPa	Valor propuesto con cable de acero de 13.93 mm ²
Bukala [12]	96 GPa	Valor propuesto aproximado con cables de 1.2 - 8 mm de diámetro
Heydary [23]	165 GPa	Valor propuesto con cable de acero de 15 mm ²
Fontanari [24]	138 GPa	Valor experimental de cables de 38 mm de diámetro con núcleo polimérico
Gere [20]	140 GPa	Valor propuesto generalizado
Budynas [25]	90 GPa	Valor propuesto para cables 6x7

Por otro lado, Blevins [26] es de los principales autores que han trabajado de forma más detallada con cables. Este autor menciona que, si un cable está constituido por hilos que se acomodan de forma helicoidal, el módulo de elasticidad tendrá un valor entre el 30% al 50% del módulo de elasticidad del material que está constituido el cable. Es decir, con un cable de acero de 210 GPa, los valores de elasticidad oscilarán entre 63 GPa a 105 GPa. Además, este valor depende del tiempo de uso del cable y del número de hilos con los que esté formado el cable, por lo que, a menor número de hilos, hay mayor valor en la elasticidad.

2.3.5 Vibración libre del aerogenerador

Un aerogenerador arriostrado abatible puede modelarse de varias formas; por ejemplo, como una viga en cantiléver, cuando está fija en la base; como un péndulo invertido sujeto a un resorte, cuando es abatible; y de la forma más simple, como un sistema masa-resorte-amortiguador; como se observa en la Figura 2.1.

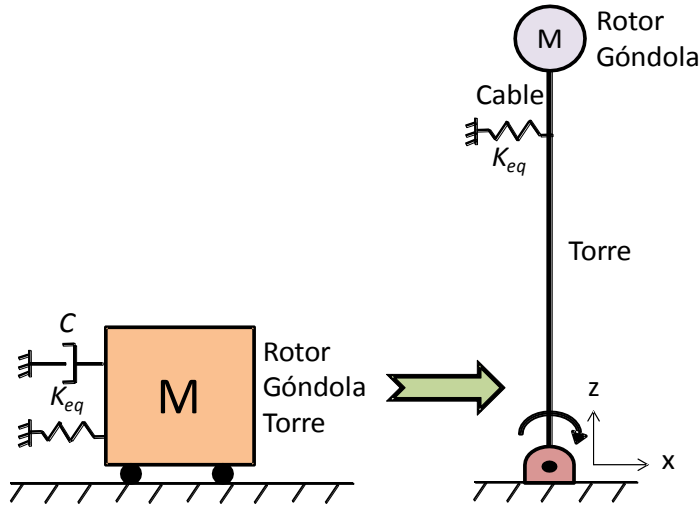


Figura 2.1 Modelos simplificados de aerogenerador arriostrado abatible.

La Ec. 22 describe la vibración natural de un sistema masa-resorte, mientras que la Ec. 23, describe la vibración natural de un sistema de péndulo invertido.

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_{eq}}{m_{tot}}} \quad (22)$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_{eq}}{J_0}} \quad (23)$$

donde ω_n es la frecuencia natural angular de oscilación, J_0 es el momento polar de inercia del aerogenerador y m_{tot} es la masa total del aerogenerador.

Capítulo 3

Metodología

3.1 Introducción

La metodología a seguir para este trabajo se presenta en la Figura 3.1, la cual incluye dos formas de análisis estructural; la primera corresponde al modelado matemático del sistema, en cuya solución se emplea el método numérico de Rayleigh-Ritz. La segunda forma deriva al desarrollo experimental para obtener las frecuencias naturales del sistema. Cuyos resultados se analizan para demostrar la validez de los modelos matemáticos.

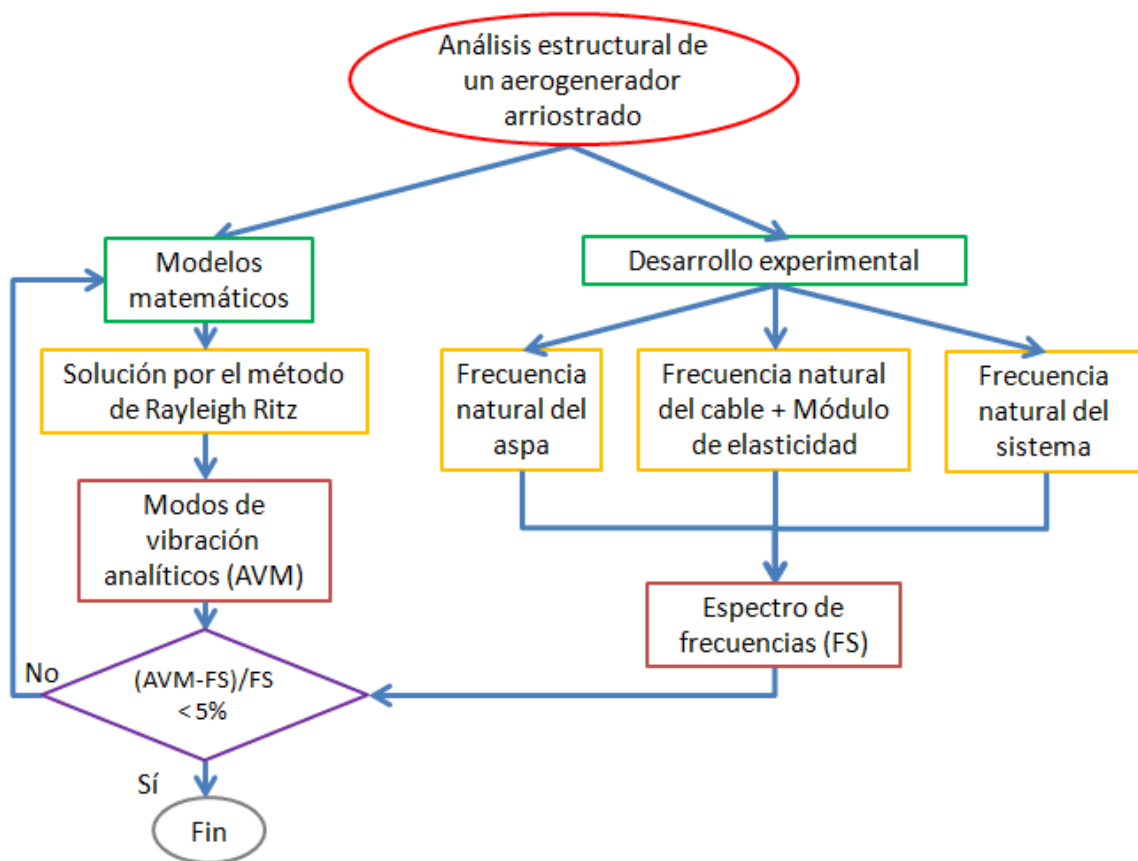


Figura 3.1 Metodología del análisis de vibración de una torre arriostrada.

