



Universidad de Ciencias y Artes de Chiapas
Instituto de Investigación e Innovación en Energías Renovables.

“Caracterización térmica y análisis de irreversibilidades en
colectores solares de placas planas para calentamiento de
aire”

TESIS

Que para obtener el grado de
Maestro en Materiales y Sistemas Energéticos Renovables

P R E S E N T A

Gustavo Eliseo Espinosa García

Tutor:

Dr. Guillermo Ibáñez Duharte

Febrero 2019, Tuxtla Gutiérrez, Chiapas



UNIVERSIDAD DE CIENCIAS Y ARTES DE CHIAPAS
DIRECCIÓN DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

Tuxtla Gutiérrez, Chiapas
25 de febrero de 2019
Oficio No. DIP/0123/2019

C. Gustavo Eliseo Espinosa García
Candidato al Grado de Maestro en Materiales
y Sistemas Energéticos Renovables UNICACH
P r e s e n t e

En virtud de que se me ha hecho llegar por escrito la opinión favorable de la Comisión Revisora que analizó su trabajo terminal denominado **“Caracterización térmica y análisis de irreversibilidades en colectores solares de placas planas para calentamiento de aire”**, y que dicho trabajo cumple con los criterios metodológicos y de contenido, esta Dirección a mi cargo le **autoriza la impresión del documento** mencionado, para la defensa oral del mismo, en el examen que Usted sustentará para obtener el Grado de Maestro en Materiales y Sistemas Energéticos Renovables.

Se le pide observar las características normativas que debe tener el documento impreso y entregar en esta Dirección un tanto empastado del mismo.

Atentamente

“Por la Cultura de mi Raza”


Dra. Magnolia Solís López
Directora



C.c.p. Interesado
Expediente

Ciudad Universitaria. Lib. Norte Poniente núm. 1150
Colonia Lajas Maciel C.P. 29039
Tuxtla Gutiérrez, Chiapas, México
Tel: (01 961) 61 70 440 Ext. 4360
investigacionyposgrado@unicach.mx

DEDICATORIA

Este trabajo va dedicado:

A mi esposa Paulina Nandayapa Rodas, mi hija Sofía Elizabeth Espinosa Nandayapa y mi hijo Eliseo Espinosa Nandayapa que son mi motivación. Gracias por su apoyo, cariño y amor en los momentos difíciles y, su comprensión y paciencia por el tiempo requerido para lograr este trabajo.

A mis padres, Gustavo Adolfo Espinosa Corzo y Celia García Ruiz que siempre han estado presentes en las dificultades.

AGRADECIMIENTOS.

Agradezco principalmente al Dr. Guillermo Ibáñez Duharte, quien fue mi asesor en esta tesis y quien me apoyo en el desarrollo de este trabajo mediante sus conocimientos y asesoría. Fue el guía que marco el camino para lograr este proyecto.

Expreso mi gratitud al CONACYT, por la beca otorgada para realizar mis estudios de maestría y apoyar de esta forma la investigación.

INDICE GENERAL

DEDICATORIA	I
AGRADECIMIENTOS.....	I
INDICE GENERAL	II
RESUMEN.....	V
NOMENCLATURAS.....	VI
SUBÍNDICES.....	X
LISTA DE FIGURAS.....	XI
LISTA DE TABLAS	XII
CAPITULO 1: GENERALIDADES	1
1.1 Introducción.....	1
1.2 Revisión bibliográfica.....	4
1.3 Planteamiento del problema.....	10
1.4 Objetivos.....	10
1.5 Justificación.....	11
1.6 Organización de la tesis.....	12
1.7 Conclusión.....	12
1.8 Referencias.....	13
CAPITULO 2: FUNDAMENTOS TEÓRICOS.....	15
2.1 Introducción.....	15
2.2 Energía, transferencia de energía y análisis general de energía.....	15
2.3 Análisis de masa y energía de volúmenes de control.....	16
2.4 La segunda ley de la termodinámica.....	18
2.5 Entropía.....	19
2.6 Exergía: una medida del potencial de trabajo.....	20
2.7 La transferencia de calor.....	21
2.7.1. Calores específicos de gases, líquidos y sólidos.....	21
2.7.2. Balance de energía para sistemas de flujo estacionario.....	22
2.7.3. Mecanismos de transferencia de calor, conductividad térmica y difusividad térmica.....	22
2.7.4. Absortividad, reflectividad y transmisividad.....	24
2.7.5. Número de Nusselt.....	24
2.7.6. Número de Prandtl.....	25
2.8 Convección interna forzada.....	25
2.8.1. Tubos y ductos.....	25
2.8.2. Flujos laminar y turbulento en tubos.....	26
2.8.3. Análisis térmico general.....	26
2.9 Convección natural.....	27
2.9.1. Convección natural dentro de recintos cerrados.....	27
2.9.2. Recintos cerrados rectangulares inclinados.....	27
2.10 Radiación solar.....	28
2.10.1. La constante solar.....	28
2.10.2. Variación de la radiación extraterrestre.....	28
2.10.3. Tiempo solar.....	28
2.10.4. Dirección de la radiación directa.....	29

2.10.5. Relación de radiación directa en superficie inclinada a la superficie horizontal. ...	30
2.10.6. Radiación extraterrestre en superficie horizontal.	30
2.11 Radiación solar disponible.	31
2.11.1. Radiación en superficies inclinadas: cielo isotrópico.	31
2.11.2. Intercambio de radiación infrarrojo entre dos superficies grises.	31
2.11.3. Radiación del cielo.	31
2.11.4. Relaciones de transferencia de calor para flujo interno.	31
2.11.5. Coeficientes de convección eólica.	32
2.13 Métodos de Runge-Kutta.	34
2.14 Coeficiente de pérdida lateral.	35
2.15 Conclusión.	36
2.16 Referencias.	36
CAPÍTULO 3: METODOLOGÍA	37
3.1 Introducción.	37
3.2 Descripción del modelo.	37
3.3 Balances de energía para los elementos del colector.	38
3.4 Modelo para radiación directa y difusa.	39
3.5 Determinación del calor transferido en la cubierta superior.	41
3.6 Determinación del calor transferido en la placa absorbadora.	46
3.7 Determinación del calor transferido en el fluido de trabajo.	49
3.8 Determinación del calor transferido en el aislamiento inferior.	50
3.9 Determinación del calor transferido en la placa base.	51
3.10 Determinación del calor transferido en el marco lateral:	52
3.11 Balances de energía para método Runge Kutta Fehlberg.	53
3.12 Ecuación para los datos del viento.	53
3.13 Ecuación para los datos de temperatura ambiente.	54
3.14 Análisis exergético.	54
3.15 Eficiencia exergética.	56
3.16 Conclusión.	56
3.17 Referencias.	57
CAPITULO IV: ANALISIS DE RESULTADOS.	58
4.1 Introducción.	58
4.2 Modelado.	58
4.3 Optimización.	59
4.4 Optimización del colector.	60
4.4.1. Efecto de la variación del material de la cubierta superior.	61
4.4.2. Efecto de la variación del material de la placa absorbadora.	62
4.4.3. Efecto de la variación del material del aislante.	64
4.4.4. Efecto de la variación del material de la placa base.	65
4.4.5. Efecto de la variación del material del marco lateral.	66
4.4.6. Efecto de la variación del espesor de cubierta superior en la eficiencia exergética. .	67
4.4.7. Efecto de la variación del espesor de la placa absorbadora en la eficiencia exergética.	71
4.4.8. Efecto de la variación del espesor del aislante en la eficiencia exergética.	75
4.4.9. Efecto de la variación del espesor de la placa base en la eficiencia exergética.	78
4.4.10. Efecto de la variación del espesor del marco lateral en la eficiencia exergética.	82

4.4.11. Efecto de la variación de la distancia entre placa absorbadora y cubierta superior en la eficiencia exergética.	86
4.4.12. Efecto de la variación de la longitud del colector en la eficiencia exergética.	89
4.4.13. Efecto de la variación del ancho del colector en la eficiencia exergética.	93
4.4.14. Efecto de la variación de la distancia entre el aislante y la placa absorbadora en la eficiencia exergética.	96
4.5 Algoritmo genético.....	100
4.6 Conclusión.....	103
4.7 Referencias:.....	104
5 CONCLUSIONES.....	105
ANEXO A.....	106
ANEXO B.....	111

RESUMEN.

El presente estudio aborda el problema en el diseño de dispositivos para la conversión de la radiación solar en energía térmica. Éstos presentan un rendimiento que no es óptimo desde el punto de vista de parámetros geométricos, propiedades físicas de materiales y eficiencia de segunda ley de la termodinámica. Por esto, como objetivo se realiza el análisis de irreversibilidades de colectores solares de aire de placas planas con cubierta para su optimización basada en el criterio de máxima exergía. Para esto se plantea una metodología dividida en dos etapas; en la etapa 1 se realiza el modelo de colector solar de placas planas con cubierta que opera bajo condiciones transitorias obteniendo el balance de energía para cada elemento del colector. Además, se determina la exergía de entrada y destrucciones exergéticas involucradas en el colector; en la etapa 2 se optimiza el modelo del colector solar implementando el método de Runge Kutta Fehlberg para obtener la caracterización térmica la cual es utilizada en las ecuaciones de exergía y así obtener la eficiencia exergética del colector, el código fue desarrollado en MATLAB. En la presentación de los resultados se obtienen los efectos de la variación de los materiales y los parámetros geométricos de cada elemento del colector en la eficiencia exergética.

NOMENCLATURAS

e :	Energía total por unidad de masa	kJ/kg
E :	Energía total	kJ
m :	Masa	kg
U, u :	Energía interna	kJ
EC, ec :	Energía cinética	kJ
EP, ep :	Energía potencial	kJ
V :	Velocidad	m/s
g :	Aceleración gravitacional	m/s^2
z :	Altura	m
\dot{m} :	Flujo másico	kg/s
ρ :	Densidad	kg/m^3
A_t :	Sección transversal de flujo	m^2
\dot{V} :	Flujo volumétrico	m^3/s
V_{prom}, V :	Velocidad media del flujo normal a A_t	m/s
q :	Transferencia de calor por unidad de masa	kJ/kg
Q :	Cantidad de transferencia de calor	kJ
W :	Trabajo	kJ
v :	Volumen específico	m^3/kg
P :	Presión	N/m^2
θ :	Energía total de fluido en movimiento por unidad de masa	kJ/kg
h :	Entalpía por unidad de masa	kJ/kg
S :	Entropía	kJ/K
T :	Temperatura	$^{\circ}\text{C}$
s :	Entropía por unidad de masa	kJ/Kkg
X :	Exergía	kJ
V :	Volumen	m^3
ϕ :	Exergía por unidad de masa de sistema cerrado	kJ/kg
ψ :	Exergía de flujo	kJ
c_v :	Calor específico a volumen constante	kJ/kgK
c_p :	Calor específico a presión constante	kJ/kgK
c :	Calor específico	kJ/kgK
c_{prom} :	Calor específico promedio	kJ/kgK
k :	Conductividad térmica	kJ/msK
a :	Difusividad térmica	m^2/s
Nu :	Numero de Nusselt	
L :	Longitud	m
Pr :	Numero de Prandtl	
ν :	Viscosidad cinemática	m^2/s
μ :	Viscosidad dinámica	kg/ms
Re :	Numero de Reynolds	
Ra :	Número de Rayleigh	
ε :	Emisividad	
α :	Absortividad	
G_{on} :	Radiación extraterrestre incidente en el plano normal	

n :	Día n del año	
G_{CS} :	Constante solar	W/m^2
ϕ :	Latitud	
δ :	Declinación	
γ :	Angulo azimutal de superficie	
ω :	Angulo horario	
θ :	Angulo de incidencia	
θ_z :	Angulo cenital	
α_s :	Angulo de altitud solar	
γ_s :	Angulo de azimut solar	
σ :	Constante de Stefan-Boltzmann (= 5.67×10^{-8})	$W/m^2 k^4$
Q_{cs} :	Radiación absorbida por cubierta superior	W
Q_{pa-cs} :	Calor transferido de placa absorbente a cubierta superior	W
Q_{cs-ml} :	Calor transferido de cubierta superior a marco lateral	W
Q_{cs-a} :	Calor transferido de cubierta superior al ambiente	W
Q_{pa} :	Radiación absorbida por placa absorbente	W
Q_{pa-ft} :	Calor transferido de placa absorbedora al fluido de trabajo	W
Q_{pa-ai} :	Calor transferido de placa absorbedora al aislante	W
Q_{pa-ml} :	Calor transferido entre placa absorbente y el marco lateral	W
Q_{pa-ft} :	Calor transferido de placa absorbedora al fluido de trabajo	W
Q_{ft-ai} :	Calor transferido entre el fluido de trabajo y el aislamiento	W
Q_{ft} :	Calor absorbido por el fluido	W
Q_{ai-pb} :	Calor transferido entre el aislamiento y la placa base	W
Q_{ai-ml} :	Calor transferido entre el aislamiento y el marco lateral	W
Q_{ai-pb} :	Calor transferido de aislante a placa base	W
Q_{pb-a} :	Calor transferido de placa base al ambiente	W
Q_{pb-ml} :	Calor transferido de placa base a marco lateral.	W
Q_{ml-a} :	Calor transferido entre el marco lateral y el ambiente.	W
G_T :	Irradiancia solar global sobre la superficie inclinada	W/m^2
A_{cs} :	Área de cubierta superior	
G_{cs} :	Radiación absorbida por cubierta superior	
$\tau_{cs,a}$:	Transmitancia de cubierta superior al considerar sólo las pérdidas por absorción	
K_{cs} :	Coefficiente de extinción de cubierta superior	
L :	Trayectoria real de la radiación a través de una capa transparente	
δ_{cs} :	Espesor de cubierta superior	
n_2 :	Índice de refracción del medio 2 (cubierta superior)	
G_g :	Irradiancia solar reflejada en el suelo incidente en la superficie horizontal	
G_d :	Irradiancia solar difusa en la superficie horizontal	
G_b :	Irradiancia solar directa en la superficie horizontal	
θ_1 :	Angulo de incidencia de radiación directa	
ρ :	Albedo	
k_{vi-Tm1} :	Conductividad térmica viento a temperatura media 1	W/mK

$\beta_{v,pa-cs}$	Coeficiente de expansión volumétrica, para un gas ideal	1/K
ν_{vi-Tm1}	Viscosidad cinemática del viento a temperatura media 1	m^2/s
α_{vi-Tm1}	Difusividad térmica del viento a temperatura media 1	m^2/s
$h_{c,pa-cs}$	Coeficiente de transferencia de calor por convección de la placa absorbente a la cubierta superior	
$h_{r,pa-cs}$	Coeficiente de transferencia de calor por radiación de la placa absorbente a la cubierta superior	
ϵ_{cs}	Emitancia de cubierta superior	
ϵ_{pa}	Emitancia de placa absorbedora	
A_{cs-ml}	Área de contacto entre cubierta superior y marco lateral	
δ_{ml}	Espesor de marco lateral	
k_{cs}	Conductividad térmica de cubierta superior	
k_{ml}	Conductividad térmica de marco lateral	
h_{c1}	Coeficiente de transferencia de calor por conducción entre cubierta superior y marco lateral	
$Long_{cs}$	Longitud de cubierta superior	
$Anch_{cs}$	Ancho de cubierta superior	
$Long$	Longitud del colector	
$Anch$	Ancho del colector	
$h_{c,cs-a}$	Coeficiente de transferencia de calor por convección desde la cubierta superior al ambiente	
$h_{r,cs-a}$	coeficiente de transferencia de calor por radiación desde la cubierta superior al ambiente	
Nu_{pa-cs}	Nusselt entre placa absorbedora y cubierta superior	
Nu_{cs-a}	Nusselt entre cubierta superior y ambiente	
k_{vi-Tm2}	Conductividad térmica viento a temperatura media 2	W/mK
L_{cs}	Longitud característica de cubierta superior	
V_{vi}	Velocidad del viento	
$\beta_{v,cs-a}$	Coeficiente de expansión volumétrica	1/K
Ra_{pa-cs}	Rayleigh placa absorbedora cubierta superior	
Ra_{cs-a}	Rayleigh cubierta superior ambiente	
ν_{vi-Tm2}	Viscosidad cinemática del viento a temperatura media 2	m^2/s
α_{vi-Tm2}	Difusividad térmica del viento a temperatura media 2	m^2/s
Pr_{cs-a}	Prandtl cubierta superior ambiente	
Nu_{cs-al}	Nusselt para flujo laminar	
Nu_{cs-at}	Nusselt para flujo turbulento	
Re_{cs-a}	Reynolds cubierta superior ambiente	
μ_{vi-Tm2}	Viscosidad dinámica del viento a temperatura media 2	Pas
ρ_{vi-Tm2}	Densidad del viento a temperatura media 2	kg/m^3
G_{pa}	Irradiancia solar absorbida por la placa absorbedora	
$(\tau\alpha)_b$	Transmitancia-absortancia para la radiación solar directa	
$(\tau\alpha)_d$	Transmitancia-absortancia para la radiación difusa	
$(\tau\alpha)_g$	Transmitancia-absortancia para la radiación reflejada	
α_s	Ángulo de elevación del sol	
τ_{cs}	Transmitancia de la cubierta superior	