3.2 Modelos matemáticos

Para comprobar la metodología propuesta, se emplean funciones de forma diferentes, cuyas características determinan no linealidades, pequeñas deformaciones y diferentes movimientos laterales en el aerogenerador, como se observa en la Figura 3.2.

Propuesta A: Park MY [8]

$$\phi_1(y) = \begin{cases} \frac{L-a}{a}(y^3 - a^2y); & 0 \leq y \leq a \\ -y^3 + 3Ly^2 - a(4L-a)y + La^2; & a \leq y \leq L \end{cases}$$

$$\phi_2(y) = \frac{y}{L}$$

Propuesta B: Rao SS [27] - Park MY [8]

$$\phi_1(y) = \begin{cases} \frac{(L-a)y}{6EIa}(y^2 - a^2); & 0 \leq y \leq a \\ \frac{y-a}{6EIa}[(L-a)(3y-a) - (y-a)^2]; & a \leq y \leq L \end{cases}$$

$$\phi_2(y) = \frac{y}{L}$$

Propuesta C: Wright AD [21]

$$\phi_1(y) = y^4 - 4y^3 + 6y^2$$

$$\phi_2(y) = 3y^5 - 10y^4 + 10y^3$$

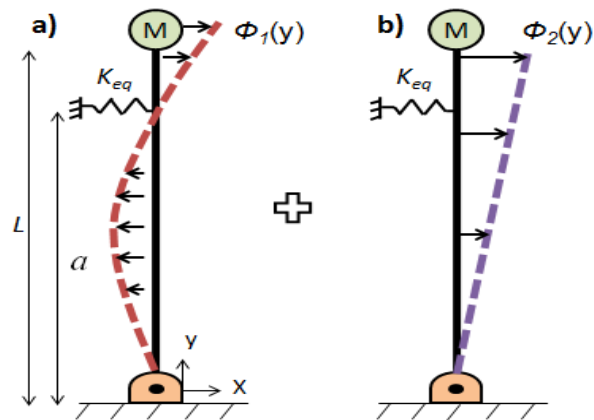


Figura 3.2 Funciones de forma: a) Viga con dos puntos de apoyo simple, b) Desplazamiento lineal pendular.

3.2 Desarrollo experimental

Para este estudio se emplea un prototipo de aerogenerador de 1 kW, el cual fue manufacturado para su uso como banco de pruebas. Es denominado RTO1000 y actualmente comercializado en México. Las especificaciones del aerogenerador se presentan en la Tabla 3.1 y Figura 3.3. El aerogenerador posee una torre tipo tubular arriostrada con cuatro cables de acero; además, la parte inferior de la torre no está fija al suelo, ya que, por medio de un eje permite oscilaciones pendulantes; y es abatible cuando se le requiera dar mantenimiento o en la presencia de vientos extremos por tormentas.

Tabla 3.1. Especificaciones del aerogenerador RTO1000.

Parte	Simbología	Datos
Longitud del cable	L_c	6.57 m
Distancia de base al ancla	B_a	2.7 m
Altura de soporte cable	a	6 m
Altura de la torre	L	7 m
Masa de la góndola-rotor	m_g	35 kg
Masa de la torre	m_v	40 kg
Masa del cable	m_c	0.163 kg/m
Diámetro del rotor	D	2 m
Perfil aerodinámico	-	A18
Número de aspas	N_a	3
Diámetro comercial del cable	ϕ	6.35 mm
Resistencia a la ruptura del cable	-	23 kN
Módulo de elasticidad del cable	E_c	81 GPa
Módulo de elasticidad de la torre	E_b	210 GPa
Área efectiva del cable	A_c	16.7 mm ²
Diámetro de la torre (cédula 30)	D_T	76.2 mm
Inercia de la torre	I_b	75.8 cm ⁴

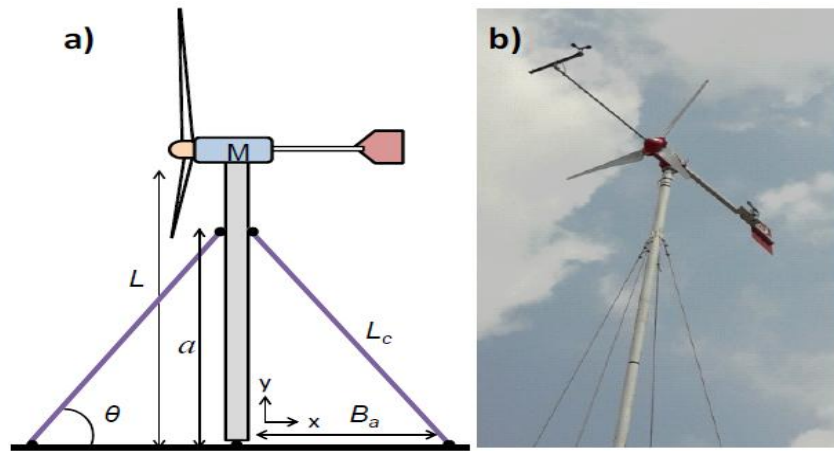


Figura 3.3 Aerogenerador con torre arriostrada de 1 kW: a) Esquema, b) Experimental.

3.2.1 Vibración libre de álabes

La medición experimental de la frecuencia natural de vibración de los álabes se realizó fijando la base de un álabes a un soporte por medio de prensas. Y posteriormente, el alabe se hizo oscilar libremente mediante un desplazamiento inducido de 1 cm en su punta (Figura 3.4).

Un álabes sólido con perfil A18 descrito en la Tabla 3.1, fue usado para las pruebas. Un módulo GY-61 fue usado para la medición de las vibraciones. Este módulo contiene un acelerómetro analógico de 3 ejes, trabaja con un chip ADXL335, el cual tienen un rango dinámico de ± 3 g, sensibilidad de 0.1V/g, masa de 2 gramos, y $0.02148 \times 0.01587 \times 0.00307$ m en sus dimensiones. El acelerómetro se colocó en la $2/3_a$ parte de la longitud del álabes para descartar no linealidades en la deflexión. La señal de vibración adquirida corresponde al eje Z y mediante un módulo Arduino se obtienen las señales eléctricas, el módulo trabaja con un chip ATmega328P, memoria flash de 32 KB, 14 pines digitales y 6 analógicos. Se programó para obtener 100 datos por segundo, durante 10 segundos. Las pruebas experimentales se realizaron seis veces para garantizar la repetibilidad del experimento.

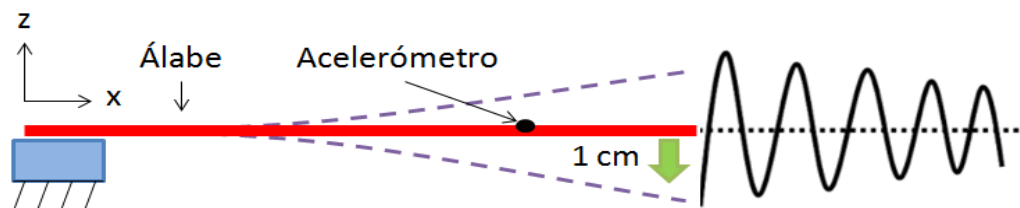


Figura 3.4 Diagrama del desarrollo experimental de vibración libre.

3.2.2 Vibración libre de cables de soporte

La medición experimental de la frecuencia natural de vibración del cable de soporte se realizó sujetando ambos extremos del cable mediante soportes rígidos (Figura 3.5). Posteriormente, el cable fue tensado mediante un tensor para 1000 kg. Y finalmente, el cable fue perturbado mediante con un pequeño desplazamiento inducido de 2 cm, para posteriormente obtener los valores de vibración. Diferentes valores de carga fueron aplicados, como se observa en la Tabla 3.2, así como diferentes longitudes de cables. Un cable comercial de acero galvanizado con diámetro 0.00635 m fue usado para las pruebas. Las características del cable analizado son presentadas en la Tabla 3.1.

Tabla 3.2 Valores de carga empleados en el experimento de cables de soporte.

T_i	L_c
1863 N	5.50 m
981 N	10.00 m
2200 N	6.57 m

Una celda de carga modelo YZC-616C fue empleada para la medición de tensión. La celda es tipo S de 1000 Kg, creep de 0.04%/1h, error combinado de 0.02% y rango de temperatura de trabajo de -35°C a +80°C. Mientras que, el módulo GY-61 fue usado para medir las vibraciones. El acelerómetro fue colocado en la $2/3_a$ parte del cable para descartar valores nulos de modos de vibración y no linealidades. La señal de vibración adquirida corresponde al eje Z. Mediante un módulo Arduino, se obtienen las señales eléctricas del acelerómetro, cuya programación arroja 100 datos por segundo, durante 10 segundos. El experimento se realizó seis veces por cada tensión establecida en la Tabla 3.2, para garantizar la repetibilidad.

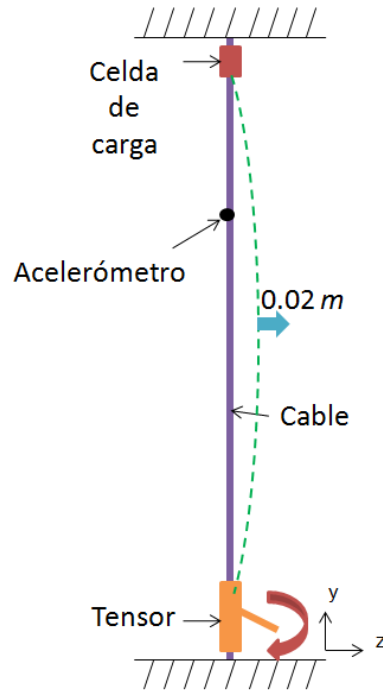


Figura 3.5 Diagrama del desarrollo experimental de vibración libre de una cuerda.

3.2.3 Pérdida de tensión en cables de soporte.

El propósito de este experimento es obtener datos de elongación en los cables de soporte, debido a los efectos de la temperatura y otros factores internos de los cables. La medición experimental de la elongación del cable se realizó con la misma configuración experimental empleada de la sección 3.2.2, a excepción de la inducción de perturbación. El cable fue dejado en reposo durante 40 días con una tensión inicial de 5000 N. Las pruebas se realizaron bajo techo, y sin perturbaciones de viento u otros fenómenos ambientales. El cable utilizado fue el descrito en la Tabla 3.1. El sensor de temperatura empleado fue un LM35, de $0.01\text{V}/^{\circ}\text{C}$, rango de trabajo de -55°C a $+150^{\circ}\text{C}$, precisión de $\pm 0.5^{\circ}\text{C}$. Mediante un módulo Arduino se obtienen las señales eléctricas de la celda de carga y el sensor de temperatura, cuya programación arroja 1 dato por segundo, registrando el valor promedio a cada hora.

3.2.4 Obtención del módulo de elasticidad de los cables de soporte

La medición experimental del módulo de elasticidad o rigidez de los cables de soporte se realizó en base a la ley de elasticidad de Hooke. Para ello, los extremos de uno de los cables de soporte se fijaron a dos bases con alta resistencia a la deformación (Figura 3.6). Posteriormente, a uno de los extremos del cable se le aplicó una carga mediante un tensor de 1000 kg, mientras que en el otro extremo se mantuvo fijo.

Al inicio del experimento se marcó una línea en el cable. Luego del experimento, el cambio de longitud del cable fue medido con un micrómetro. Una celda de carga modelo YZC-616C fue empleada para la medición de tensión. El cable utilizado fue el descrito en la Tabla 3.1. Mediante un módulo Arduino, se obtienen las señales eléctricas de la celda de carga, cuya programación arroja 1 dato por segundo. El experimento se repitió seis veces, registrando los valores medios.

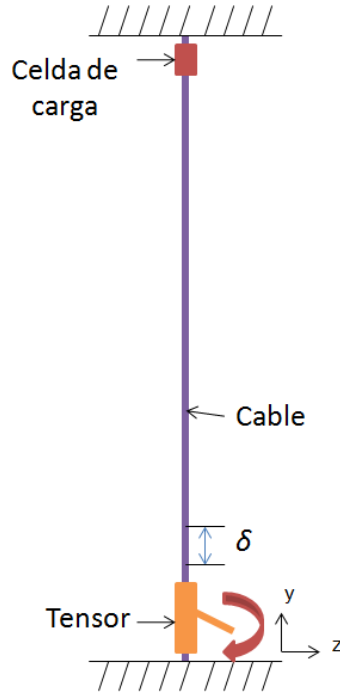


Figura 3.6 Diagrama del desarrollo experimental de la rigidez de un cable.