α_{pa} :	Absortancia de la placa absorbedora	
r_{cs} :	Reflectancia de la cubierta superior	
$\tau_{cs,r}$:	Transmitancia de cubierta superior al considerar solo pérdidas por reflexión	
N_{cs} :	Numero de cubiertas	
θ_d :	Angulo de incidencia de radiación difusa	
θ_g :	Angulo de incidencia de radiación reflejada	
$h_{c,pa-ft}$:	coeficiente de transferencia de calor por convección de placa absorbedora a fluido de trabajo	
D_h :	Diámetro hidráulico	
Re_{pa-ft} :	Reynolds placa absorbedora fluido de trabajo	
μ_{vi-Tm3} :	Viscosidad dinámica del viento a temperatura media 3	<i>Pas</i>
ρ_{vi-Tm3} :	Densidad del viento a temperatura media 3	<i>kg/m³</i>
$Long_{pa}$:	Longitud de placa absorbedora	
$Anch_{pa}$:	Ancho de placa absorbedora	
δ_{ai-pa} :	Distancia de aislante a placa absorbedora	
$h_{r,pa-ai}$:	coeficiente de transferencia de calor por radiación de placa absorbedora a aislante	
ε_{ai} :	Emitancia de aislante	
A_{pa-ml} :	Área de contacto entre placa absorbedora y marco lateral	
δ_{pa} :	Espesor de placa absorbedora	
k_{pa} :	Conductividad térmica de placa absorbedora	
h_{c2} :	Coeficiente de transferencia de calor por conducción entre placa absorbedora y marco lateral	
ρ_{pa} :	Densidad de placa absorbedora	
m_{pa} :	Masa de placa absorbedora	
ρ_{cs} :	Densidad de cubierta superior	
m_{cs} :	Masa de cubierta superior	
c_{pa} :	Calor específico de placa absorbedora	
c_{cs} :	Calor específico de cubierta superior	
$h_{c,ft-ai}$:	coeficiente de transferencia de calor por convección entre fluido de trabajo y aislante	
μ_{vi-Tm4} :	Viscosidad dinámica del viento a temperatura media 4	<i>Pas</i>
ρ_{vi-Tm4} :	Densidad del viento a temperatura media 4	<i>kg/m³</i>
k_{vi-Tm3} :	Conductividad térmica viento a temperatura media 3	<i>W/mK</i>
k_{vi-Tm4} :	Conductividad térmica viento a temperatura media 4	<i>W/mK</i>
h_{ft} :	Coeficiente del aumento de energía del fluido	
m_{ft} :	Masa de fluido de trabajo	
c_{ft} :	Calor específico de fluido de trabajo	
A_{ai-pb} :	Área de contacto entre aislante y placa base	
δ_{ai} :	Espesor de aislante	
k_{pb} :	Conductividad térmica de placa base	
δ_{pb} :	Espesor de placa base	
k_{ai} :	Conductividad térmica de aislante	

h_{c3} :	Coefficiente de transferencia de calor por conducción entre aislante y placa base
$Long_{ai}$:	Longitud de aislante
$Anch_{ai}$:	Ancho de aislante
A_{ai-ml} :	Área de contacto entre aislante y marco lateral
h_{c4} :	Coefficiente de transferencia de calor por conducción entre aislante y marco lateral
m_{ai} :	Masa de placa absorbedora
ρ_{ai} :	Densidad de aislante
c_{ai} :	Calor específico de aislante
A_{pb-ml} :	Área de contacto entre placa base y marco lateral
h_{c5} :	Coefficiente de transferencia de calor por conducción entre placa base y marco lateral
A_{ml} :	Área de marco lateral
$\dot{E}x_{des}$:	Exergía destruida
ΔP :	Diferencia de presión
η_{ex} :	Eficiencia exergética

SUBÍNDICES

i, ent :	In, Entrada
e, sal :	Exit, Salida
$sist$:	Sistema
$2, fin$:	Estado final
$1, ini$:	Estado inicial
VC :	Volumen de control
fl :	Flujo
int :	Internamente
rev :	Reversible
gen :	Generada
ais :	Aislado
k :	Sitio
$prom$:	Promedio
0 :	Estado muerto
c :	Característica
r :	Pérdidas por reflexión
cs :	Cubierta superior
pb :	Placa base
ai :	Aislante inferior
pa :	Placa absorbedora
ml :	Marco lateral
ft :	Fluido de trabajo
$cond$:	Conducción
$conv$:	Convección
rad :	Radiación
cr :	Critica

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 MAPAS DE IRRADIACIÓN EN MÉXICO	2
FIGURA 2 CLASIFICACIÓN DE CSA.....	3
FIGURA 3 CLASIFICACIÓN DE LAS TECNOLOGÍAS	3
FIGURA 4 DIÁMETRO HIDRÁULICO PARA TUBOS, DUCTOS Y CANALES.	26
FIGURA 5 CORRIENTES DE CONVECCIÓN EN UN RECINTO CERRADO HORIZONTAL CON A) PLACA CALIENTE ARRIBA Y B) PLACA CALIENTE ABAJO.....	27
FIGURA 6 RECINTO CERRADO RECTANGULAR INCLINADO CON SUPERFICIES ISOTÉRMICAS.	28
FIGURA 7 PERDIDAS LATERALES DE UN COLECTOR DE PLACA PLANA.....	36
FIGURA 8 MODELO DE COLECTOR DE PLACAS PLANAS CON CUBIERTA.....	37
FIGURA 9 TRANSFERENCIAS DE CALOR EN LOS ELEMENTOS DEL COLECTOR.....	38
FIGURA 10 COMPARACIÓN DE LA RADIACIÓN CALCULADA CON LA RADIACIÓN MEDIDA.....	41
FIGURA 11 INTERPOLACIÓN REALIZADA EN MATLAB PARA LA VELOCIDAD DEL VIENTO.....	53
FIGURA 12 INTERPOLACIÓN REALIZADA EN MATLAB PARA LA TEMPERATURA AMBIENTE.....	54
FIGURA 13 EFICIENCIA EXERGÉTICA PARA DIFERENTES MATERIALES DE LA CS.....	61
FIGURA 14 EFICIENCIA EXERGÉTICA PARA DIFERENTES MATERIALES DE LA PA.....	62
FIGURA 15 PINTURA NEGRA EN ALUMINIO VARIANDO A) EMISIVIDAD B) ABSORTIVIDAD.....	63
FIGURA 16 EFICIENCIA EXERGÉTICA PARA DIFERENTES MATERIALES DEL AI.....	64
FIGURA 17 DESTRUCCIÓN EXERGÉTICA DENTRO DE LA PLACA BASE PARA DIFERENTES MATERIALES DEL AI.....	65
FIGURA 18 EFICIENCIA EXERGÉTICA PARA DIFERENTES MATERIALES DE LA PB.....	66
FIGURA 19 EFICIENCIA EXERGÉTICA PARA DIFERENTES MATERIALES DEL ML.....	66
FIGURA 20 VARIACIÓN DE EFICIENCIA EXERGÉTICA EN EL TIEMPO AL VARIAR ESPESOR DE CS.....	68
FIGURA 21 VARIACIÓN ESPESOR CUBIERTA SUPERIOR.....	68
FIGURA 22 VARIACIÓN DE TEMPERATURAS EN DIFERENTES PUNTOS DEL COLECTOR PARA LOS DIFERENTES ESPESORES DE LA CUBIERTA SUPERIOR.....	69
FIGURA 23 VARIACIÓN DE LAS DESTRUCCIONES EXERGÉTICAS PARA DIFERENTES ESPESORES DE CS.....	70
FIGURA 24 VARIACIÓN DE LA EFICIENCIA EXERGÉTICA EN EL TIEMPO AL VARIAR ESPESOR DE PA.....	72
FIGURA 25 VARIACIÓN ESPESOR PLACA ABSORBEDORA.....	72
FIGURA 26 VARIACIÓN DE TEMPERATURAS EN DIFERENTES PUNTOS DEL COLECTOR PARA LOS DIFERENTES ESPESORES DE LA PLACA ABSORBEDORA.....	73
FIGURA 27 VARIACIÓN DE LAS DESTRUCCIONES EXERGÉTICAS PARA DIFERENTES ESPESORES DE PA.....	74
FIGURA 28 VARIACIÓN DE EFICIENCIA EXERGÉTICA EN EL TIEMPO PARA DIFERENTES ESPESORES DE AI.....	75
FIGURA 29 VARIACIÓN DEL ESPESOR DEL AISLANTE.....	76
FIGURA 30 VARIACIÓN DE TEMPERATURAS EN DIFERENTES PUNTOS DEL COLECTOR PARA LOS DIFERENTES ESPESORES DEL AISLANTE.....	76
FIGURA 31 VARIACIÓN DE LAS DESTRUCCIONES EXERGÉTICAS PARA DIFERENTES ESPESORES DEL AISLANTE.....	78
FIGURA 32 VARIACIÓN DE EFICIENCIA EXERGÉTICA EN EL TIEMPO PARA DIFERENTES ESPESORES DE PB.....	79
FIGURA 33 VARIACIÓN ESPESOR PLACA BASE.....	79
FIGURA 34 VARIACIÓN DE TEMPERATURAS EN DIFERENTES PUNTOS DEL COLECTOR PARA LOS DIFERENTES ESPESORES DE LA PLACA BASE.....	80
FIGURA 35 VARIACIÓN DE LAS DESTRUCCIONES EXERGÉTICAS PARA DIFERENTES ESPESORES DE PB.....	81
FIGURA 36 VARIACIÓN DE LA EFICIENCIA EXERGÉTICA EN EL TIEMPO PARA DIFERENTES ESPESORES DE ML.....	82
FIGURA 37 VARIACIÓN ESPESOR MARCO LATERAL.....	83

FIGURA 38 VARIACIÓN DE TEMPERATURAS EN DIFERENTES PUNTOS DEL COLECTOR PARA LOS DIFERENTES ESPESORES DEL MARCO LATERAL.	83
FIGURA 39 VARIACIÓN DE LAS DESTRUCCIONES EXERGÉTICAS VARIANDO ESPESOR DE ML.	85
FIGURA 40 VARIACIÓN DE LA EFICIENCIA EXERGÉTICA EN EL TIEMPO VARIANDO LA DISTANCIA ENTRE PA Y CS.	86
FIGURA 41 VARIACIÓN DISTANCIA ENTRE PLACA ABSORBEDORA Y CUBIERTA SUPERIOR.	87
FIGURA 42 VARIACIÓN DE TEMPERATURAS EN DIFERENTES PUNTOS DEL COLECTOR PARA DIFERENTES DISTANCIAS ENTRE LA PLACA ABSORBEDORA Y CUBIERTA SUPERIOR.	87
FIGURA 43 VARIACIÓN DE LAS DESTRUCCIONES EXERGÉTICAS PARA DIFERENTES DISTANCIAS ENTRE PA Y CS.	89
FIGURA 44 VARIACIÓN DE LA EFICIENCIA EXERGÉTICA EN EL TIEMPO PARA DIFERENTES LONGITUDES DEL COLECTOR.	90
FIGURA 45 VARIACIÓN LONGITUD DEL COLECTOR.	90
FIGURA 46 VARIACIÓN DE TEMPERATURAS EN DIFERENTES PUNTOS DEL COLECTOR PARA LAS DIFERENTES LONGITUDES DEL COLECTOR.	91
FIGURA 47 VARIACIÓN DE LAS DESTRUCCIONES EXERGÉTICAS PARA DIFERENTES LONGITUDES DEL COLECTOR.	92
FIGURA 48 VARIACIÓN DE LA EFICIENCIA EXERGÉTICA EN EL TIEMPO PARA DIFERENTES ANCHURAS DEL COLECTOR.	93
FIGURA 49 VARIACIÓN ANCHO DEL COLECTOR.	94
FIGURA 50 VARIACIÓN DE TEMPERATURAS EN DIFERENTES PUNTOS DEL COLECTOR PARA LAS DIFERENTES ANCHURAS DEL COLECTOR.	94
FIGURA 51 VARIACIÓN DE LAS DESTRUCCIONES EXERGÉTICAS PARA DIFERENTES ANCHURAS DEL COLECTOR.	96
FIGURA 52 VARIACIÓN DE LA EFICIENCIA EXERGÉTICA EN EL TIEMPO PARA DIFERENTES DISTANCIAS ENTRE AI Y PA.	97
FIGURA 53 VARIACIÓN DISTANCIA ENTRE AISLANTE Y PLACA ABSORBEDORA.	97
FIGURA 54 VARIACIÓN DE TEMPERATURAS EN DIFERENTES PUNTOS DEL COLECTOR PARA LAS DIFERENTES DISTANCIAS ENTRE EL AISLANTE Y LA PLACA ABSORBEDORA.	98
FIGURA 55 VARIACIÓN DE LAS DESTRUCCIONES EXERGÉTICAS PARA DIFERENTES DISTANCIAS ENTRE EL AISLANTE Y LA PLACA ABSORBEDORA.	99
FIGURA 56 VALOR DE VARIABLES EN CADA GENERACIÓN.	101
FIGURA 57 CURVA DE EFICIENCIA EXERGÉTICA MÁXIMA ALCANZADA CON EL AG.	102
FIGURA 58 DISEÑO BASADO EN DIMENSIONES OBTENIDAS A) VISTA SUPERIOR B) VISTA FRONTAL Y C) VISTA LATERAL.	103

LISTA DE TABLAS

TABLA 1 RELACIÓN ENTRE EL TIPO DE ATMÓSFERA Y EL GRADO DE TURBIDEZ.	40
TABLA 2 VALORES E INTERVALOS DE CONFIANZA DE LOS PARÁMETROS A, B, B' Y B'' PARA CLIMA CÁLIDO SUBHÚMEDO POR ALTITUD Y TIPO DE ATMÓSFERA EN MÉXICO.	40
TABLA 3 VALORES UTILIZADOS DE LOS PARÁMETROS A, B, B' Y B''	41
TABLA 4 PARÁMETROS GEOMÉTRICOS DE DISEÑO.	60
TABLA 5 PROPIEDADES DE LOS MATERIALES.	60
TABLA 6 CONDICIONES DE OPERACIÓN.	61
TABLA 7 MATERIALES PARA CUBIERTA SUPERIOR.	61
TABLA 8 MATERIALES PARA PLACA ABSORBEDORA.	62
TABLA 9 MATERIALES PARA AISLANTE.	64
TABLA 10 MATERIALES PARA VARIACIÓN DE GEOMETRÍAS.	67
TABLA 11 RANGO DE LOS VALORES DE VARIABLES.	101

CAPITULO 1: GENERALIDADES

1.1 Introducción.

Actualmente, las energías renovables se han establecido en todo el mundo como una importante fuente de energía. Su rápido crecimiento, particularmente en el sector eléctrico, es impulsado por diversos factores, incluyendo el aumento de la rentabilidad de las tecnologías renovables; iniciativas de política aplicada; un mejor acceso al financiamiento; seguridad energética y cuestiones de medio ambiente; demanda creciente de energía en economías en desarrollo y emergentes; y la necesidad de acceso a una energía modernizada. En consecuencia, en los países en desarrollo están surgiendo mercados nuevos, tanto para la energía renovable centralizada como para la distribuida [1].

Las energías renovables modernas abastecen aproximadamente el 8% de la energía final en servicios de climatización en edificios e industria de todo el mundo, una gran mayoría es suministrada por la energía de biomasa, y en menor escala contribuyen la energía solar térmica y la geotérmica. Sin embargo, aproximadamente tres cuartas partes del consumo mundial de energía para calor sigue siendo sustentada por los combustibles fósiles. Aunque la capacidad total y la generación de las tecnologías renovables de calentamiento y enfriamiento continuaron al alza, el 2015 presenció un declive mundial en las tasas de crecimiento, debido a los bajos costos del petróleo en todo el mundo [1].

México cuenta con un enorme potencial en recursos renovables, y gracias a las reformas implementadas en el sector energético, se han eliminado barreras que impedían el desarrollo de proyectos y tecnologías [2]. En mapas proporcionados por el servicio en línea del grupo solargis podemos observar el potencial que tiene México, tanto en la irradiación global horizontal como en la irradiación directa normal, para explotar tecnologías como los colectores solares.



Figura 1 Mapas de Irradiación en México

Un colector solar es un tipo especial de intercambiador de calor que transforma la energía radiante solar en calor. Un colector solar difiere en varios aspectos de los intercambiadores de calor más convencionales. Este último normalmente realiza un intercambio de fluido a fluido con altas velocidades de transferencia de calor y con la radiación como un factor sin importancia. En el colector solar, la transferencia de energía es de una fuente lejana de energía radiante a un fluido [3].

Según el medio de transferencia de calor que fluye a través del colector, los colectores solares se dividen en dos tipos: Colector solar de líquido (CSL) y Colector solar de aire (CSA) [4]. Los CSA se clasifican de acuerdo al número de cubiertas, los materiales absorbentes, la forma de la superficie absorbente, tipos de flujo, colectores híbridos y sus aplicaciones. Una clasificación de los CSA es mostrada en la figura 2, donde cada grupo es dividido en un subgrupo [5].