3.2.5 Vibración libre del aerogenerador

La validación de los modelos matemáticos se realizó midiendo de forma experimental las vibraciones generadas del aerogenerador, cuando se tira de él con una magnitud de 700 N. Se emplea el aerogenerador descrito en la Tabla 3.1. Una cuerda se colocó en la parte alta de la torre para aplicar la fuerza. Además, el cable de soporte fue tensado durante las pruebas a 2400 N, lo cual corresponde al 10% de la tensión de ruptura que establece la norma TIA/EIA-222-G.

Por otro lado, 2 acelerómetros se colocaron en aerogenerador para medir las vibraciones. Estos fueron colocados sobre la góndola y en la parte media de la torre. (Figura 3.7). Los acelerómetros triaxiales son de la marca Wit-motion WT61C, los cuales tienen un rango dinámico de $\pm 16g$, un rango de trabajo seleccionable de 0.2 Hz a 100 Hz, y un filtro de Kalman. En ambos acelerómetros se obtienen 100 muestras por segundo durante 10 segundos, empleando el eje x para la obtención de estos datos. El procesamiento de las señales censada por los acelerómetros se realizó mediante el software libre de la compañía Wit-motion. Las pruebas experimentales se realizaron seis veces.

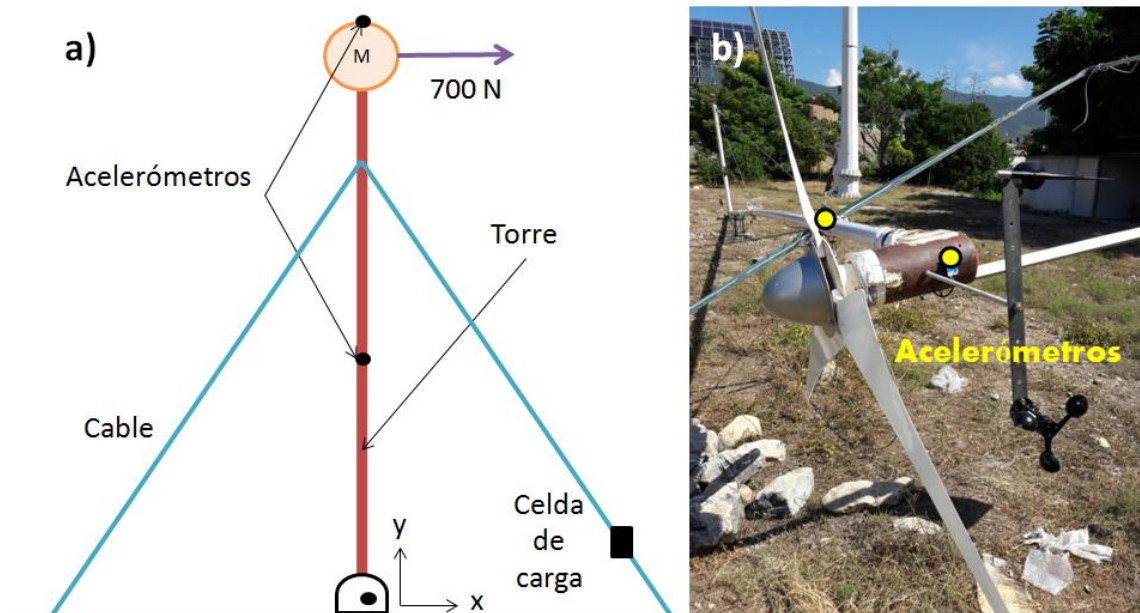


Figura 3.6 Posicionamiento de acelerómetros. a) Diagrama de posicionamiento, b) Experimental setup.

Capítulo 4

Resultados

4.1 Introducción

En este capítulo se presentan los resultados de los análisis matemáticos empleando el método numérico de Rayleigh Ritz. Además los resultados experimentales se presentan mediante gráficas que representan espectros de frecuencias de la vibración de las partes del aerogenerador analizados. Finalmente se discute la mejor correlación entre el modelo matemático que más se aproxima el fenómeno real y los resultados experimentales.

4.2 Resultados de los modelos matemáticos

Al resolver la matriz de la Ec.(16) y empleando los datos de la Tabla 3.1, es posible obtener las primeras dos frecuencias de vibración natural y compararlas con otros modelos; además, de los resultados experimentales, como se observa en la Tabla 4.1. Los primeros dos modelos corresponden a sistemas discretos, en los que solamente es posible obtener la frecuencia fundamental del sistema, en los cuales se obtienen frecuencias altas de 4.70 y 5.09 Hz, comparadas con el experimento que dio un resultado de 3.78 Hz, esto es debido a la concentración de las masas en un solo punto en estos modelos, aunque, tienen ventaja en la solución analítica que es muy simple. Posteriormente, [8] emplea ecuaciones similares a [27], con diferencia en la amplitud física de la deflexión de la torre, que se expresa en el polinomio propuesto, y como resultado se obtienen valores de 3.25 Hz y 16.80 Hz, que están alejados de los valores experimentales. Por otro lado, [21] propone polinomios de grados altos, usados principalmente en fenómenos no lineales; sin embargo, al proporcionarle poca perturbación al sistema, los fenómenos no lineales no se perciben y los resultados con los polinomios propuestos es de 5.12 Hz y 12.48 Hz.

Los errores se calculan con base al valor promedio del experimento, mientras que, los errores del experimento se calculan con base a los valores de [27]. Finalmente, los polinomios propuestos por [27] para la primera función de forma, y la deflexión lineal de [8] como la segunda función de forma, son los que mejor se acercan en conjunto al comportamiento del sistema, proporcionando un error de 3.43% para el primer modo de vibración y un error de 13.28% para el segundo modo de vibración.

Tabla 4.1 Comparación de frecuencias de vibración libre de un aerogenerador arriestrado.

Modelo	Método	1^a Frec. (Hz)	Error (%)	2^a Frec. (Hz)	Error (%)
Masa-resorte	-	4.70	24.33	-	-
Péndulo Invertido- resorte	-	5.09	34.65	-	-
Park [8]	Rayleigh-Ritz	3.25	14.02	16.80	145
Wright [21]	Rayleigh-Ritz	5.12	35.44	12.48	82.18
Rao [27]	Rayleigh-Ritz	<u>3.91</u>	3.43	<u>7.76</u>	13.28
<u>Experimental</u>					
Parte alta		3.81	2.55	6.79	12.50
Parte media		3.75	4.09	6.92	10.82
Average		<u>3.78</u>	3.32	<u>6.85</u>	11.72

4.2 Resultados Experimentales

4.2.1 Resultados de frecuencias naturales de los álabes.

Los resultados de vibración libre en uno de los álabes del aerogenerador de 1 kW con perfil aerodinámico A18, se presentan en la Figura 4.1. En esta figura se observa que el primer modo de vibración es de 10.88 Hz, y el tercer modo es de 31.23 Hz. Esto demuestra que, el álabes presenta un comportamiento lineal cuando es sometido a bajas deflexiones. Sin embargo, estos modos de vibración no se detectan en el espectro de frecuencias total del sistema (Figura 4.7), debido a la baja masa de los álabes.

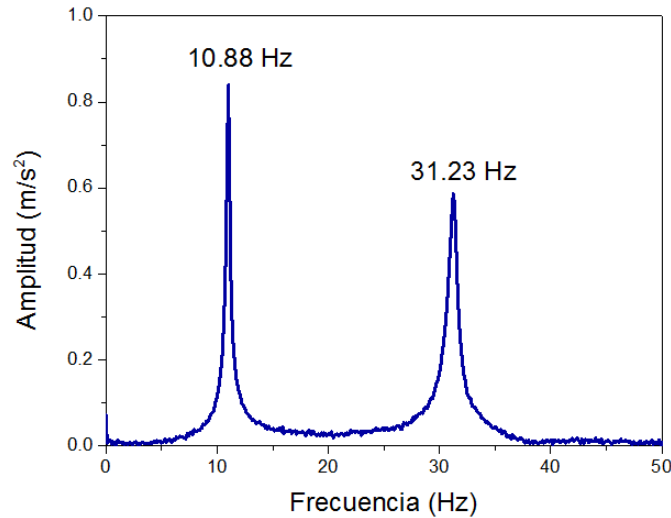


Figura 4.1 Espectro de frecuencias de vibración libre de un álabe para 1000W con perfil aerodinámico A18.

4.2.2 Resultados de vibración libre en los cables de soporte.

La Tabla 4.1 muestra los resultados experimentales de la Figura 4.2, del 1er modo de vibración libre en uno de los cables de soporte, y los resultados analíticos obtenidos de la ecuación de vibración lateral de cuerdas de la Ec. (17). Diferentes tensiones y longitudes son evaluadas. De la comparación se tiene un error de 4.29% con la longitud del cable del aerogenerador evaluado, cuyas características se presentan en la Tabla 3.1. Existiendo una correlación aceptable entre los resultados experimentales y analíticos. Sin embargo, a medida que la longitud del cable aumenta, el error incrementa.

Tabla 4.1. Comparación de la vibración lateral de un cable de acero de 6.35 mm de diámetro, bajo diferentes tensiones y longitudes.

Datos	Método	1er modo Hz	Error %
$T_i=1863\text{ N}$	Experimental	10.18	3.98
$L_c=5.5\text{ m}$	Teórico	9.87	
$T_i=2000\text{ N}$	Experimental	8.61	4.29
$L_c=6.57\text{ m}$	Teórico	8.98	
$T_i=981\text{ N}$	Experimental	4.33	9.23
$L_c=10\text{ m}$	Teórico	3.93	

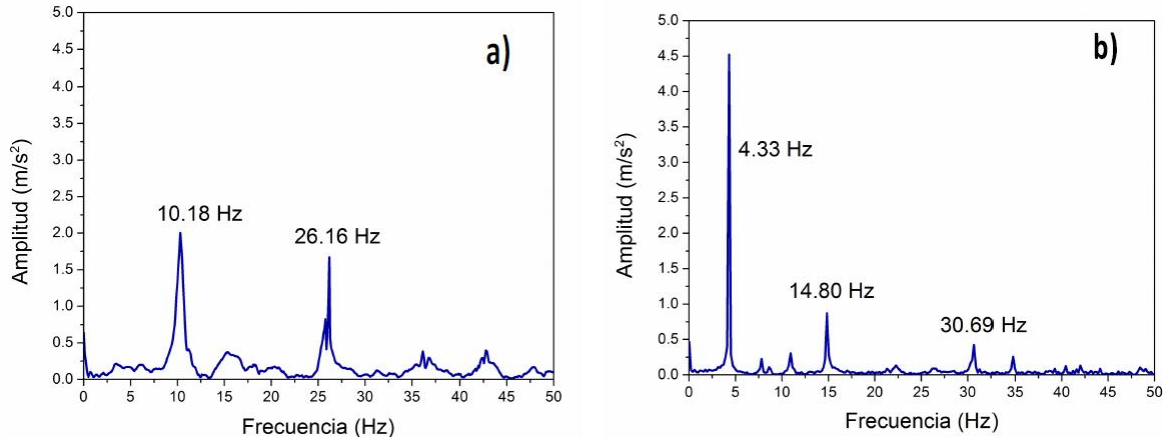


Figura 4.2 Espectro de frecuencias de vibración lateral de cables. a) $T_i=1863\text{ N}$, $L_c=5.5\text{ m}$, y b) $T_i=981\text{ N}$, $L_c=10\text{ m}$.

4.2.3 Resultados de pérdida de tensión en los cables de soporte

La Figura 4.3 muestra los resultados de la tensión de un cable de soporte durante las primeras 72 horas de prueba. Se observa cambios de tensión en el cable. Las mayores tensiones se presentan al medio día de cada día de prueba (13:00 Hrs), las cuales coinciden con las temperaturas más altas (32°C). Mientras que las menores tensiones se presentan en las madrugadas (3:00 Hrs), cuando existen las menores temperaturas (20.5°C). Estos resultados demuestran que, los cambios de temperatura causan la elongación del cable, y como consecuencia pérdida de tensión en el cable.