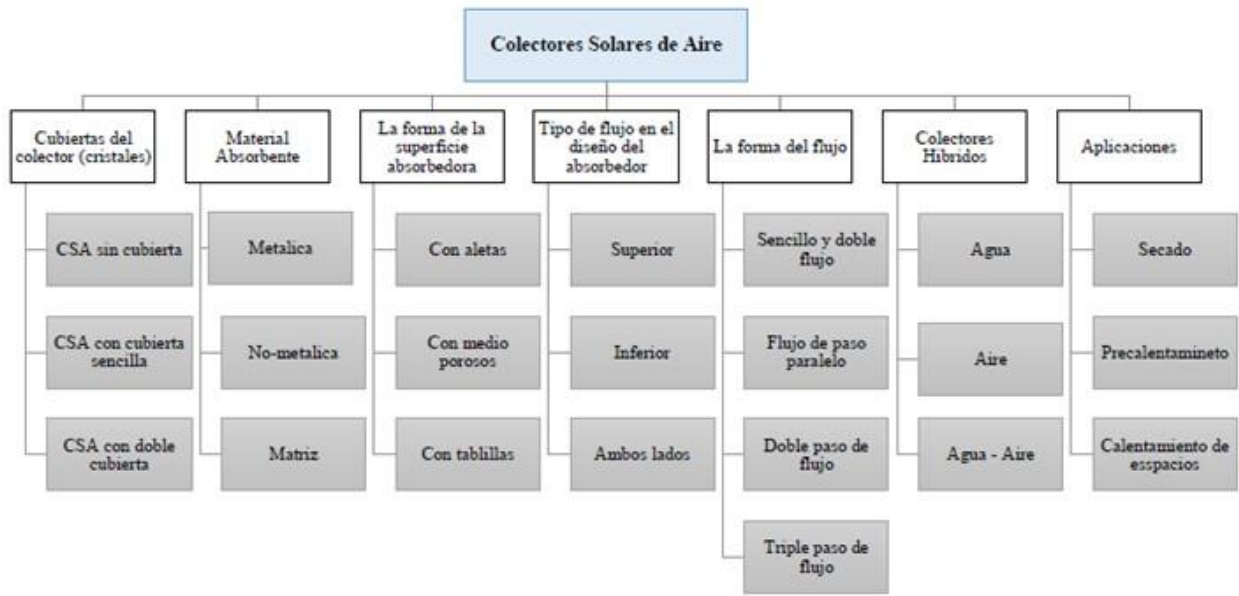


Figura 2 Clasificación de CSA

También, la tecnología utilizada en la captación de la energía solar térmica de forma activa se puede clasificar, en función del margen de temperatura que se requiera, en tecnologías de: baja temperatura ($T < 90\text{ }^{\circ}\text{C}$), media temperatura ($90\text{ }^{\circ}\text{C} < T < 400\text{ }^{\circ}\text{C}$) y alta temperatura ($T > 400\text{ }^{\circ}\text{C}$). En la figura 1.3 se puede observar la clasificación y el tipo de colector para cada margen de temperatura [6].

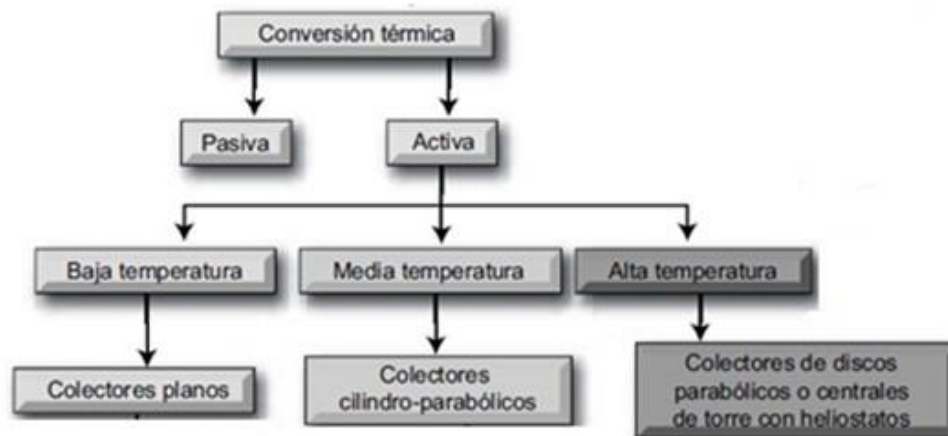


Figura 3 Clasificación de las tecnologías

Los colectores planos se pueden diseñar para aplicaciones que requieren suministro de energía a temperaturas moderadas, hasta tal vez 100°C por encima de la temperatura ambiente. Utilizan radiación solar y radiación difusa, no requieren seguimiento del sol y requieren poco mantenimiento. Son mecánicamente más simples que los colectores de concentración [3].

1.2 Revisión bibliográfica.

La mayor parte de los autores coinciden que la optimización termodinámica de los colectores solares de placas planas inicia como objeto de estudio en la década de los ochentas. En 1981 se realiza el análisis de los colectores solares de placas planas por Bejan *et al.* (1981) [7] estableciendo las bases analíticas para los colectores. Ellos se basaron en un modelo simple para el funcionamiento del colector solar. El modelo adimensional simple que plantearon ignoraba las pérdidas por fricción y lo utilizaron para estudiar colectores isotérmicos y no isotérmicos.

Otro análisis relevante de la década de los ochenta fue lo planteado por Altfeld *et al.* (1988a, b) [8]. Utilizaron un análisis de exergía, en el cual determinaron las irreversibilidades en varios modelos de colectores solares considerando condiciones de estado estable, efectos de borde despreciados, flujo de aire constante en colector, la conducción de calor en la dirección del flujo despreciada, propiedades ópticas constantes, cubierta transparente opaca a la radiación de onda larga y cielo tratado como cuerpo negro con una temperatura igual a la temperatura ambiente. Estudian el efecto de la adición de superficies extendidas en las irreversibilidades del sistema y en el desempeño de este tipo de colectores.

Posteriormente, en el año 2001 Torres *et al.* [9] presentaron un problema de diseño de colectores solares planos basados en el número de generación de entropía y el número de flujo de masa durante la conversión solar-térmica. Determinaron las condiciones óptimas de funcionamiento del colector solar como el caudal másico óptimo para el área de colector fija y el área de recogida para la temperatura óptima del fluido de salida para un caudal másico. En un trabajo posterior [10] establecieron una metodología generalizada para determinar la temperatura óptima de funcionamiento y la longitud óptima del caudal del fluido de trabajo por medio de un modelo termo hidráulico desarrollado a partir del punto de vista de la primera y segunda ley. Se derivan relaciones para diferentes disposiciones de conductos de aire y placas de absorción, que pueden usarse para calcular el rendimiento térmico óptimo para una aplicación específica y una geometría de colector solar dada.

Hasta este punto los trabajos de exergía eran escasos pero en el año 2005 Luminosu y Fara [11] presentan un análisis con el cual optimizan un modelo basándose en análisis de exergía. Llevaron a cabo un estudio exergético basado en simulación numérica con la que obtuvieron una expresión para la eficiencia de colectores solares de placas planas como función del área del

colector y el flujo de aire; este estudio se limita a colectores solares con áreas entre 0 y 10 m^2 y para flujos de masa entre 0 y 0.0076 kg/s.

De la misma manera Gupta y Kaushik (2008) [12] consideraron un colector que consiste en una cubierta de cristal plana y una placa de absorción plana con una placa de fondo paralela bien aislada, formando un paso de relación de aspecto (relación entre anchura de colector y profundidad de conducto de colector) a través de la cual fluye el aire a calentar. Establecieron los parámetros óptimos de rendimiento para la entrega exergía máxima durante la recolección de energía solar en un calentador de aire solar de placa plana. Esta entrega de exergía máxima la determinaron al optimizar la relación de aspecto óptima (relación de longitud a anchura de la placa de absorción) y la profundidad óptima del conducto (la distancia entre el absorbedor y las placas de fondo). Las velocidades de salida de energía y de exergía del calentador de aire solar se evaluaron para varios valores de relación de aspecto del colector, caudal másico por unidad de área de la placa de colector y profundidad del conducto del calentador de aire solar para determinar el efecto de estos sobre la energía y sobre la tasa de producción de exergía.

Al año siguiente Farahat et al. (2009) [13] desarrollaron una optimización exergética de los colectores solares de placas planas para determinar el rendimiento óptimo y los parámetros de diseño de estos sistemas de conversión de energía solar a térmica. Realizaron un análisis de energía y exergía para evaluar el rendimiento térmico y óptico, los caudales y pérdidas de exergía, así como la eficiencia exergética. En este análisis se consideraron como variables los siguientes parámetros geométricos y de funcionamiento: el área de la placa absorbente, las dimensiones del colector solar, el diámetro de las tuberías, el caudal másico, la entrada de fluido, la temperatura de salida, el coeficiente de pérdida global, etc. Implementaron un programa computacional para determinar el comportamiento de la eficiencia exergética en función del caudal másico del fluido y del área de la placa absorbente.

Hasta este punto todos los análisis térmicos realizados son sencillos al considerar el modelo de colector como un todo, es decir, un solo elemento. En el 2011 Baritto y Bracamonte [14] presentaron un modelo considerando tres elementos en el colector. Desarrollaron y validaron un modelo adimensional para describir el comportamiento térmico de un colector solar de placas planas no isotérmico sin cubierta transparente. Determinaron las ecuaciones de balance de energía para la placa de absorción, para el flujo de aire y para la placa de fondo. Estimaron los coeficientes de transferencia de calor y coeficientes de fricción, determinaron las propiedades térmicas del aire

para obtener un sistema de ecuaciones adimensionales. Usaron un código en Matlab para resolver las ecuaciones por diferencias finitas. Obtuvieron graficas de la variación de la temperatura de salida con la relación de aspecto longitudinal para diferentes relaciones de aspecto transversales, wla relación de aspecto transversal para diferentes relaciones de aspecto longitudinal y una ecuación no dimensional para la temperatura de salida en función de los parámetros de diseño.

Continuaron sus trabajo en el año siguiente [15]. Ampliaron su modelo propuesto anteriormente de ecuaciones de balance de energía y ecuaciones adimensionales para incluir la ecuación de balance de entropía en su forma adimensional. Su modelo básicamente consiste en un canal de sección rectangular. La placa superior, o de absorción, recibe la radiación solar difusa y directa, absorbiendo gran parte de la misma. Parte del calor absorbido por la placa es transferido por convección desde la misma hacia el aire que es forzado a fluir dentro del canal. La placa del fondo se encuentra térmicamente aislada, mientras que los lados laterales del canal se consideran adiabáticos. Con la finalidad de encontrar la distribución de temperatura en todos los componentes del colector plantearon una ecuación de balance de flujo de energía en ambas placas, y en el volumen de control de longitud diferencial. Modificaron su código para implementarlo al nuevo modelo. Obtuvieron gráficas para observar la distribución de temperaturas e irreversibilidades a lo largo del colector y determinaron la influencia de los parámetros de diseño en el número de generación de entropía.

Y para complementar Baritto y Bracamonte (2013) [16] emplearon sus modelos anteriores para generar una base de datos que abarca un amplio rango de parámetros de operación que, a criterio de los autores, se puede obtener en la práctica. El modelo se desarrolló bajo las siguientes consideraciones: el colector solar opera en condiciones estacionarias, no se considera la variación temporal de la irradiación solar; sólo se consideran gradientes de temperaturas en la dirección del flujo, por lo tanto la distribución de temperatura es unidimensional; la temperatura es uniforme en la dirección perpendicular a las placas, debido a su baja resistencia térmica; tanto las placas como el aire se consideran no isotérmicos, el aire dentro del colector se considera un gas ideal, y transparente a la radiación de cualquier longitud de onda, por lo que no participa en el proceso de transferencia de calor por radiación entre las placas. Modificaron su código para obtener una ecuación de ajuste que representa a las superficies de número de generación de entropía en función de las relaciones de aspecto.

Ya fue hasta el 2013 que Baritto y Bracamonte [17] realizan su mejor trabajo de optimización utilizando todos sus trabajos anterior. Desarrollaron un análisis para los colectores solares de placas planas sin acristalamiento, consistentes en un conducto con tres lados aislados y el otro expuesto al sol. Para ello se mejora el modelo de Baritto y Bracamonte [18] [19], incluyendo la ecuación de transporte de entropía en una forma no dimensional. El modelo se resuelve para una amplia gama de condiciones de funcionamiento y se aplica el método de minimización de entropía para determinar el diseño óptimo de los colectores solares de placa plana sin cubierta de vidrio. Para medios prácticos se propone un método simple para determinar las relaciones de aspecto óptimas en función del número de flujo de masa y la temperatura de salida del aire, con respecto a que en la mayoría de los diseños prácticos estos dos últimos parámetros son impuestos por la aplicación. Las ecuaciones del balance se escriben con las siguientes consideraciones: el colector solar funciona bajo condiciones de estado estacionario, las temperaturas sólo cambian en la dirección del flujo, la conducción de calor a través de las placas es despreciable, el aire dentro del colector es transparente a la radiación de longitud de onda larga y los lados laterales son adiabáticos. Modificaron su código para implementar su nuevo modelo. Realizaron optimización correlacionando la temperatura de salida y el número de generación de entropía como funciones de las relaciones de aspecto y el número de flujo másico.

El análisis de colectores solares de placas continua por Farzad Jafarkazemi *et al.* (2013) [18] sin embargo ya no es de aire, el análisis de colectores de placas planas para calentamiento de aire pierde interés y se popularizan los modelos de calentamiento de agua, pero de los cuales podemos tomar lo necesario para adaptarlo a un modelo de calentamiento de aire. [18] presentaron un modelo teórico y completo para el análisis de la energía y la exergía de colectores solares de placa plana a través del cual se puede examinar el efecto de todos los parámetros de diseño sobre el rendimiento. Examinaron el efecto de parámetros como la velocidad y el caudal del fluido, el tipo de fluido de trabajo y el grosor del aislamiento posterior en la energía y la eficiencia de la exergía del colector. Concluyeron que las eficiencias energéticas y de exergía tienen comportamientos contradictorios en muchos casos. Mientras que un aumento en la temperatura de entrada del fluido conduce a una disminución en la eficiencia energética del colector, conduce a un aumento general en la eficiencia de la exergía incluso a su máximo. De manera similar, aunque un aumento en el índice de flujo de masa conduce a un aumento en la eficiencia energética del colector, tiene un efecto inverso en la eficiencia de la exergía. La mayoría de las destrucciones de exergía

ocurren durante el proceso de absorción en la placa de absorción del colector. El aumento de la temperatura del agua de entrada y la disminución del caudal másico de agua pueden ser eficaces para disminuir estas destrucciones.

De igual manera Mahdi Hedayatizadeh *et al.* (2016) [19] presentaron un modelo para calentamiento de agua. Realizaron un análisis exergético en profundidad de un calentador de aire solar con placa corrugada y doble paso / acristalado con base a términos de pérdida de exergía. Determinaron su análisis de exergía con respecto a las pérdidas exergéticas internas / externas, la eficiencia exergética se optimiza considerando cuatro variables independientes de distancia entre los dos acristalamientos adyacentes, la altura de las ondulaciones en V, el área del calentador y el caudal másico total. Concluyeron determinando los valores óptimos de las cuatro variables consideradas que produjeron la máxima eficiencia exergética. Entre los términos de pérdida de exergía, el que se originó de la diferencia de temperatura entre el sol y el absorbente tuvo el papel más importante, el término de pérdida de exergía relacionada con la óptica ocupó la segunda posición en comparación con otros tres términos restantes de pérdida de exergía. Las magnitudes de otros tres términos de pérdida de exergía no fueron muy notables.

Fue con Iuliana Soriga *et al.* (2016) [20] que, aunque presenta un modelo para calentamiento de agua su procedimiento de siete elementos en régimen transitorio, muestra un procedimiento más complejo aplicable a los colectores solares de placas planas útil también para los modelos de calentamiento de aire. Estimaron cuánto dependen los efectos de la inercia térmica en las dos características del régimen radiativo. Desarrollaron y probaron un modelo de colector solar inestable en comparación con los datos proporcionados por el fabricante y las mediciones independientes. Las simulaciones las realizaron bajo el clima continental templado de Timisoara (Rumania, Europa del Este). Seleccionaron cuatro días de verano y cuatro días de invierno, que abarcan diferentes clases relativas de sol y diferentes niveles de estabilidad del régimen radiativo. Desarrollaron un modelo matemático para describir el comportamiento dinámico de un colector de calentamiento de agua de placa plana.

El mismo año, Ehsan Shojaeizadeh *et al.* (2016) [21] con su modelo de calentamiento de agua presentaron un estudio sobre la optimización de la eficiencia exergética de un colector solar de placa plana basado en nanofluido. Tomaron en cuenta la optimización de la eficiencia exergética cuando se supone que los parámetros de la radiación solar y la temperatura ambiente son incontrolables y presentaron una amplia gama de datos transitorios de condiciones climáticas que

pueden tener lugar durante la primavera y el verano de Kermanshah (Irán). Desarrollaron una correlación exponencial decreciente adecuada en función de los valores de T_a/G_t (relación de temperatura ambiente a radiación solar) para la eficacia de exergía optimizada y también para controlar parámetros (caudal másico de fluido, concentración de volumen de nanopartículas y temperatura de entrada del colector).

En el 2017 Mouna Hamed *et al.* [22] evaluaron la energía y el rendimiento de la energía de un colector solar integrado de material de cambio de fase (PCM) con almacenamiento de calor latente en condiciones transitorias. Desarrollaron un modelo teórico basado en la primera y la segunda leyes de la termodinámica para predecir el comportamiento térmico del sistema. Proponen una capa de PCM integrada en los tubos de transferencia de calor de un colector solar de placa plana para almacenar energía y proporcionar agua caliente. Determinaron el rendimiento del sistema durante los procesos de carga y descarga, utilizando un análisis de energía y exergía. Demostraron que el sistema con almacenamiento tiene una ventaja significativa en comparación con el colector solar convencional.

Al año siguiente se retoman los colectores solares de aire, M.M. Matheswaran *et. al.* [23] investigaron analíticamente una eficiencia de exergía del calentador de aire solar de placa de chorro de doble conducto de una sola pasada (SPDDJPSAH, Single Pass Double Duct Jet Plate Solar Air Heater). Sus análisis lo realizaron para diferentes caudales de masa, relación de paso de flujo, relación de paso y diámetro de chorro. Y presentaron los efectos de estas variables en la eficiencia.