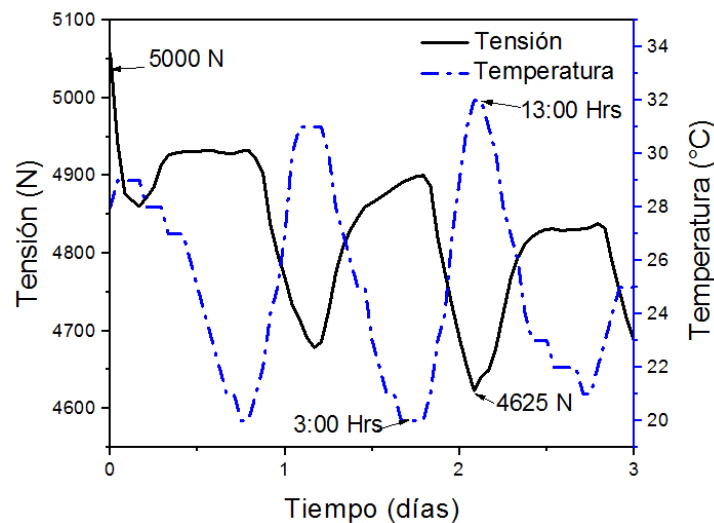


Figura 4.3 Comportamiento de la tensión del cable de soporte por efecto de la temperatura.

También se muestra el comportamiento de la tensión del cable durante los 40 días de prueba, como observa en la Figura 4.4. Se puede observar que en el día 32 del experimento, alcanza un valor mínimo de tensión (4662 N) en el ciclo nocturno, lo que corresponde a una pérdida de 6.76% de la tensión inicial. En el día 38, se observa una pérdida del 11.98% de la tensión inicial con temperatura ambiente diurna (33°C), es decir a medio día. Con estos datos se puede determinar que el cable tiene oscilaciones con diferentes frecuencias a lo largo del día, debido a la tensión en los cables. También, es necesario la revisión periódica y mantenimiento de las estructuras arriostradas con cables, ya que pierden tensión en las primeras semanas de uso de los cables, cuando están nuevos.

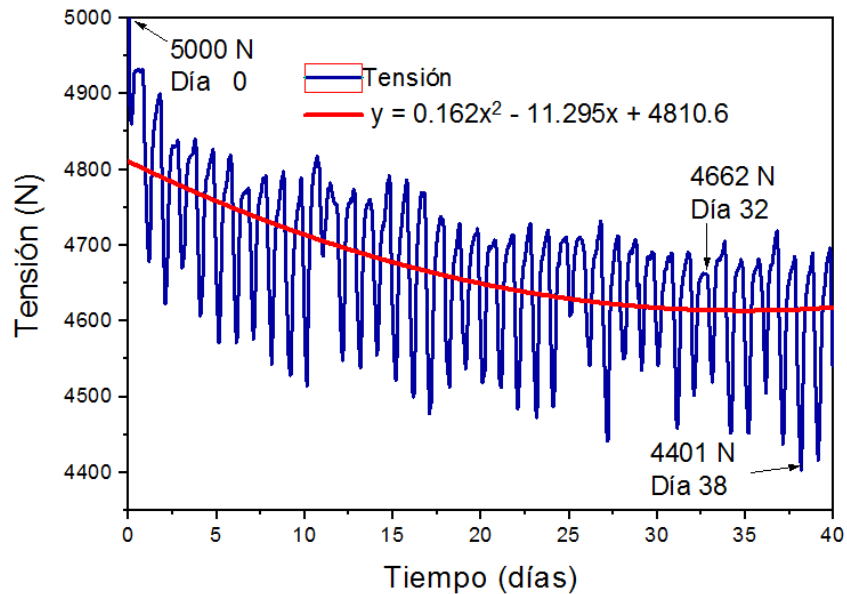


Figura 4.4 Pérdida de tensión en un cable de acero de 6.35 mm de diámetro y 4 m de longitud.

4.2.4 Resultados de módulo elasticidad en cables

En las pruebas experimentales de los cables, el módulo elástico sufre variaciones. Al inicio del experimento mide 73 GPa a baja tensión, al incrementar la tensión, los alambres del cable empiezan a alinearse de forma paralela entre ellas, como resultado del incremento de la tensión, el cable se elonga de manera lineal, como se observa en la Figura 4.5, y además incrementa el módulo elástico, hasta un máximo de 90 GPa como se observa en la Figura 4.6.

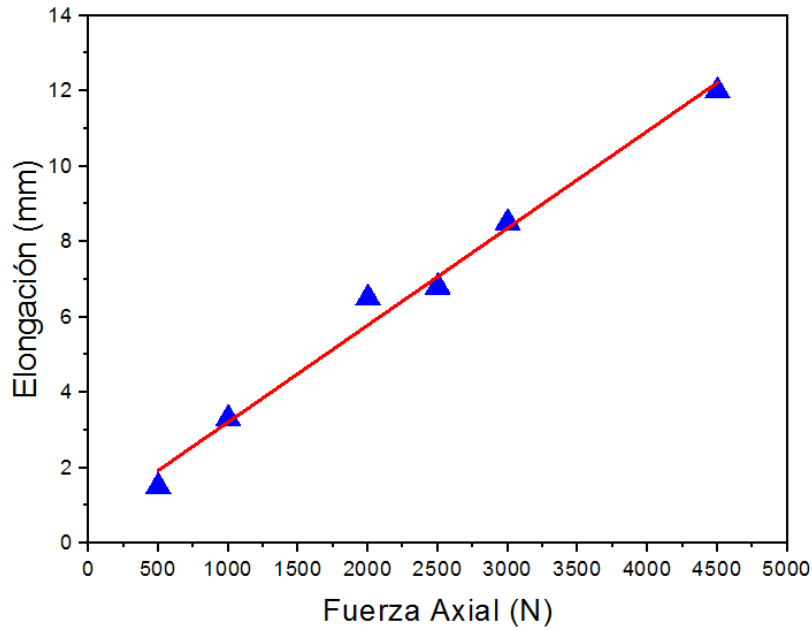


Figura 4.5 Elongación axial de un cable de acero galvanizado de 6.35 mm de diámetro, 7x7 DIN 3055.

Con los instrumentos de medición empleados, la desviación estándar es de 7.23 GPa. Finalmente, se obtiene un valor promedio de 81 GPa. Aún con este rango de valores, están dentro de los datos citados en [26].