Y es Arsham Mortazavi y MehranAmeri [24] quienes ejecutan un análisis de exergía convencional en un colector de placa plana simple y un colector de placa plana con lámina metálica delgada aplicable a nuestro modelo. Utilizaron modelos matemáticos diseñados utilizando ecuaciones de balance de energía desarrolladas para cada componente. Presentaron los efectos del número de Reynolds, la profundidad del canal y la intensidad de la radiación en la aniquilación de exergía de cada componente, el proceso lo realizaron mediante el análisis de exergía convencional.

Por otro lado, respecto a los modelos de radiación útiles para poder aplicarlos en modelos de colectores solares de placas planas en régimen transitorio. Antonio J. Gutiérrez-Trashorras *et al.* (2018) [23] analizaron los procesos de atenuación de la radiación solar y revisaron los trabajos científicos en este campo, específicamente los modelos analíticos para el cálculo de la irradiancia solar, así como establecer un método alternativo para calcular la magnitud de la presión atmosférica global. Desarrollaron un nuevo método muy rápido y preciso para cuantificar las irradiancias

solares en cualquier sitio. Su análisis muestra que los parámetros requeridos son solo el tipo de clima, la altitud y el estado de la atmósfera, también permite cuantificar la influencia del grado de turbidez en irradiaciones directas y difusas. Este método fue implementado y caracterizado en México utilizando la información meteorológica de 74 estaciones meteorológicas ubicadas en diferentes climas del país.

Y K.N. Shukla et al. (2015) [24] hace el enorme trabajo de presentar la comparación de los diferentes modelos empíricos utilizados para la estimación de la radiación solar en una superficie inclinada.

1.3 Planteamiento del problema.

Como vemos en los antecedentes, los modelos de colectores solares de placas planas de aire constantemente se están mejorando y, analizando el efecto que tienen diversas variables sobre la eficiencia. Sin embargo, el análisis de parámetros geométricos se limita al canal del colector o el área de captación y de materiales de los elementos del colector no se tienen ningún análisis importante. Por esto, podemos concluir que nuestro problema a resolver es el siguiente: El diseño de dispositivos para la conversión de la radiación solar en energía térmica presenta un rendimiento que no es óptimo desde el punto de vista de parámetros geométricos y propiedades físicas de materiales y/o eficiencia de segunda ley de la termodinámica.

1.4 Objetivos.

Objetivo general:

Realizar el análisis de irreversibilidades de colectores solares de aire de placas planas con cubierta para su optimización basada en el criterio de máxima exergía en las condiciones ambientales del estado de Chiapas.

Objetivos específicos:

1 Plantear modelo de colector de placas planas con cubierta y el balance exergético.

Actividades:

- a. Revisión de artículos y revistas publicadas relacionadas con los colectores solares de placas planas.
- b. Planteamiento del modelo físico de colector de placas planas con cubierta.
- c. Determinación de balance de energía en cada elemento del colector.
- d. Realización de balance de exergía.

2 Optimizar modelo del colector solar de aire implementándolo en un código de computación.

Actividades:

- a. Identificación de parámetros: variables y constantes.
- b. Selección de método numérico.
- c. Escritura de código computacional
- d. Análisis de resultados

1.5 Justificación.

Mientras que el potencial de mercado de energía eléctrica basada en sistemas solares es conocido y ampliamente explorado, existen áreas menos conocidas y con poco desarrollo como el de la energía solar térmica directa para procesos y conversión; este nicho ha sido poco explorado, pero presenta oportunidades en el uso de energía solar de baja y media temperatura en aplicaciones directas para sustituir la energía fósil. La mayor parte de la energía en el planeta se utiliza para generar calor lo que representa el doble de la energía utilizada para generar electricidad y 50% más de la necesaria para transportación. La energía térmica representa el 54% de la demanda global mientras que la electricidad únicamente el 17% [25].

Las principales aplicaciones de los colectores solares son la obtención de agua caliente sanitaria, climatización de piscinas, calefacción en hogares, refrigeración solar, invernaderos agrícolas, producción de hidrogeno, generación de electricidad, precalentamiento de agua en procesos industriales del sector alimentario, sistemas de lavado de coches, lavanderías, secadores, sencillas desaladoras por destilación, entre otras [26]. Cada una de estas aplicaciones requieren un estudio específico del colector para obtener el diseño adecuado.

Estas aplicaciones en México son sumamente escasas hasta el punto de que en los reportes de avances de energías limpias publicado por la SENER prácticamente no aparece el uso o el avance de la energía térmica. Contribuir con la investigación sobre este tipo de energía orientada a la aplicación tecnológica en México sería de gran ayuda para que otras personas se interesen por iniciar la explotación de esta energía, pero sería de mayor ayuda si es dirigido al estado.

Siendo exergía una propiedad que permite determinar el potencial de trabajo útil de una cantidad dada de energía en algún estado especificado. También denominada disponibilidad o energía disponible [27]. Al realizar la optimización del colector para la obtención de la máxima exergía según las condiciones ambientales del estado de Chiapas se obtendrá un diseño apto para el estado que marcará con seguridad el potencial y las limitaciones prácticas que tiene este tipo colector en aplicaciones.

1.6 Organización de la tesis.

Esta tesis estará constituida por cuatro capítulos:

Capítulo 1: se presenta la revisión bibliográfica acerca de los colectores solares de placas planas y como se han planteado el análisis energético y exergético en éstos. Se menciona el problema a estudiar y los objetivos programados.

Capítulo 2: marco teórico formado por los fundamentos teóricos del análisis termodinámico y de la Transferencia de Calor que están implicados en el estudio de los colectores solares de placas planas. Además, se indica los fundamentos de la cinemática solar y del método numérico a implementar.

Capítulo 3: se presenta el modelo para el análisis energético y exergético, se indica la metodología implementada para lograr los objetivos planteados.

Capítulo 4: se presentan los resultados obtenidos de los cálculos implementados en el código de programación y se culminará con la conclusión de todo el estudio.

1.7 Conclusión.

En este capítulo se describió brevemente el panorama actual de los colectores solares de placas planas para calentamiento de aire. Además, se indicaron los estudios ya existentes acerca de la optimización de los colectores ya mencionados y otros tipos similares, lo cual da un panorama de que metodología plantearon y que análisis realizaron para poder optimizar o simplemente obtener un resultado. Con base en esto se logró determinar el problema a analizar permitiendo poder plantear los objetivos de manera adecuada y su justificación correspondiente.

1.8 Referencias.

- [1] REN 21. Energías renovables 2016 reporte de la situación mundial.
- [2] SENER. Reporte de avances de energías limpias primer semestre 2016. México, 2016.
- [3] John A. Duffie, William A. Beckman. Solar Engineering of Thermal Processes. Fourth Edition. John Wiley & Sons, Inc. 2013.
- [4] Chuan sun, Yuting Liu, Chen Duan, Yao Zheng, Huawei Chang, Shuiming Shu. A mathematical model to investigate on the thermal performance of a flat plate solar air collector and its experimental verification. ELSEVIER. 2016.
- [5] Imer López Grijalva. Optimización de colectores solares de aire basado en el análisis exergético. Tesis para grado de maestro. Tuxtla Gutiérrez, Chiapas. Junio 2015.
- [6] José Antonio Carta González, Roque Calero Pérez, Antonio Colmenar Santos, Manuel-Alonso Castro Gil. Centrales de energías renovables generación eléctrica con energías renovables. Pearson educación. Madrid. 2009.
- [7] A. Bejan, D.W. Kearney, F. Kreith. Second law analysis and synthesis of solar collector systems. Journal of solar energy engineering. Vol. 103/23. February 1981.
- [8] K. Altfeld, W. Leiner, M. Fiebig. Second law optimization of flat-plate solar air heaters, part I. Solar energy. Vol. 41. Pp. 127-132. 1988.
- [8] K. Altfeld, W. Leiner, M. Fiebig. Second law optimization of flat-plate solar air heaters, part II. Solar energy. Vol. 41. Pp. 309-317. 1988.
- [9] E. Torres-Reyes, B. A. Ibarra-Salazar, J. G. Cervantes-De G. Thermoeconomic analysis at optimal performance of non-isothermal flat-plate solar collectors. Applied Thermodynamics. Vol. 4. Pp. 103-109. June 2001.
- [9] E. Torres-Reyes, B. A. Ibarra-Salazar, J. G. Cervantes-De Gortari, M. Picon-Nuñez. A design method of flat-plate solar collectors base on minimum entropy generation. Exergy Int. J. Vol. 1. Pp. 46-52. 2001.
- [10] E. Torres-Reyes, J. J. Navarrete-Gonzalez, A. Zaleta-Aguilar, J. G. Cervantes-De Gortari. Optimal process of solar to thermal energy conversion and design of irreversible flat-plate solar collectors. Energy. Vol. 28. Pp. 99-113. 2003.
- [11] I. Luminosu, L. Fara. Determination of the optimal operation mode of a flat solar collector by exergetic analysis and numerical simulation. Energy. Vol. 30. Pp. 731-747. 2005.
- [12] M. K. Gupta, S. C. Kaushik. Exergetic performance evaluation and parametric studies of solar air heater. Energy. Vol. 33. Pp. 1691-1702. 2008.
- [13] S. Farahat, F. Sarhaddi, H. Ajam. Exergetic optimization of flat plate solar collectors. Renewable Energy. Vol. 34. Pp. 1169-1174. 2009.
- [14] Miguel Baritto, Johane Bracamonte. A dimensionless model for the outlet temperature of a nonisothermal flat plate solar collector for air heating. Solar energy. Vol. 86. Pp. 647-653. 2012.
- [15] Bracamonte-Baran Johane Hans, Baritto-Loreto Miguel Leonardo. Análisis de irreversibilidades en colectores solares de placas planas no isotérmicas para calentamiento de aire utilizando un modelo adimensional. Ingeniería investigación y tecnología. Vol. 14. Pp. 237-247. 2013.
- [16] Miguel Baritto, Johane Bracamonte. Ecuación aproximada para la generación de entropía en colectores solares planos no isotérmicos para calentamiento de aire. Revista iberoamericana de ingeniería mecánica. Vol. 17. Pp. 149-162. 2013.
- [17] Johane Bracamonte, Miguel Baritto. Optimal aspect ratios for non-isothermal flat plate solar collectors for air heating. Solar energy. Vol.97. Pp. 605-613. 2013.

- [18] Farzad Jafarkazemi, Emad Ahmadifard. Energetic and exergetic evaluation of flat plate solar collectors. *Renewable Energy*. Vol. 56. Pp 55 - 63. 2013.
- [19] Mahdi Hedayatizadeh, Faramarz Sarhaddi, Ali Safavinejad, Faramarz Ranjbar, Hossein Chaji. Exergy loss-based efficiency optimization of a double-pass/glazed v-corrugated plate solar air heater. *Energy*. Vol. 94. Pp 799 – 810. 2016.
- [20] Iuliana Soriga, Viorel Badescu. Thermal inertia of flat-plate solar collectors in different radiative Regimes. *Energy Conversion and Management*. Vo. 111. Pp 27 – 37. 2016.
- [21] Ehsan Shojaeizadeh, Farzad Veysi. Development of a correlation for parameter controlling using exergy efficiency optimization of an Al₂O₃/water nanofluid based flat-plate solar collector. *Applied Thermal Engineering*. Vol. 98. Pp 1116 – 1129. 2016.
- [22] Mouna Hamed, Ali Fallah, Ammar Ben Brahim. Numerical analysis of charging and discharging performance of an integrated collector storage solar water heater. *International of hydrogen energy*. Vol. 4 2. Pp 8777 – 8789. 2017.
- [23] M.M. Matheswaran, T.V. Arjunanb, D. 2018. Somasundaram. Analytical investigation of solar air heater with jet impingement using energy and exergy analysis. *Solar Energy*. Vol. 161. Pp. 25–37.
- [24] Arsham Mortazavi, MehranAmeri. 2018. Conventional and advanced exergy analysis of solar flat plate air collectors. *Energy*.
- [25] Antonio J. Gutiérrez-Trashorrasa, Eunice Villicaña-Ortiz, Eduardo Álvarez-Álvarez, Juan M. González-Caballín, Jorge Xiberta-Bernata, María J. Suarez-López. Attenuation processes of solar radiation. Application to the quantification of direct and diffuse solar irradiances on horizontal surfaces in Mexico by means of an overall atmospheric transmittance. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. Vol. 81. Pp 93–106. 2018.
- [24] K.N. Shukla, Saroj Rangnekarb, K. Sudhakar. Comparative study of isotropic and anisotropic sky models to estimate solar radiation incident on tilted surface: A case study for Bhopal, India. *Energy Reports*. Vol. 1. Pp 96 – 103. 2015.
- [24] FUMEC. Programa innovación orientada, energía solar.
- [25] Javier María Méndez Muñiz, Rafael Cuervo García, Bureau Veritas Formación. *Energía solar térmica*. 3ra edición. Fundación confemetal. Madrid.
- [26] Yunes A. Cengel, Michael A. Boles. *Termodinámica*, séptima edición. McGraw-Hill. 2011.

CAPITULO 2: FUNDAMENTOS TEÓRICOS

2.1 Introducción.

Antes de comenzar el análisis del modelo para cumplir con los objetivos planteados se necesita tener las bases fundamentales con las cuales se logrará plantear un modelo que cumpla con toda la teoría relacionada. En el caso específico del modelo planteado en esta tesis, se requieren bases teóricas relacionadas a la física, matemáticas, métodos numéricos, cinemática solar y características de los materiales.

2.2 Energía, transferencia de energía y análisis general de energía.

2.2.1 Formas de energía.

La energía puede existir en varias formas: térmica, mecánica, cinética, potencial, eléctrica, magnética, química y nuclear, cuya suma conforma la energía total E de un sistema, la cual se denota por unidad de masa mediante e y se expresa como

$$e = E/m \quad (2.2.1)$$

Dos grupos conforman la energía total de un sistema: macroscópicas (cinética y potencial, por ejemplo) y microscópicas (energía interna, U). La energía total de un sistema consta sólo de las energías cinética, potencial e interna, y se expresa como

$$E = U + EC + EP = U + m \frac{V^2}{2} + mgz \quad (2.2.2)$$

Los volúmenes de control están relacionados con el flujo de un fluido, por esto se incorpora el flujo másico, \dot{m} , que es la cantidad de masa que fluye por una sección transversal por unidad de tiempo.

$$\dot{m} = \rho \dot{V} = \rho A_t V_{prom} \quad (2.2.3)$$

2.2.2 Transferencia de energía por calor.

La energía puede cruzar la frontera de un sistema cerrado en dos formas distintas: calor y trabajo. El calor se define como la forma de energía que se transfiere entre dos sistemas (o entre un sistema y el exterior) debido a una diferencia de temperatura. El calor es energía en transición y se reconoce sólo cuando cruza la frontera de un sistema. Una vez en el exterior, el calor transferido se vuelve parte de la energía interna de éstos. Así, en termodinámica el término calor significa simplemente transferencia de calor. La transferencia de calor de un sistema por unidad de masa se denota como q y se determina a partir de

$$q = Q/m \quad (2.2.4)$$

2.2.3 La primera ley de la termodinámica.

La primera ley de la termodinámica, conocida también como el principio de conservación de la energía, establece que la energía no se puede crear ni destruir durante un proceso; solo puede cambiar de forma.

2.2.4 Balance de energía.

El principio de conservación de la energía se expresa como: el cambio neto (aumento o disminución) de la energía total del sistema durante un proceso es igual a la diferencia entre la energía total que entra y la energía total que sale del sistema durante el proceso. Es decir

$$E_{ent} - E_{sal} = \Delta E_{sist} \quad (2.2.5)$$

Esta relación es más conocida como balance de energía.

2.2.5 Incremento de la energía de un sistema, $\Delta E_{sistema}$.

Para determinar el cambio de energía de un sistema durante un proceso se requiere evaluar la energía del sistema al principio y al final del proceso y encontrar su diferencia. Es decir

$$\Delta E_{sist} = E_{fin} - E_{ini} = E_2 - E_1 = \Delta U + \Delta EC + \Delta EP \quad (2.2.6)$$

Donde: $\Delta U = m(u_2 - u_1)$, $\Delta EC = \frac{1}{2}m(V_2^2 - V_1^2)$ y $\Delta EP = mg(z_2 - z_1)$.

2.2.6 Mecanismos de transferencia de energía, $E_{entrada}$ y E_{salida} .

La energía se puede transferir hacia o desde un sistema en tres formas: calor, trabajo y flujo másico. El balance de energía se expresa de modo explícito como

$$E_{ent} - E_{sal} = (Q_{ent} - Q_{sal}) + (W_{ent} - W_{sal}) + (E_{masa.ent} - E_{masa.sal}) = \Delta E_{sist} \quad (2.2.7)$$

2.3 Análisis de masa y energía de volúmenes de control.

2.3.1 Conservación de la masa.

La conservación de la masa es uno de los principios fundamentales de la naturaleza. Al igual que la energía, la masa es una propiedad conservada y que no puede crearse ni destruirse durante un proceso. Para volúmenes de control, la masa puede cruzar las fronteras, de modo que se debe mantener un registro de la cantidad de masa que entra y sale.