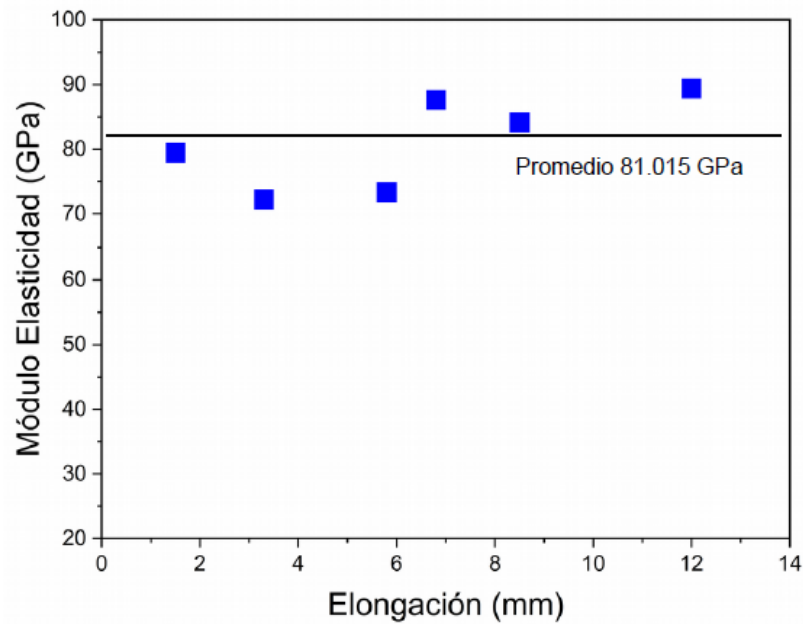


Figura 4.6 Módulo de elasticidad experimental de un cable DIN 3055 de 6.35 mm de diámetro.

4.2.5 Resultados de vibración libre en torre

En la Figura 4.7 se observa la respuesta de vibración libre de un aerogenerador con torre arriostrada. El primer pico de 3.75 Hz de la Figura 17(a) se relaciona teóricamente con el primer modo de vibración del aerogenerador, para cualquier modelo propuesto en la Tabla 4.1, el segundo pico de 6.92 Hz se relaciona con el segundo modo de vibración del aerogenerador, y el tercer pico más grande en magnitud de 8.61 Hz, se relaciona teóricamente con el primer modo de vibración lateral de cuerdas de la sección 4.2.2.

Se identifica al tercer pico como peligroso, debido a su cercanía con el segundo pico, ya que podría causar resonancia. Sin embargo, al realizar los cálculos teóricos, se percibe que si el cable se tensa al 8% de la tensión de ruptura, (que es el margen inferior de tensión proporcionado por la norma TIA/EIA-222-G), se tendría una frecuencia de 8.03 Hz para el primer modo de vibración lateral de cuerdas, este valor aún se encuentra por encima del segundo modo de vibración del aerogenerador que es de 6.92 Hz. Por tanto, se recomienda que el cable siempre esté con un valor de tensión arriba del 10% de la tensión de ruptura, siendo ideal llegar al 13%, donde se tendría una frecuencia natural del cable de 10.23 Hz, según los cálculos teóricos, que en la sección 4.2.2 se comprobaron que tienen una buena correlación con los resultados experimentales con errores menores al 5%.

Además, con los resultados de la sección 4.2.3, se determina que es necesaria la revisión periódica de los cables, debido a la pérdida de tensión, llegando a ocasionar resonancia cuando los valores de tensión se acerquen al 6% de la tensión de ruptura del cable. Por otro lado, no se recomienda tensar el cable al 15% de la tensión de ruptura, debido a que la frecuencia natural del cable será de 10.99 Hz, la cual se acerca peligrosamente a la frecuencia natural de los álabes que es de 10.88 Hz según la sección 4.2; la cual no se percibe en la Figura 4.7, debido a la baja masa que posee, que es de 0.9 kg.

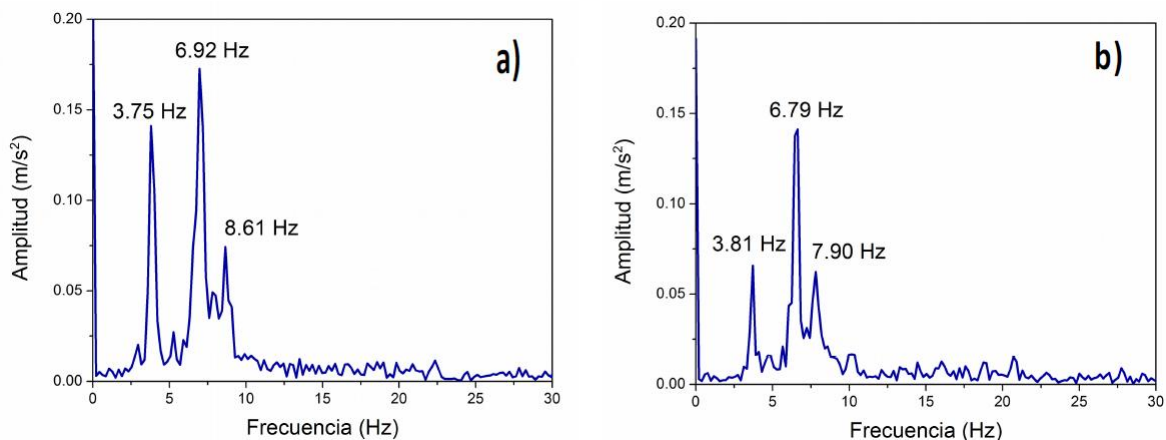


Figura 4.7 Espectro de frecuencias de vibración libre de un aerogenerador con torre arriostrada de 1 kW, a) Sensor en la parte medía de la torre, b) Sensor en la parte alta de la torre.

Capítulo 5

Conclusiones

Empleando la metodología planteada, y analizando el espectro de frecuencias de todo el sistema, no existen posibilidades cercanas de resonancia. Las frecuencias más cercanas la proporcionan el segundo modo de vibración del sistema y la frecuencia fundamental de vibración lateral del cable, sin embargo, es posible alejar la frecuencia fundamental del cable al aplicarle más tensión, teniendo como límites del 8% al 13% de la tensión de ruptura del cable, este rango está dentro de los valores proporcionados por la norma TIA/EIA-222-G. Mientras que, las frecuencias naturales del álabo no se perciben en la respuesta total del sistema, debido a la baja masa que poseen.