2.3.2 Principio de conservación de la masa.

El principio de conservación de la masa para un volumen de control se expresa como: la transferencia neta de masa hacia o desde el volumen de control durante un intervalo de tiempo Δt es igual al cambio neto (incremento o disminución) en la masa total dentro del volumen de control durante Δt . Es decir, considerando todas las entradas y salidas

$$\sum_{ent} \dot{m} - \sum_{sal} \dot{m} = \frac{dm_{VC}}{dt} \quad (2.3.1)$$

2.3.3 Trabajo de flujo y energía de un fluido en movimiento.

En los volúmenes de control hay flujo de masa a través de sus fronteras y se requiere trabajo para introducirla o sacarla del volumen de control. Este trabajo se conoce como trabajo de flujo o energía de flujo, y se requiere para mantener un flujo continuo a través de un volumen de control. El trabajo de flujo por unidad de masa es:

$$w_{fl} = Pv \quad (2.3.2)$$

2.3.4 Energía total de un fluido en movimiento.

El fluido que entra o sale de un volumen de control posee una forma adicional de energía, la energía de flujo. Entonces la energía total de un fluido en movimiento por unidad de masa, sabiendo que $Pv + u$ es la entalpía h , es

$$\theta = Pv + e = Pv + (u + ec + ep) = h + ec + ep = h + \frac{V^2}{2} + gz \quad (2.3.3)$$

2.3.5 Energía transportada por la masa.

Como θ es la energía total por unidad de masa, la energía total de un fluido en movimiento de masa m es simplemente

$$E_m = m\theta \quad (2.3.4)$$

2.3.6 Análisis de energía de sistemas de flujo estacionario.

Un proceso de flujo estacionario se define como un proceso durante el cual un fluido fluye de manera estacionaria por un volumen de control. Durante un proceso de flujo estacionario, el contenido de energía total de un volumen de control permanece constante. Entonces, la forma de tasa del balance de energía general escrito de manera explícita es

$$\dot{Q}_{ent} + \dot{W}_{ent} + \sum_{ent} \dot{m}\theta = \dot{Q}_{sal} + \dot{W}_{sal} + \sum_{sal} \dot{m}\theta \quad (2.3.5)$$

2.3.7 Análisis de procesos de flujo no estacionario.

Muchos procesos tienen que ver con cambios dentro del volumen de control con el tiempo. Esta clase de procesos se conocen como de flujo no estacionario o flujo transitorio. A diferencia de los procesos de flujo estacionario, los procesos de flujo no estacionario comienzan y terminan en algún tiempo finito en lugar de continuar indefinidamente. El balance de energía para un sistema de flujo transitorio se puede expresar de forma explícita como

$$\left(Q_{ent} + W_{ent} + \sum_{ent} m\theta \right) - \left(Q_{sal} + W_{sal} + \sum_{sal} m\theta \right) = (m_2 e_2 - m_1 e_1)_{sist} \quad (2.3.6)$$

Donde $\theta = h + ec + ep$ es la energía de una corriente de fluido en alguna entrada o salida por unidad de masa, y $e = u + ec + ep$ es la energía en el fluido estático dentro del volumen de control por unidad de masa.

2.4 La segunda ley de la termodinámica.

2.4.1 Depósitos de energía térmica.

Un cuerpo que posee una capacidad de energía térmica relativamente grande que pueda suministrar o absorber cantidades finitas de calor sin experimentar ningún cambio de temperatura, tal cuerpo se llama depósito de energía térmica, o sólo depósito. Un depósito que suministra energía en la forma de calor se llama fuente, y otro que absorbe energía en la forma de calor se llama sumidero.

2.4.2 Procesos reversibles e irreversibles.

Los procesos que ocurren en cierta dirección, y una vez ocurridos, no se pueden revertir por sí mismos de forma espontánea y restablecer el sistema a su estado inicial se clasifican como procesos irreversibles. Un proceso reversible se define como un proceso que se puede invertir sin dejar ningún rastro en los alrededores. Es decir, tanto el sistema como los alrededores vuelven a sus estados iniciales una vez finalizado el proceso inverso.

Se debe señalar que es posible volver un sistema a su estado original siguiendo un proceso, sin importar si éste es reversible o irreversible. Pero para procesos reversibles, esta restauración se hace sin dejar ningún cambio neto en los alrededores, mientras que para procesos irreversibles los alrededores normalmente hacen algún trabajo sobre el sistema, por lo tanto, no vuelven a su estado original. Los procesos reversibles en realidad no ocurren en la naturaleza, sólo son idealizaciones de procesos reales. Los reversibles se pueden aproximar mediante dispositivos reales, pero nunca se pueden lograr; es decir, todos los procesos que ocurren en la naturaleza son irreversibles. Pero sirven como modelos idealizados con los que es posible comparar los procesos reales. Los dispositivos consumen el mínimo de trabajo cuando se usan procesos reversibles en lugar de irreversibles.

Los procesos reversibles pueden ser considerados como límites teóricos para los irreversibles correspondientes. Algunos procesos son más irreversibles que otros. Quizá nunca se

tenga un proceso reversible, pero es posible aproximarse. A medida que se tiende hacia un proceso reversible, un dispositivo entrega más trabajo o requiere menos trabajo. El concepto de proceso reversible conduce a la definición de eficiencia según la segunda ley para procesos reales, que es el grado de aproximación al proceso reversible correspondiente. Esto permite comparar el desempeño de diferentes dispositivos diseñados para hacer la misma tarea con base en sus eficiencias. Mientras mejor sea el diseño, menores son las irreversibilidades y mayor es la eficiencia según la segunda ley.

2.4.3 Irreversibilidades.

Los factores que causan que un proceso sea irreversible se llaman irreversibilidades, las cuales son la fricción, la expansión libre, el mezclado de dos fluidos, la transferencia de calor a través de una diferencia de temperatura finita, la resistencia eléctrica, la deformación inelástica de sólidos y las reacciones químicas. La presencia de cualquiera de estos efectos hace que un proceso sea irreversible. Un proceso reversible no incluye ninguno de ellos.

2.4.4 Procesos interna y externamente reversibles.

Un proceso se denomina internamente reversible si no ocurren irreversibilidades dentro de las fronteras del sistema durante el proceso. Un proceso es denominado externamente reversible si no ocurren irreversibilidades fuera de las fronteras del sistema durante el proceso. La transferencia de calor entre un depósito y un sistema es un proceso externamente reversible si la superficie exterior del sistema está a la temperatura del depósito. Se le denomina a un proceso totalmente reversible, o nada más reversible, si no tiene que ver con irreversibilidades dentro del sistema o sus alrededores.

2.5 Entropía.

La primera ley de la termodinámica trata con la propiedad energía y la conservación de ella; mientras que la segunda define una propiedad llamada entropía.

El cambio de entropía de un sistema cerrado durante un proceso irreversible siempre es mayor que la transferencia de entropía. Es decir, alguna entropía es generada o creada durante un proceso irreversible, y esta generación se debe completamente a la presencia de irreversibilidades. La entropía de un sistema aislado durante un proceso siempre se incrementa o, en el caso límite de un proceso reversible, permanece constante. En otros términos, nunca disminuye. Esto es conocido como el principio de incremento de entropía. La ausencia de cualquier transferencia de calor, el

cambio de entropía solamente se debe a las irreversibilidades y su efecto es siempre incrementar la entropía.

La propiedad entropía es una medida de desorden molecular o aleatoriedad de un sistema, y la segunda ley de la termodinámica establece que la entropía puede crearse, pero no destruirse. Por consiguiente, el cambio de entropía de un sistema durante un proceso es mayor a la transferencia de entropía en una cantidad igual a la entropía generada durante el proceso el dentro del sistema. La entropía es una propiedad y el valor de una propiedad no cambia a menos que el estado del sistema cambie. Así, el cambio de entropía de un sistema es cero si el estado del sistema no cambia durante el proceso.

La entropía puede transferirse hacia o desde un sistema por dos mecanismos: transferencia de calor y flujo másico. La transferencia de entropía es reconocida en la frontera del sistema cuando la cruza, y representa la entropía ganada o perdida por un sistema durante un proceso. Las irreversibilidades siempre ocasionan que la entropía de un sistema aumente, por lo tanto, la generación de entropía es una medida de entropía creada por tales efectos durante un proceso.

2.6 Exergía: una medida del potencial de trabajo.

2.6.1 Eficiencia según la segunda ley, η_{II} .

Se define a la eficiencia según la segunda ley η_{II} como la relación entre la eficiencia térmica real y la eficiencia térmica máxima posible (reversible) bajo las mismas condiciones. Está ideada para servir como una medida de aproximación a la operación reversible, en consecuencia, su valor debe cambiar de cero en el peor caso (destrucción completa de exergía) a 1 en el mejor (sin destrucción de exergía). Con esta perspectiva, se define la eficiencia según la segunda ley de un sistema durante un proceso como

$$\eta_{II} = \frac{\text{Exergía recuperada}}{\text{Exergía suministrada}} = 1 - \frac{\text{Exergía destruida}}{\text{Exergía suministrada}} \quad (2.6.1)$$

Por consiguiente, al determinar la eficiencia según la segunda ley, primero necesitamos determinar cuánta exergía o potencial de trabajo se consume durante un proceso.

2.6.2 Transferencia de exergía.

La exergía, como la energía, puede transferirse hacia o desde un sistema en tres formas: calor, trabajo y flujo másico. Esta transferencia es reconocida en la frontera del sistema cuando la exergía la cruza, por lo que representa la exergía ganada o perdida por un sistema durante un

proceso. La transferencia de calor Q en una ubicación que se encuentra a temperatura termodinámica T siempre está acompañada por la transferencia de exergía X_{calor} en la cantidad de

$$X_{calor} = \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) Q \quad (2.6.2)$$

2.6.3 Principio de disminución de exergía y destrucción de exergía.

El principio de conservación de la energía indica que ésta no puede crearse ni destruirse durante un proceso. El principio de incremento de entropía, el cual puede considerarse como uno de los enunciados de la segunda ley, indica que esa entropía puede ser creada pero no destruirse. Un enunciado alternativo de la segunda ley de la termodinámica, llamado principio de disminución de exergía, el cual es la contraparte del principio de incremento de entropía es: La exergía de un sistema aislado durante un proceso siempre disminuye o, en el caso límite de un proceso reversible, permanece constante; en otros términos, la exergía nunca aumenta y es destruida durante un proceso real. Esto se conoce como el principio de disminución de exergía. Para un sistema aislado, la disminución de exergía es igual a la exergía destruida.

Las irreversibilidades siempre generan entropía y cualquier cosa que genera entropía siempre destruye la exergía. La exergía destruida es proporcional a la entropía generada. La exergía destruida es una cantidad positiva para cualquier proceso real y que se convierte en cero para uno reversible. La exergía destruida representa el potencial de trabajo perdido y también se denomina irreversibilidad o trabajo perdido.

2.7 La transferencia de calor.

La termodinámica trata de los estados de equilibrio y de los cambios desde un estado de equilibrio hacia otro. Por otra parte, la transferencia de calor se ocupa de los sistemas en los que falta el equilibrio térmico y, por lo tanto, existe un fenómeno de no equilibrio. Así, el estudio de la transferencia de calor no puede basarse sólo en los principios de la termodinámica. Sin embargo, las leyes de la termodinámica ponen la estructura para la ciencia de la transferencia de calor.

2.7.1. Calores específicos de gases, líquidos y sólidos.

El calor específico se define como la energía requerida para elevar en un grado la temperatura de una unidad de masa de una sustancia. Suele tenerse interés en dos tipos de calores específicos. El calor específico a volumen constante, c_V , y el calor específico a presión constante, c_P . Para los gases ideales, estos calores específicos están relacionados entre sí por $c_P = c_V + R$.

Los cambios diferenciales en la *energía interna* u y la *entalpía* h de un gas ideal se pueden expresar en términos de los calores específicos como

$$du = c_V dT \quad y \quad dh = c_P dT \quad (2.7.1)$$

Una sustancia cuyo volumen específico (o densidad específica) no cambia con la temperatura o la presión se conoce como sustancia incompresible. Los calores específicos a volumen constante y a presión constante son idénticos para las sustancias incompresibles. Por lo tanto, para los sólidos y los líquidos, $c_P \cong c_V \cong c$.

$$\Delta U = mc_{prom} \Delta T \quad (2.7.2)$$

2.7.2. Balance de energía para sistemas de flujo estacionario.

Cuando los cambios en las energías cinética y potencial son despreciables y no se tiene interacción de trabajo, el balance de energía para tal sistema de flujo estacionario se reduce a

$$\dot{Q} = \dot{m} \Delta h = \dot{m} c_p \Delta T \quad (2.7.3)$$

Donde \dot{Q} es la razón de la transferencia neta de calor hacia adentro o hacia afuera del volumen de control.

2.7.3. Mecanismos de transferencia de calor, conductividad térmica y difusividad térmica.

Conducción: La conducción es la transferencia de energía de las partículas más energéticas de una sustancia hacia las adyacentes menos energéticas, como resultado de interacciones entre esas partículas. La razón de la conducción de calor a través de una capa plana es proporcional a la diferencia de temperatura a través de ésta y al área de transferencia de calor, pero es inversamente proporcional al espesor de esa capa; es decir

$$\dot{Q}_{cond} = kA \frac{T_1 - T_2}{\Delta x} = -kA \frac{\Delta T}{\Delta x} \quad (2.7.4)$$

donde la constante de proporcionalidad k es la conductividad térmica del material, que es una medida de la capacidad de un material para conducir calor. El área A de transferencia de calor siempre es normal (o perpendicular) a la dirección de esa transferencia.

Conductividad térmica: Los diferentes materiales almacenan calor en forma diferente y se ha definido la propiedad de calor específico c como una medida de la capacidad de un material para almacenar energía térmica. Del mismo modo, la conductividad térmica k es una medida de la capacidad de un material para conducir calor. Por lo tanto, la conductividad térmica de un material

se puede definir como la razón de transferencia de calor a través de un espesor unitario del material por unidad de área por unidad de diferencia de temperatura.

Difusividad térmica: El producto ρc_p , que se encuentra con frecuencia en el análisis de la transferencia de calor, se llama capacidad calorífica de un material. Tanto el calor específico c_p como la capacidad calorífica ρc_p representan la capacidad de almacenamiento de calor de un material. Pero c_p la expresa por unidad de masa, en tanto que ρc_p la expresa por unidad de volumen. Otra propiedad de los materiales que aparece en el análisis de la conducción del calor en régimen transitorio es la difusividad térmica, la cual representa cuán rápido se difunde el calor por un material y se define como

$$\alpha = \frac{\text{Calor conducido}}{\text{Calor almacenado}} = \frac{k}{\rho c_p} \quad (2.7.5)$$

Convección: La convección es el modo de transferencia de energía entre una superficie sólida y el líquido o gas adyacente que está en movimiento y comprende los efectos combinados de la conducción y el movimiento de fluidos. Entre más rápido es el movimiento de un fluido, mayor es la transferencia de calor por convección. La convección recibe el nombre de convección forzada si el fluido es forzado a fluir sobre la superficie mediante medios externos como un ventilador, una bomba o el viento. Como contraste, se dice que es convección natural (o libre) si el movimiento del fluido es causado por las fuerzas de empuje que son inducidas por las diferencias de densidad debidas a la variación de la temperatura en ese fluido. La rapidez de la transferencia de calor por convección es proporcional a la diferencia de temperatura y se expresa en forma conveniente por la ley de Newton del enfriamiento como

$$\dot{Q}_{conv} = hA_s(T_s - T_\infty) \quad (2.7.6)$$

donde h es el coeficiente de transferencia de calor por convección, A_s es el área superficial a través de la cual tiene lugar la transferencia de calor por convección, T_s es la temperatura de la superficie y T_∞ es la temperatura del fluido suficientemente alejado de esta superficie. El coeficiente de transferencia de calor por convección h no es una propiedad del fluido. Es un parámetro que se determina en forma experimental y cuyo valor depende de todas las variables que influyen sobre la convección, como la configuración geométrica de la superficie, la naturaleza del movimiento del fluido, las propiedades de éste y la velocidad masiva del mismo.

Radiación: Del espectro electromagnético, el tipo de radiación electromagnética que resulta pertinente para la transferencia de calor es la radiación térmica emitida como resultado de las transiciones energéticas de las moléculas, los átomos y los electrones de una sustancia cuya temperatura está por encima del cero absoluto (se encuentran en constante movimiento y, como consecuencia, constantemente emiten radiación), la cual está siendo absorbida o transmitida en toda la extensión del volumen de la materia. Es decir, la radiación es un fenómeno volumétrico. Sin embargo, para los sólidos opacos (no transparentes) se considera que la radiación es un fenómeno superficial, ya que la emitida por las regiones interiores nunca puede llegar hasta la superficie y la que incide sobre esos cuerpos suele ser absorbida dentro de unas cuantas micras de la superficie.

2.7.4. Absortividad, reflectividad y transmisividad.

El flujo de radiación que incide sobre una superficie se llama irradiación y se denota por G . Cuando la radiación choca contra una superficie, parte de ella es absorbida, parte de ella es reflejada y la parte restante, si la hay, es transmitida. La fracción de irradiación absorbida por la superficie se llama absortividad α , la fracción reflejada por la superficie recibe el nombre de reflectividad ρ , y la fracción transmitida es la transmisividad τ . La absortividad, como la emisividad, su valor está en el intervalo $0 \leq \alpha \leq 1$. La primera ley de la termodinámica requiere que la suma de energía de radiación absorbida, reflejada y transmitida sea igual a la radiación incidente; esto es,

$$G_{abs} + G_{ref} + G_{tr} = G \quad (2.7.7)$$

Dividiendo cada término de esta relación entre G se obtiene

$$\alpha + \rho + \tau = 1 \quad (2.7.8)$$

En general, α de una superficie depende de la temperatura y de la longitud de onda de la radiación. La razón a la cual una superficie absorbe la radiación se determina a partir de

$$\dot{Q}_{absorbia} = \alpha \dot{Q}_{incidente} \quad (2.7.9)$$

2.7.5. Número de Nusselt.

Es práctica común quitar las dimensiones a las ecuaciones que rigen y combinar las variables, las cuales se agrupan en números adimensionales, con el fin de reducir el número de variables totales. También es práctica común quitar las dimensiones del coeficiente de transferencia de calor h con el número de Nusselt, que se define como

$$Nu = \frac{hL_c}{k} \quad (2.7.10)$$

donde k es la conductividad térmica del fluido y L_c es la longitud característica. El número de Nusselt representa el mejoramiento de la transferencia de calor a través de una capa de fluido como resultado de la convección en relación con la conducción a través de la misma capa. Entre mayor sea el número de Nusselt, más eficaz es la convección. Un número de Nusselt de $Nu = 1$ para una capa de fluido representa transferencia de calor a través de ésta por conducción pura.

2.7.6. Número de Prandtl.

La mejor manera de describir el espesor relativo de las capas límite de velocidad y térmica es por medio del parámetro número de Prandtl adimensional, definido como

$$Pr = \frac{\text{Difusividad molecular de la cantidad de movimiento}}{\text{Difusividad molecular del calor}} = \frac{v}{\alpha} = \frac{\mu c_p}{k} \quad (2.7.11)$$

Los números de Prandtl para los gases son de alrededor de 1, lo cual indica que tanto la cantidad de movimiento como el calor se disipan a través del fluido a más o menos la misma velocidad.

2.8 Convección interna forzada.

2.8.1. Tubos y ductos.

Los términos tubo, ducto y conducto suelen usarse en forma intercambiable para los tramos de flujo. En general, los tramos de flujo de sección transversal circular son nombrados tubos (en especial cuando el fluido es un líquido), y los tramos de flujo de sección transversal no circular, ductos (en especial cuando el fluido es un gas). La velocidad del fluido en un tubo cambia de cero en la superficie, debido a la condición de no deslizamiento, hasta un máximo en el centro del mismo. En el flujo de fluidos, resulta conveniente trabajar con una velocidad promedio, V_{prom} la cual se mantiene constante en el flujo incompresible, cuando el área de la sección transversal del tubo es constante.

Cuando un fluido se calienta o se enfría conforme fluye por un tubo, su temperatura en cualquier sección transversal cambia de T_s en la superficie de la pared hasta algún máximo (o mínimo, en el caso del calentamiento) en el centro del tubo. En el desplazamiento de fluidos, resulta conveniente trabajar con una temperatura promedio o media, T_m , la cual permanece constante en una sección transversal. A diferencia de la velocidad media, la temperatura media T_m cambia en la dirección del flujo, siempre que el fluido se caliente o se enfríe. Las propiedades del fluido en el

flujo interno suelen evaluarse a la temperatura del fluido promediada entre entrada y salida, la cual es el promedio aritmético de las temperaturas medias en la admisión y la salida; es decir,

$$T_m = \frac{T_i + T_e}{2} \quad (2.8.1)$$

2.8.2. Flujos laminar y turbulento en tubos.

El flujo en un tubo puede ser laminar o turbulento, dependiendo de las condiciones del mismo. El flujo de fluidos sigue líneas de corriente y, como consecuencia, es laminar a velocidades bajas, pero se vuelve turbulento conforme se incrementa la velocidad más allá de un valor crítico. Para el flujo por tubos no circulares, el número de Reynolds así como el número de Nusselt y el factor de fricción se basan en el diámetro hidráulico D_h , definido como (figura 4)

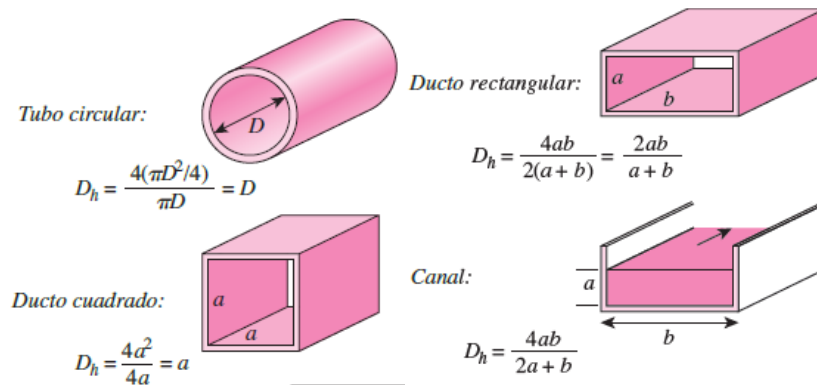


Figura 4 Diámetro hidráulico para tubos, ductos y canales.

$$D_h = \frac{4A_c}{p} \quad (2.8.2)$$

Donde A_c es el área de la sección transversal del tubo y p es su perímetro.

2.8.3. Análisis térmico general.

La ecuación de conservación de la energía para el flujo estacionario de un fluido en un tubo se puede expresar como

$$\dot{Q} = \dot{m}c_p(T_e - T_i) \quad (2.8.3)$$

donde T_i y T_e son las temperaturas medias del fluido en la entrada y la salida del tubo, respectivamente, y \dot{Q} es la razón de la transferencia de calor hacia el fluido o desde éste.

El flujo de calor en la superficie se expresa como

$$\dot{q}_s = h_x(T_s - T_m) \quad (2.8.4)$$

donde h_x es el coeficiente de transferencia de calor *local* y T_s y T_m son las temperaturas en la superficie y media del fluido en esta sección transversal.

2.9 Convección natural.

2.9.1. Convección natural dentro de recintos cerrados.

Las características de la transferencia de calor a través de un recinto cerrado horizontal dependen de si la placa más caliente está en la parte de arriba o en la de abajo (Fig. 5)

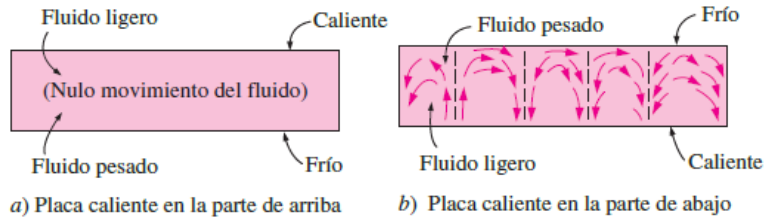


Figura 5 Corrientes de convección en un recinto cerrado horizontal con a) placa caliente arriba y b) placa caliente abajo.

Cuando la placa más caliente está en la parte de arriba, no se desarrollan corrientes de convección en el recinto, ya que el fluido más ligero siempre está arriba del más pesado. En este caso la transferencia de calor es por conducción pura y tendremos $Nu = 1$. Cuando la placa más caliente está en la parte de abajo, el fluido más pesado está arriba del más ligero y se tiene una tendencia de éste de derribar a aquél y subir hasta la parte superior, en donde entra en contacto con la placa más fría y se enfriará. Sin embargo, hasta que esto sucede, la transferencia de calor es por conducción pura y $Nu = 1$. Cuando $Ra_L > 1708$, la fuerza de flotabilidad vence la resistencia del fluido e inicia las corrientes de convección natural, las cuales se observa que tienen la forma de celdas hexagonales llamadas celdas de Bénard. Para $Ra_L < 3 \times 10^5$, las celdas se rompen y el movimiento del fluido se vuelve turbulento.

El número de Rayleigh para un recinto cerrado se determina a partir de

$$Ra_L = \frac{g\beta(T_1 - T_2)L_c^3}{\nu^2} Pr \quad (2.9.1)$$

en donde la longitud característica L_c es la distancia entre las superficies caliente y fría, y T_1 y T_2 son sus temperaturas. Todas las propiedades del fluido deben evaluarse a la temperatura promedio del mismo $T_{prom} = \frac{T_1 + T_2}{2}$.

2.9.2. Recintos cerrados rectangulares inclinados.

Los espacios de aire entre dos placas paralelas inclinadas se encuentran en los colectores solares de placa plana (entre la cubierta de vidrio y la placa de absorción). La transferencia de calor a través de un espacio cerrado inclinado depende de la proporción dimensional, H/L , así como del ángulo de inclinación θ con respecto a la horizontal (Fig. 6).

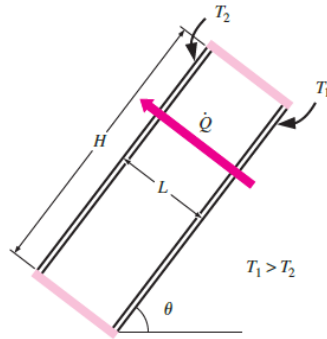


Figura 6 Recinto cerrado rectangular inclinado con superficies isotérmicas.[2]

2.10 Radiación solar.

2.10.1. La constante solar.

La radiación emitida por el sol y su relación espacial con la tierra dan como resultado una intensidad casi fija de radiación solar fuera de la atmósfera terrestre. La constante solar G_{CS} es la energía del sol por unidad de tiempo recibida sobre una superficie unitaria de superficie perpendicular a la dirección de propagación de la radiación a una distancia media tierra-sol fuera de la atmósfera. El Centro Mundial de Radiación (WRC) ha adoptado un valor de 1367 W/m^2 , con una incertidumbre del orden del 1%.

2.10.2. Variación de la radiación extraterrestre.

La radiación extraterrestre depende de la época del año. Una ecuación simple con precisión adecuada para la mayoría de los cálculos de ingeniería viene dada por

$$G_{on} = G_{SC} \left(1 + 0.033 \cos \left(\frac{360n}{365} \right) \right) \quad (2.10.1)$$

Una ecuación más precisa

$$G_{on} = G_{CS} (1.000110 + 0.034221 \cos B + 0.001280 \sin B + 0.000719 \cos 2B + 0.000077 \sin 2B) \quad (2.10.2)$$

donde G_{on} es la radiación extraterrestre incidente en el plano normal a la radiación en el día n del año y B es dado por

$$B = \frac{(n - 1)360}{365} \quad (2.10.3)$$

2.10.3. Tiempo solar.

Tiempo basado en el movimiento angular aparente del sol a través del cielo con el mediodía solar el tiempo que el sol cruza el meridiano del observador. El tiempo solar es el tiempo usado en

todas las relaciones del ángulo solar; no coincide con el reloj local. Es necesario convertir el tiempo estándar en tiempo solar aplicando dos correcciones. En primer lugar, hay una corrección constante de la diferencia de longitud entre el meridiano del observador (longitud) y el meridiano en el que se basa el tiempo estándar local. La segunda corrección es a partir de la ecuación del tiempo, que tiene en cuenta las perturbaciones en la tasa de rotación de la Tierra que afectan el tiempo que el Sol cruza el meridiano del observador. La diferencia en minutos entre el tiempo solar y el tiempo estándar es

$$\text{Solar time} - \text{Standard time} = 4(L_{st} - L_{loc}) + E \quad (2.10.4)$$

Donde L_{st} es el meridiano estándar para la zona horaria local, L_{loc} es la longitud de la localización en cuestión, y las longitudes están en grados oeste, es decir, $0^\circ < L < 360^\circ$. El parámetro E es la ecuación de tiempo (en minutos)

$$E = 229.2(0.000075 + 0.001868 \cos B - 0.032077 \sin B - 0.014615 \cos 2B - 0.04089 \sin 2B) \quad (2.10.5)$$

donde B se encuentra en la ecuación 2.10.3 y n es el día del año.

2.10.4. Dirección de la radiación directa.

Las relaciones geométricas entre un plano de cualquier orientación particular con respecto a la tierra en cualquier momento y la radiación solar directa entrante, es decir, la posición del sol respecto a ese plano, puede describirse en términos de varios ángulos. Los ángulos y un conjunto de convenciones de signos consistentes son los siguientes:

ϕ Latitud, la posición angular al norte o al sur del ecuador, norte positivo; $-90^\circ \leq \phi \leq 90^\circ$.

δ Declinación, la posición angular del sol en el mediodía solar (es decir, cuando el sol está en el meridiano local) con respecto al plano del ecuador, norte positivo; $-23.45^\circ \leq \delta \leq 23.45^\circ$.

β Pendiente, el ángulo entre el plano de la superficie en cuestión y la horizontal; $0^\circ \leq \beta \leq 180^\circ$. ($\beta > 90^\circ$ significa que la superficie tiene un componente orientado hacia abajo).

γ Ángulo azimutal de superficie, la desviación de la proyección en un plano horizontal de la normal a la superficie desde el meridiano local, con cero al sur, al este negativo y al oeste positivo; $-180^\circ \leq \gamma \leq 180^\circ$.

ω Ángulo horario, el desplazamiento angular del sol al este o al oeste del meridiano local debido a la rotación de la tierra en su eje a 15° por hora; mañana negativo, tarde positivo.

θ Ángulo de incidencia, el ángulo entre la radiación directa sobre una superficie y la normal a esa superficie.

Se definen ángulos adicionales que describen la posición del sol en el cielo:

θ_z Ángulo cenital, el ángulo entre la vertical y la línea al sol, es decir, el ángulo de incidencia de la radiación directa sobre una superficie horizontal.

α_s Ángulo de altitud solar, el ángulo entre la horizontal y la línea al sol, es decir, el complemento del ángulo cenital.

γ_s Ángulo de azimut solar, el desplazamiento angular desde el sur de la proyección de la radiación directa en el plano horizontal. Los desplazamientos al este del sur son negativos y al oeste del sur son positivos.

La declinación δ se puede encontrar a partir de la ecuación aproximada de Cooper

$$\delta = 23.45 \sin \left(360 \frac{284 + n}{365} \right) \quad (2.10.6)$$

Hay un conjunto de relaciones útiles entre estos ángulos. Las ecuaciones que relacionan el ángulo de incidencia de la radiación directa sobre una superficie, θ , con los otros ángulos son

$$\cos \theta = \sin \delta \sin \phi \cos \beta - \sin \delta \cos \phi \sin \beta \cos \gamma + \cos \delta \cos \phi \cos \beta \cos \omega \quad (2.10.7)$$

$$+ \cos \delta \sin \phi \sin \beta \cos \gamma \cos \omega + \cos \delta \sin \beta \sin \gamma \sin \omega$$

$$\cos \theta = \cos \theta_z \cos \beta + \sin \theta_z \sin \beta \cos(\gamma_s - \gamma) \quad (2.10.8)$$

El ángulo θ puede exceder 90° , lo que significa que el sol está detrás de la superficie. Además, cuando se usa la ecuación 2.10.7 es necesario asegurarse de que la tierra no bloquea el sol (es decir, que el ángulo horario es entre el amanecer y la puesta del sol).

El ángulo de acimut solar γ_s puede tener valores en el rango de 180° a -180°

$$\gamma_s = \text{sign}(\omega) \left[\cos^{-1} \left(\frac{\cos \theta_z \sin \phi - \sin \delta}{\sin \theta_z \cos \phi} \right) \right] \quad (2.10.9)$$

La función de signo es igual a $+1$ si ω es positiva y es igual a -1 si ω es negativa.

2.10.5. Relación de radiación directa en superficie inclinada a la superficie horizontal.

El factor geométrico R_b , es la razón de radiación directa sobre la superficie inclinada respecto a la superficie horizontal en cualquier momento.

$$R_b = \frac{G_{b,T}}{G_b} = \frac{G_{b,n} \cos \theta}{G_{b,n} \cos \theta_z} = \frac{\cos \theta}{\cos \theta_z} \quad (2.10.10)$$

2.10.6. Radiación extraterrestre en superficie horizontal.

Para una superficie horizontal en cualquier momento entre el amanecer y el atardecer:

$$G_o = G_{CS} \left(1 + 0.033 \cos \frac{360n}{365} \right) (\cos \phi \cos \delta \cos \omega + \sin \phi \sin \delta) \quad (2.10.11)$$

2.11 Radiación solar disponible.

2.11.1. Radiación en superficies inclinadas: cielo isotrópico.

El modelo difuso isotrópico, fue derivado por Liu y Jordania. Se consideró que la radiación en la superficie inclinada incluía tres componentes: directa, difusión isotrópica y radiación solar reflejada difusamente desde el suelo. Así, la radiación solar total sobre la superficie inclinada durante una hora es la suma de tres términos:

$$I_T = I_b R_b + I_d \left(\frac{1 + \cos \beta}{2} \right) + I \rho_g \left(\frac{1 - \cos \beta}{2} \right) \quad (2.11.1)$$

2.11.2. Intercambio de radiación infrarrojo entre dos superficies grises.

La mayoría de los problemas de transferencia de calor en aplicaciones de energía solar implican radiación entre dos superficies. Para la radiación entre dos placas paralelas infinitas (es decir, como en los colectores planos) la ecuación es

$$\frac{Q}{A} = \frac{\sigma(T_2^4 - T_1^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} \quad (2.11.2)$$

2.11.3. Radiación del cielo.

Para predecir el rendimiento de los colectores solares, será necesario evaluar el intercambio de radiación entre una superficie y el cielo. El cielo puede considerarse como un cuerpo negro a una temperatura de cielo equivalente T_s . La radiación neta de una superficie con emitancia ε y temperatura T al cielo en T_s es

$$Q = \varepsilon A \sigma (T^4 - T_s^4) \quad (2.11.3)$$

2.11.4. Relaciones de transferencia de calor para flujo interno.

En el estudio de los calentadores de aire solares y las paredes de almacenamiento de colectores es necesario conocer el coeficiente de transferencia de calor por convección forzada entre dos placas planas. Para el aire la siguiente correlación puede derivarse de los datos de Kays y Crawford para el flujo turbulento completamente desarrollado con un lado calentado y el otro lado aislado:

$$Nu = 0.0158 Re^{0.8} \quad (2.11.4)$$

2.11.5. Coeficientes de convección eólica.

La pérdida de calor de placas planas expuestas a vientos externos es importante en el estudio de colectores solares. La siguiente correlación es sobre el intervalo de números de Reynolds de 2×10^4 a 9×10^4

$$Nu = 0.86 Re^{\frac{1}{2}} Pr^{\frac{1}{3}} \quad (2.11.5)$$

2.12 Transmisión de radiación a través del acristalamiento: radiación absorbida.

2.12.1 Reflexión de la radiación.

Para superficies lisas las ecuaciones para la reflexión de la radiación no polarizada al pasar del medio 1 con un índice de refracción n_1 al medio 2 con índice de refracción n_2 son

$$r_{\perp} = \frac{\sin^2(\theta_2 - \theta_1)}{\sin^2(\theta_2 + \theta_1)} \quad (2.12.1); \quad r_{\parallel} = \frac{\tan^2(\theta_2 - \theta_1)}{\tan^2(\theta_2 + \theta_1)} \quad (2.12.2); \quad r = \frac{I_r}{I_i} = \frac{r_{\perp} + r_{\parallel}}{2} \quad (2.12.3)$$

Donde θ_1 y θ_2 son los ángulos de incidencia y refracción.