Los análisis de rigidez ocasionados por el pandeo y la torsión del cable, tienen muy bajo efecto sobre los cables cortos y delgados, por tanto, es posible realizar futuros cálculos considerando únicamente los efectos de la rigidez axial. Por otro lado, los efectos de pérdida de tensión en los cables por las condiciones ambientales, tienen un efecto negativo sobre la estructura, ya que en las primeras cuatro semanas de uso, el cable puede perder hasta el 12% de la tensión inicial, ocasionando que cambien las frecuencias de vibración del cable y ampliando las posibilidades de resonancia.

La obtención del módulo de elasticidad de un cable es un proceso simple, sin embargo, se vuelve complejo al carecer de los equipos estandarizados, además, no todos poseen los recursos económicos para adquirirlos y al realizarlo con empresas particulares, los costos se elevan aún más; es probable, que estas sean las causas por las cuales varios autores omiten esta prueba. Además, en cada configuración de los cables, estos poseen distintos valores de elasticidad y cambia con el tiempo y uso del cable. Sin embargo, se pudo obtener resultados aceptables de elasticidad con desviación estándar de 7 GPa.

Finalmente, usando el método de Rayleigh-Ritz, se encontraron las frecuencias naturales de un aerogenerador de baja potencia de 1 kW con torre abatible. La torre del aerogenerador RTO1000 fue soportada por cuatro cables a cada 90°. Además, los resultados fueron validados experimentalmente, y se obtuvo una correlación teórica con error de 3.43%.

Referencias

- [1] Oriol P. Towards the sustainability in the design of wind towers. *Energy Procedia* 2017;115:41–9. DOI: [10.1016/j.egypro.2017.05.005](https://doi.org/10.1016/j.egypro.2017.05.005)
- [2] International standard IEC 61400-2 wind turbines – Part 2: small wind turbines.
- [3] Anup KC, et al. Urban wind conditions and small wind turbines in the built environment: A review. *Renewable Energy* 2019; 131: 268-283. DOI: [10.1016/j.renene.2018.07.050](https://doi.org/10.1016/j.renene.2018.07.050)
- [4] Hernandez E, et al. Considerations for the structural analysis and design of wind turbine towers: A review. *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 2020: 1-17. DOI: [10.1016/j.rser.2020.110447](https://doi.org/10.1016/j.rser.2020.110447)
- [5] Zihua Z, Junhua L, Ping Z. Failure analysis of large-scale wind power structure under simulated typhoon. *Math Probl Eng* 2014;1-10. DOI: [10.1155/2014/486524](https://doi.org/10.1155/2014/486524)
- [6] Wood, D. *Small Wind Turbines-Analysis, Design, and application*. Springer-Calgary; 1ra Ed (2011). Pag. 206.
- [7] Robinson J, et al. Experimental Investigation of the High-Temperature Performance of High-Strength Steel Suspension Bridge Wire. *Journal of Bridge Engineering* 2021; 26.
- [8] Park MY. Frequency analysis of a tower-cable coupled system. *Journal of Mechanical Science and Technology* 2013; 27:1731-1737. DOI: [10.1007/s12206-013-0423-1](https://doi.org/10.1007/s12206-013-0423-1)
- [9] Mollerstrom E, Ottermo F. Calculational model for first-mode eigenfrequency of a semi-guy-wired vertical-axis wind turbine tower. *Wind Engineering* 2019; 1-8. DOI: [10.1177/0309524X19882433](https://doi.org/10.1177/0309524X19882433)
- [10] Antoniou M, Gelagotib F, Anastasopouloa I. A compliant guyed system for deep-sea installations of offshore wind turbines: Concept, design insights and dynamic performance. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 2019; 119: 235-252. DOI: [10.1016/j.soildyn.2018.11.030](https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2018.11.030)
- [11] Suzuki H, et al. Elastic response of a light-weight floating support structure of FOWT with guywire supported tower. *Journal of Marine Science and Technology* 2018; 1-14. DOI: [10.1007/s00773-018-0614-7](https://doi.org/10.1007/s00773-018-0614-7)
- [12] Bukala J, et al. Evolutionary computing methodology for small wind turbine supporting structures. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 2018; 1-12. DOI: [10.1007/s00170-018-2860-6](https://doi.org/10.1007/s00170-018-2860-6)
- [13] Ernst H. Modul von seilen unter Berücksichtigung des Durchhanges. *J Der E* 1965; 2: 52-55.
- [14] Davenport AG. Steels GN. Dynamic behavior of massive guy cables. *Struct. Div* 1965; 91: 43-70. DOI: [10.1061/JSDEAG.0001256](https://doi.org/10.1061/JSDEAG.0001256)

- [15] Veletsos AS. Dynamic stiffness of parabolic cables. Earthquake engineering and structural dynamics 1983; 11: 367-401. **DOI: 10.1002/eqe.4290110306**
- [16] Carne, TG. Guy Cable and Foundation Design Techniques. Sandia Laboratories-Albuquerque; 1ra Ed (1980). Pag. 196.
- [17] Robert CR. Vertical axis wind turbine tie-down design with an example. Sandia Laboratories; 1ra Ed (1977). Pag. 9.
- [18] Butterfield CP. Effects of guy wires on swecs tower dynamics. Rockwell International Corporation 1980; 1-11.
- [19] Telecommunications Industry Association Standart TIA EIA-222-G.
- [20] Gere JM. Mecánica de materiales. Cengage Learning-México; 8va Ed (2016). Pag. 123.
- [21] Wright AD. Swecs tower dynamics analysis methods and results. Rockwell International 1981; 245-254.
- [22] Wang J. The extended Rayleigh-Ritz method for an analysis of nonlinear vibrations. Mechanics of advanced materials and structures 2021; 1-4. **DOI: 10.1080/15376494.2021.1892888**
- [23] Heydari M. Nonlinear Analysis and Optimum Design of Guyed Masts. J Optim Theory Appl 2012; 155:1025-1046. **DOI: 10.1007/s10957-012-0098-2**
- [24] Fontanari V, Benedetti M. Elasto-plastic behavior of a Warrington-Seale rope: Experimental analysis and finite element modeling. Engineering Structures 2015; 82: 113-120. **DOI: 10.1016/j.engstruct.2014.10.032**
- [25] Budynas RG. Diseño en ingeniería mecánica de Shigley. Mc Graw Hill-México DF; 8va Ed (2008). Pag. 901.
- [26] Blevins RD. Formulas for natural frequency and mode shape. Litton educational publishing - Ney York; 1ra Ed (1979). Pag. 91.
- [27] Rao SS. Vibraciones Mecánicas. Pearson-México; 5ta Ed (2012). Pag. 978.