La ecuación 2.12.1 representa la componente perpendicular de la radiación no polarizada r_{\perp} , y la ecuación 2.12.2 representa el componente paralelo de la radiación no polarizada r_{\parallel} . La ecuación 2.12.3 da la reflexión de radiación no polarizada como la media de los dos componentes. Los ángulos θ_1 y θ_2 están relacionados con los índices de refracción por la ley de Snell,

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad (2.12.4)$$

En aplicaciones solares hay dos interfaces por cubierta. Considerando solamente la componente perpendicular de polarización de la radiación entrante, $(1 - r_{\perp})$ del haz incidente alcanza la segunda interfaz. De este, $(1 - r_{\perp})^2$ pasa a través de la interfaz y $(1 - r_{\perp})r_{\perp}$ se refleja de nuevo a la primera, y así sucesivamente. Sumando los términos transmitidos, la transmitancia para la componente perpendicular de la polarización es

$$\tau_{\perp} = \frac{(1 - r_{\perp})^2}{1 - r_{\perp}^2} = \frac{1 - r_{\perp}}{1 + r_{\perp}} \quad (2.12.5)$$

Exactamente la misma expansión resulta cuando se considera el componente paralelo de la polarización. Los componentes r_{\perp} y r_{\parallel} no son iguales (excepto en la incidencia normal), y la transmitancia de radiación inicialmente no polarizada es la transmitancia media de los dos componentes

$$\tau_r = \frac{1}{2} \left(\frac{1 - r_{\parallel}}{1 + r_{\parallel}} + \frac{1 - r_{\perp}}{1 + r_{\perp}} \right) \quad (2.12.6)$$

2.12.2 Absorción por acristalamiento.

La absorción de la radiación en un medio parcialmente transparente se describe por la ley de Bouguer, que se basa en el supuesto de que la radiación absorbida es proporcional a la intensidad local en el medio y la distancia x que la radiación ha viajado en el medio:

$$dI = -IKdx \quad (2.12.7)$$

donde K es el coeficiente de extinción, que se supone que es una constante en el espectro solar. La integración a lo largo de la trayectoria real en el medio (es decir, de cero a $L/\cos\theta_2$) produce

$$\tau_a = \frac{I_{transmitted}}{I_{incident}} = \exp\left(-\frac{KL}{\cos\theta_2}\right) \quad (2.12.8)$$

donde el subíndice a es un recordatorio de que sólo se han considerado pérdidas por absorción.

2.12.3 Propiedades ópticas de los sistemas de cubierta.

La transmitancia de una sola cubierta es

$$\tau \cong \tau_a \tau_r \quad (2.12.9)$$

La absortancia de una cubierta de colector solar es

$$\alpha \cong 1 - \tau_a \quad (2.12.10)$$

La reflectancia de una sola cubierta se encuentra entonces de $\rho = 1 - \alpha - \tau$, de manera que

$$\rho \cong \tau_a(1 - \tau_r) = \tau_a - \tau \quad (2.12.11)$$

2.12.4 Transmisión por radiación difusa.

El análisis precedente se aplica solamente al componente directo de la radiación solar. La radiación incidente en un colector también consiste en la radiación solar dispersada del cielo y la radiación solar posiblemente reflejada de la tierra. Los colectores solares se orientan generalmente de modo que "vean" el cielo y la tierra. Toda la radiación difusa puede ser tratada como teniendo un solo ángulo de incidencia equivalente y toda la radiación reflejada en el suelo puede considerarse como teniendo otro ángulo de incidencia equivalente. Para la radiación reflejada en el suelo

$$\theta_{e,g} = 90 - 0.5788\beta + 0.002693\beta^2 \quad (2.12.12)$$

y para la radiación difusa

$$\theta_{e,d} = 59.7 - 0.1388\beta + 0.001497\beta^2 \quad (2.12.13)$$

2.12.5 Producto de transmitancia-absortancia.

De la radiación que pasa a través del sistema de cubierta e incidente en la placa, una parte se refleja de nuevo en el sistema de cubierta. Sin embargo, toda esta radiación no se pierde, ya que

parte de ella es, a su vez, reflejada de nuevo a la placa. La fracción de la energía incidente absorbida es

$$(\tau\alpha) = \frac{\tau\alpha}{1 - (1 - \alpha)\rho_d} \quad (2.12.14)$$

2.12.6 Radiación solar absorbida.

La predicción del rendimiento del colector requiere información sobre la energía solar absorbida por la placa absorbente del colector. La radiación incidente tiene tres distribuciones espaciales diferentes: radiación directa, radiación difusa, y la radiación reflejada en el suelo, y cada uno debe ser tratado por separado. Los detalles del cálculo dependen del modelo de cielo difuso. Utilizando el concepto difuso isotrópico sobre una base horaria, la ecuación 2.11.1, puede modificarse para dar la radiación absorbida S multiplicando cada término por el producto apropiado de transmitancia-absortancia:

$$S = I_b R_b (\tau\alpha)_b + I_d (\tau\alpha)_d \left(\frac{1 + \cos \beta}{2} \right) + \rho_g I (\tau\alpha)_g \left(\frac{1 - \cos \beta}{2} \right) \quad (2.12.15)$$

donde $1 + \cos \beta / 2$ y $1 - \cos \beta / 2$ son los factores de vista desde el colector al cielo y desde el colector al suelo, respectivamente. Los subíndices b, d, y g representan “beam”, “diffuse” y “ground” que significan directo, difuso y reflejado por el suelo. [3]

2.13 Métodos de Runge-Kutta.

En esencia, los métodos de Runge-Kutta son generalizaciones de la fórmula básica de Euler en que la función pendiente f se reemplaza por un promedio ponderado de pendientes en el intervalo $x_n \leq x \leq x_{n+1}$. Es decir,

$$y_{n+1} = y_n + h\varphi(x_n, y_n) = y_n + h(w_1 k_1 + w_2 k_2 + \dots + w_m k_m) \quad (2.13.1)$$

Donde $\varphi(x_n, y_n)$ es una función de incremento y es esencialmente una pendiente adecuada sobre el intervalo $[x_n, x_{n+1}]$ que se utiliza para extrapolar y_{n+1} de y_n . Aquí los pesos $w_i, i=1,2,\dots,m$, son constantes que generalmente satisfacen $w_1 + w_2 + \dots + w_m = 1$, y cada $k_i, i=1,2,\dots,m$, es la función f evaluada en un punto seleccionado (x, y) para el que $x_n \leq x \leq x_{n+1}$. Las k_i se definen recursivamente. El número m se llama el orden del método, y es el número de puntos que se utilizan en $[x_n, x_{n+1}]$ para determinar esta pendiente adecuada. El algoritmo más común se denomina método de Runge-Kutta de cuarto orden o método clásico de Runge-Kutta. Se le abrevia con método RK4. [4] [5] Podemos aplicar este método a sistemas de EDO acopladas. [6]

Método Runge Kutta Fehlberg.

En este método la EDO se resuelve utilizando el método Runge Kutta de los órdenes 4 y 5 y el error se estima a partir de la diferencia entre estas dos estimaciones. La principal ventaja de este método sobre los métodos clásicos de RK es que los puntos de evaluación de las funciones se comparten entre los solucionadores de 4° y 5° orden. Esto es económico en comparación con el uso de métodos RK clásicos, así como el uso de dos pasos de h y $h/2$. Las funciones se evalúan en seis puntos dentro del intervalo. Cuatro de estos puntos se utilizan para evaluar la estimación de cuarto orden y cinco puntos se utilizan para estimar la estimación de quinto orden y la diferencia entre las dos soluciones es la estimación del error. [6]

2.14 Coeficiente de pérdida lateral.

Si las dimensiones de la placa absorbente son $L_1 \times L_2$ y la altura de la carcasa del colector es L_3 , entonces el área a través de la cual fluye el calor hacia los lados es $2(L_1 + L_2)L_3$. La caída de temperatura a través de la cual el flujo de calor varía desde $(T_{pm} - T_a)$ hasta el nivel de la placa absorbente hasta cero tanto en la parte superior como inferior. Suponiendo, por lo tanto, que la caída de temperatura promedio a través del aislamiento es $(T_{pm} - T_a)/2$ y que el espesor de este aislamiento es δ_s , lo hacemos

$$q_s = 2(L_1 + L_2)L_3k_i \frac{(T_{pm} - T_a)}{2\delta_s} \quad (2.14.1)$$

Con la ecuación

$$q_s = U_s A_p (T_{pm} - T_a) \quad (2.14.2)$$

Obtenemos

$$U_s = \frac{(L_1 + L_2)L_3k_i}{L_1L_2\delta_s} \quad (2.14.3)$$

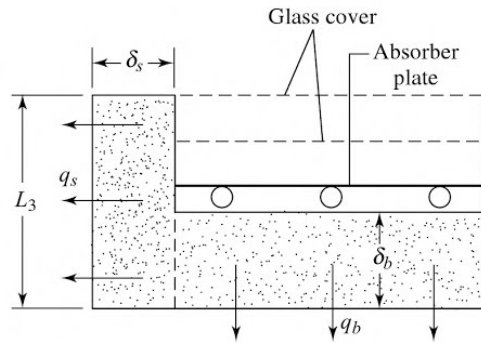


Figura 7 Pérdidas laterales de un colector de placa plana. [7]

2.15 Conclusión.

Como se vio son diversos los conceptos teóricos y fórmulas matemáticas que se tienen que considerar para poder entender y realizar correctamente nuestro modelo. Estos conocimientos nos orientaran en todo el proceso de la metodología de nuestra investigación. Sin estos fundamentos es imposible tener una idea clara de lo que se hará o de lo que hicieron diversos autores de publicaciones en revistas científicas.

2.16 Referencias.

- [1] 2011 Termodinámica, 7ma Edición – Yunes
- [2] 2011 Transferencia de Calor y Masa - Cengel 4Ed
- [3] Solar Engineering of Thermal Processes. Fourth Edition. John A. Duffie, William A. Beckman.
- [4] ECUACIONES DIFERENCIALES con problemas con valores en la frontera. OCTAVA EDICIÓN. DENNIS G. ZILL, WARREN S. WRIGHT.
- [5] Numerical Methods for Engineers and Scientists Using MATLAB. Ramin S. Esfandiari.
- [6] Computational Methods in Engineering. June 2013.
- [7] SOLAR ENERGY, SUKHATME.

CAPÍTULO 3: METODOLOGÍA

3.1 Introducción.

Se presenta una metodología para realizar el modelo de un colector de placas planas para calentamiento de aire con cubierta. Se obtiene un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias acopladas las cuales se originan al realizar un balance energía en cada elemento del colector. La solución de este sistema nos da el comportamiento térmico del colector; dicha solución es obtenida aplicando el método número Runge Kutta Fehlberg. Este comportamiento térmico se utiliza para calcular las pérdidas exergéticas y así poder determinar la eficiencia exergética del colector modelo.

3.2 Descripción del modelo.

Se propone un modelo de colector constituido por siete elementos principales:

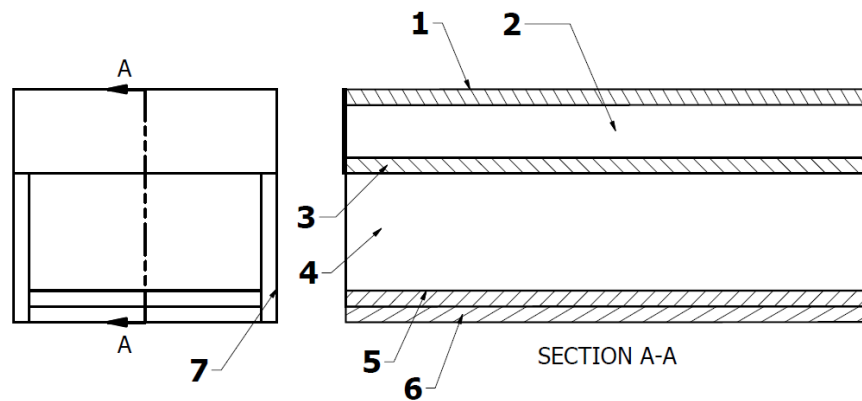


Figura 8 Modelo de colector de placas planas con cubierta.

Los cuales son: 1. Cubierta superior, 2. Recinto, 3. Placa absorbedora, 4. Fluido de trabajo, 5. Aislante, 6. Placa base, 7. Placa lateral.

Consideraciones del modelo.

1. Conducto con primer base y paredes laterales aisladas y cubierta superior expuesta al sol.
2. Operación en estado transitorio.
3. La conducción de calor en las placas no se despreciará.
4. El aire dentro del colector se considera como un gas ideal transparente a la radiación.
5. La temperatura ambiente, radiación y velocidad del viento varían con el tiempo.
6. La temperatura es uniforme en cada elemento.

3.3 Balances de energía para los elementos del colector.

Considerando las transferencias por conducción, convección y radiación para seis de los siete elementos del colector como se muestra en la figura:

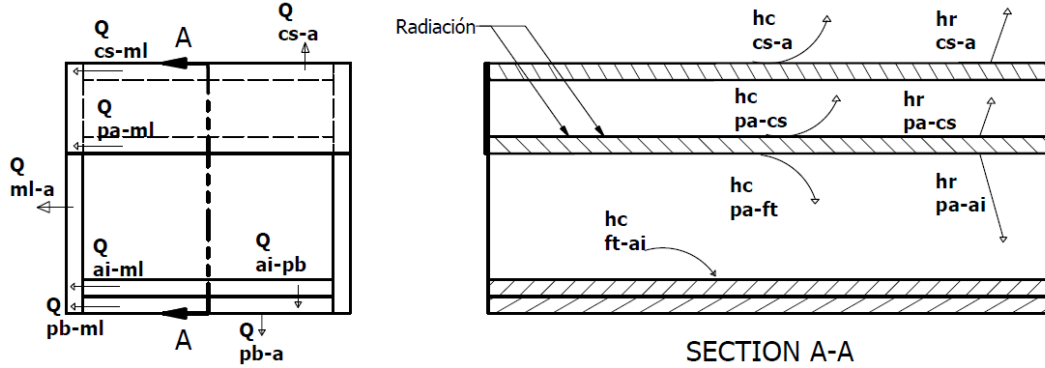


Figura 9 Transferencias de calor en los elementos del colector.

Para cada elemento a analizar realizamos el balance de energía y despreciando la energía cinética y potencial, tenemos

$$E_{ent} - E_{sal} = \Delta E_{sist} = \Delta U \quad (3.3.1)$$

Con excepción del fluido de trabajo, la única forma de transferencia de energía hacia o desde el sistema es en forma de calor

$$E_{ent} - E_{sal} = (Q_{ent} - Q_{sal}) \quad (3.3.2)$$

Bajo condiciones transitorias y sustituyendo 3.3.2 en 3.3.1, nuestra ecuación de balance para cada elemento será

$$\frac{m c_{prom} dT}{dt} = (Q_{ent} - Q_{sal}) \quad (3.3.3)$$

Aplicando esta fórmula, tenemos:

Para la cubierta superior.

$$\frac{m_{cs} c_{cs} dT_{cs}}{dt} = Q_{cs} + Q_{pa-cs} - Q_{cs-ml} - Q_{cs-a} \quad (3.3.4)$$

Placa absorbente:

$$\frac{m_{pa} c_{pa} dT_{pa}}{dt} = Q_{pa} - Q_{pa-cs} - Q_{pa-ft} - Q_{pa-ai} - Q_{pa-ml} \quad (3.3.5)$$

Para fluido de trabajo:

$$\frac{m_{ft} c_{ft} d\bar{T}_{ft}}{dt} = Q_{pa-ft} - Q_{ft-ai} - Q_{ft} \quad (3.3.6)$$

Para aislamiento inferior:

$$\frac{m_{ai}c_{ai}dT_{ai}}{dt} = Q_{pa-ai} + Q_{ft-ai} - Q_{ai-pb} - Q_{ai-ml} \quad (3.3.7)$$

Placa base:

$$\frac{m_{pb}c_{pb}dT_{pb}}{dt} = Q_{ai-pb} - Q_{pb-a} - Q_{pb-ml} \quad (3.3.8)$$

Para marco lateral:

$$\frac{m_{ml}c_{ml}dT_{ml}}{dt} = Q_{cs-ml} + Q_{pa-ml} + Q_{ai-ml} + Q_{pb-ml} - Q_{ml-a} \quad (3.3.9)$$

3.4 Modelo para radiación directa y difusa.

La estimación de la radiación directa y difusa se realiza utilizando un modelo para México [2] con las siguientes relaciones:

1) Irradiación solar directa:

$$G_b = 0.9662R_{cs}\tau_{OAT} \sin \alpha_s \quad (3.4.1)$$

donde τ_{OAT} es la transmisión atmosférica global

$$\tau_{OAT} = ae^{-(bm_{rel})} \quad (3.4.2)$$

La constante a es la densidad de flujo de radiación solar, b es el coeficiente de atenuación y m_{rel} es la masa relativa de aire

$$m_{rel} = \frac{1}{\sin \alpha_s + 0.15[93.885 - (90 - \alpha_s)]^{-1.253}} \approx \frac{1}{\sin \alpha_s}, \text{ para } 30^\circ \leq \alpha_s \leq 90^\circ \quad (3.4.3)$$

α_s es el ángulo de altitud solar

$$\sin \alpha_s = \cos \phi \cos \delta \cos \omega + \sin \phi \sin \delta \quad (3.4.4)$$

ϕ representa la latitud y δ es la declinación que se puede encontrar a partir de la ecuación de Cooper

$$\delta = 23.45 \sin \left(360 \frac{284 + n}{365} \right) \quad (3.4.5)$$

El ángulo horario solar se determina por

$$\omega = (\text{hora solar} - 12) * 15 \quad (3.4.6)$$

donde la hora solar es el tiempo solar

$$\text{Hora solar} = \text{Tiempo estandar} + 4(L_{st} - L_{loc}) + E [\text{minutos}] \quad (3.4.7)$$

L_{st} es el meridiano estándar para la zona horaria local, L_{loc} es la longitud de la localización en cuestión. El parámetro E es la ecuación de tiempo

$$E = 229.2(0.000075 + 0.001868 \cos B - 0.032077 \sin B - 0.014615 \cos 2B - 0.04089 \sin 2B) \quad (3.4.8)$$

donde B se encuentra con

$$B = \frac{(n - 1)360}{365} \quad (3.4.9)$$

n es el día del año.

2) Irradiancia solar difusa:

$$G_d = R_{cs}k_d \sin \alpha_s = R_{cs}\tau_{diff} \sin \alpha_s \quad (3.4.10)$$

donde τ_{diff} es la transmitancia global difusa que se relaciona con k_d (índice de cielo claro)

$$k_d = B - B'\tau_{OAT} = \tau_{diff} \quad (3.4.11)$$

La constante B es el valor máximo del índice de cielo claro y B' es la variación del índice. La constante solar R_{cs} usada en la expresión de radiación directa (3.4.1) y en la de radiación difusa (3.4.10) es igual a $1367 \frac{W}{m^2}$. Para las constantes a , b , B y B' , [2] presenta una tabla para el valor de TA que está en función del tipo de atmosfera

Tabla 1 Relación entre el tipo de atmosfera y el grado de turbidez.

TA	Tipo de ambiente
0.0	Extremadamente limpio
0.1	Claro
0.2	Ligeramente turbia
0.3	Turbio
0.4	Muy turbio

Este valor se ocupa para las constantes a , b , B y B' además de necesitar el tipo de clima y la altura respecto al nivel del mar del lugar a analizar. Tuxtla Gutiérrez tiene clima cálido subhúmedo y una altura entre 520 a 700 metros sobre el nivel del mar (msnm).

Tabla 2 Valores e intervalos de confianza de los parámetros a , b , B y B' para clima cálido subhúmedo por altitud y tipo de atmosfera en México.

Parámetros de irradiación solar directa:					
TA	0	0.1	0.2	0.3	0.4
a (0-1000 msnm)	0.821 ± 0.0057	0.820 ± 0.0056	0.811 ± 0.0055	0.790 ± 0.0055	0.763 ± 0.0053
b (0-1000 msnm)	0.090 ± 0.0008	0.239 ± 0.0020	0.391 ± 0.0030	0.512 ± 0.0029	0.620 ± 0.0024
Parámetros de irradiación solar difusa:					
TA	0	0.1 - 0.4			
B (0-1000 msnm)	0.261 ± 0.0011	0.570 ± 0.0061			
B' (0-1000 msnm)	0.283 ± 0.0033	0.689 ± 0.0071			

Para determinar el valor de TA se utilizaron los datos adquiridos por la estación que posee el IIIER de la UNICACH. El procedimiento fue comparar los resultados obtenidos del modelo con las mediciones promediadas por hora para el día 1 de marzo de 2017.

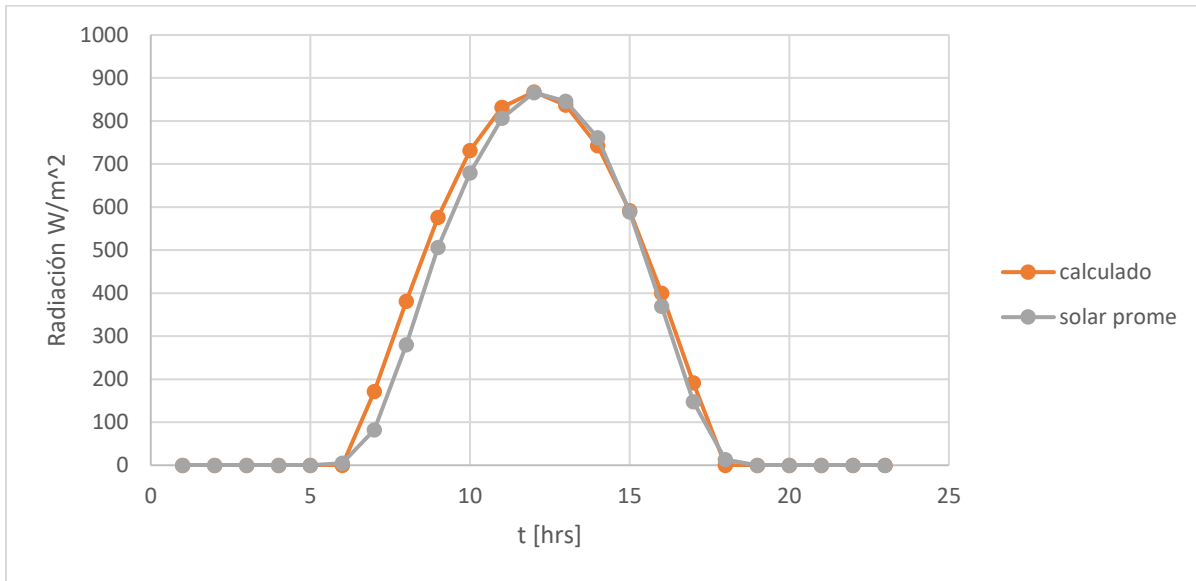


Figura 10 Comparación de la radiación calculada con la radiación medida.

Se establece el parámetro TA con el valor de 0.4 para lograr la aproximación del modelo a las mediciones de la estación. Con este valor y la altura de Tuxtla Gutiérrez se establecieron los siguientes parámetros de las constantes utilizadas

Tabla 3 Valores utilizados de los parámetros a , b , B y B' .

Densidad de flujo de radiación solar	$a = 0.763$
Coefficiente de atenuación	$b = 0.620$
Valor máximo del índice de cielo claro	$B = 0.570$
Variación del índice	$B' = 0.689$

3.5 Determinación del calor transferido en la cubierta superior.

En la cubierta superior el calor Q_{cs} absorbido, como lo indica [1] y [9], es

$$Q_{cs} = G_{cs}A_{cs} \quad (3.5.1)$$

Donde A_{cs} es el área y G_{cs} es la radiación absorbida por la cubierta superior. Esta radiación se calcula con la relación

$$G_{cs} = \alpha_{cs}G_T \quad (3.5.2)$$

Donde α_{cs} es la absorptividad de la placa superior y G_T es la irradiancia solar global sobre la superficie inclinada. La absorptancia se relaciona con la transmitancia con

$$\alpha_{cs} = 1 - \tau_{cs,a} \quad (3.5.3)$$

$\tau_{cs,a}$ es la transmitancia al considerar solo pérdidas por absorción. Para calcular $\tau_{cs,a}$ en [1] se indica la ecuación de la siguiente manera

$$\tau_{cs,a} = \exp(-K_{cs}L) \quad (3.5.4)$$

K_{cs} es el coeficiente de extinción y L es la trayectoria real de la radiación a través de una capa transparente. Que se determina como

$$L = \frac{\delta_{cs}}{\cos(\theta_2)} \quad (3.5.5)$$

Donde δ_{cs} es el espesor de la cubierta superior y θ_2 es el ángulo de refracción, el cual se calcula por la ley de Snell

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad (3.5.6)$$

donde n_1 y n_2 son los índices de refracción de los medios y θ_1 el ángulo de incidencia.

Respecto a G_T o irradiancia solar global, ocupamos el modelo difuso isotrópico de Liu y Jordan que [1] lo indica como

$$G_T = G_b \frac{\cos \theta_1}{\cos \theta_z} + \frac{1 + \cos \beta}{2} G_d + \rho \frac{1 - \cos \beta}{2} G_g \quad (3.5.7)$$

Donde $\cos \theta_1 / \cos \theta_z$ es el factor geométrico R_b el cual indica la relación de radiación directa sobre la superficie inclinada respecto a la superficie horizontal. G_b , G_d y G_g representan la radiación directa, difusa y reflejada en la tierra, respectivamente. El cálculo de la radiación directa y difusa se presentó en la sección 3.4.

El ángulo θ_1 o ángulo de incidencia de radiación directa usado en las ecuaciones 3.5.6 y 3.5.7, se da como

$$\begin{aligned} \cos \theta_1 = \sin \delta \sin \phi \cos \beta - \sin \delta \cos \phi \sin \beta \cos \gamma + \cos \delta \cos \phi \cos \beta \cos \omega \\ + \cos \delta \sin \phi \sin \beta \cos \gamma \cos \omega + \cos \delta \sin \beta \sin \gamma \sin \omega \end{aligned} \quad (3.5.8)$$

Y el ángulo θ_z o ángulo cenital solar se da por la ecuación

$$\cos \theta_z = \sin \delta \sin \phi + \cos \delta \cos \phi \cos \omega \quad (3.5.9)$$

En estas dos ecuaciones β es el ángulo de inclinación del colector y γ es el ángulo azimutal.

Para el cálculo de G_g de la ecuación 3.5.7, [3] indica la siguiente relación

$$G_g = G_b + G_d \quad (3.5.10)$$

Y ρ en la ecuación 3.5.7 es el albedo de la tierra.

El calor transferido de la placa absorbidora a la cubierta superior Q_{pa-cs} , consiste en transferencia de calor por convección y por radiación. La transferencia de calor por convección está dada por la ley de Newton de enfriamiento

$$Q_{conv} = h_{c,pa-cs} A_{cs} (T_{pa} - T_{cs}) \quad (3.5.11)$$

La transferencia de calor por radiación entre las dos superficies está dada por la ecuación

$$Q_{rad} = h_{r,pa-cs} A_{cs} (T_{pa} - T_{cs}) \quad (3.5.12)$$

Por lo tanto, tenemos que

$$Q_{pa-cs} = [h_{c,pa-cs} A_{cs} (T_{pa} - T_{cs}) + h_{r,pa-cs} A_{cs} (T_{pa} - T_{cs})] \quad (3.5.13)$$

Donde A_{cs} , T_{pa} y T_{cs} son el área de la cubierta superior, la temperatura de la placa absorbidora y la temperatura de la cubierta superior, respectivamente. El coeficiente de transferencia de calor por convección de la placa absorbente a la cubierta superior $h_{c,pa-cs}$ lo indica [1] como

$$h_{c,pa-cs} = \frac{Nu_{pa-cs} k_{vi-Tm1}}{\delta_{pa-cs}} \quad (3.5.14)$$

Con las siguientes consideraciones: todas las propiedades son calculadas con la temperatura media

$$T_{m1} = \frac{T_{pa} + T_{cs}}{2} \quad (3.5.15)$$

Para un ángulo de inclinación del colector de hasta 60° , es decir, *para* $\beta \leq 60^\circ$: el número de Nusselt está dado por

$$Nu_{pa-cs} = 1 + 1.446 \left[1 - \frac{1708}{Ra_{pa-cs} \cos(\beta)} \right]^+ \left\{ 1 - \frac{1708 [\sin(1.8\beta)]^{1.6}}{Ra_{pa-cs} \cos(\beta)} \right\} + \left\{ \left[\frac{Ra_{pa-cs} \cos(\beta)}{5830} \right]^{0.333} - 1 \right\}^+ \quad (3.5.16)$$

donde el número de Rayleigh se determina con la siguiente formula

$$Ra_{pa-cs} = \frac{g \beta_{v,pa-cs} (T_{pa} - T_{cs}) \delta_{pa-cs}^3}{\alpha_{vi-Tm1} \nu_{vi-Tm1}} \quad (3.5.17)$$

g es la constante gravitacional, $\beta_{v,pa-cs} = 1/T_{m1}$ es el coeficiente de expansión volumétrica, δ_{pa-cs} es la distancia de la placa absorbidora a cubierta superior, α_{vi-Tm1} es la difusividad térmica del viento a temperatura media y ν_{vi-Tm1} es la viscosidad cinemática del viento a temperatura media.

El coeficiente de transferencia de calor por radiación de la placa absorbente a la cubierta superior $h_{r,pa-cs}$, [1] lo indica de la siguiente manera

$$h_{r,pa-cs} = \frac{\sigma(T_{cs} + T_{pa})(T_{cs}^2 + T_{pa}^2)}{\left(\frac{1}{\varepsilon_{cs}}\right) + \left(\frac{1}{\varepsilon_{pa}}\right) - 1} \quad (3.5.18)$$

donde σ es la constante de Stefan – Boltzmann, ε_{cs} es la emitancia de la cubierta superior y ε_{pa} es la emitancia de la placa absorbadora.

La transferencia de calor por conducción de la cubierta superior al marco lateral Q_{cs-ml} , se calcula de la siguiente forma [1]:

$$Q_{cs-ml} = \left(\frac{A_{cs-ml}(T_{cs} - T_{ml})}{\frac{\delta_{cs}}{k_{cs}} + \frac{\delta_{ml}}{k_{ml}}} \right) = h_{c1}A_{cs-ml}(T_{cs} - T_{ml}) \quad (3.5.19)$$

δ_{cs} es el espesor de la cubierta superior, k_{cs} conductividad térmica de cubierta superior, δ_{ml} espesor de marco lateral y k_{ml} conductividad térmica de marco lateral. A_{cs-ml} es el área de contacto entre la cubierta superior y el marco lateral que se determina a partir de

$$A_{cs-ml} = (2Long_{cs} + 2Anch_{cs})\delta_{cs} \quad (3.5.20)$$

$$Long_{cs} = Long - 2\delta_{ml} \quad (3.5.21)$$

$$Anch_{cs} = Anch - 2\delta_{ml} \quad (3.5.22)$$

$Long$ es la longitud del colector, $Anch$ es el ancho del colector, $Long_{cs}$ longitud de cubierta superior y $Anch_{cs}$ es el ancho de cubierta superior.

La transferencia de calor de la cubierta superior al ambiente Q_{cs-a} , se determina con

$$Q_{cs-a} = [U_t A_{cs} (T_{cs} - T_a)] \quad (3.5.23)$$

Donde [4] nombra a U_t como el coeficiente de transferencia de calor general

$$U_t = h_{c,cs-a} + h_{r,cs-a} \quad (3.5.24)$$

El coeficiente de transferencia de calor por convección desde la cubierta superior al ambiente

$h_{c,cs-a}$, [1] lo determina a partir de

$$h_{c,cs-a} = \frac{Nu_{cs-a} k_{vi-Tm2}}{L_{cs}} \quad (3.5.25)$$

Con las siguientes consideraciones:

Todas las propiedades son calculadas con la temperatura media 2

$$T_{m2} = \frac{T_a + T_{cs}}{2} \quad (3.5.26)$$

k_{vi-Tm2} es la conductividad térmica del viento a temperatura media 2, L_{cs} es la longitud característica de la cubierta superior. Basándonos en [10], para una placa plana, la longitud característica es la distancia x desde el borde de ataque, en este caso

$$L_{cs} = Long_{cs} \quad (3.5.27)$$

Para velocidad del viento $V_{vi} \leq 0.1$ m/s, se asume convección natural y se usa

$$Ra_{cs-a} = \frac{g\beta_{v,cs-a}(T_{cs} - T_a)L_{cs}^3}{a_{vi-Tm2}v_{vi-Tm2}} \quad (3.5.28)$$

Donde g es la constante gravitacional, $\beta_{v,cs-a} = 1/T_{m2}$ es el coeficiente de expansión volumétrica, L_{cs} es la longitud característica de la cubierta superior, a_{vi-Tm2} es la difusividad térmica del viento a temperatura media 2 y v_{vi-Tm2} es la viscosidad cinemática del viento a temperatura media 2.

Si $Ra_{cs-a} > Ra_{crit}$, el número de Nusselt tiene la expresión:

$$Nu_{cs-a} = 0.56[Ra_{crit} \cos(\zeta)]^{1/4} + 0.13 \left[Ra_{cs-a}^{1/3} - Ra_{crit}^{1/3} \right] \quad (3.5.29)$$

donde el número crítico de Rayleigh se calcula como:

$$Ra_{crit} = 10^{(8.9-0.00178\zeta^{1.82})} \quad (3.5.30)$$

ζ es el ángulo de inclinación del colector respecto a la vertical. Es decir, $\zeta + \beta = 90^\circ$. Si $Ra_{cs-a} < Ra_{crit}$:

$$Nu_{cs-a} = [0.825 + 0.387(Ra_{cs-a} \cos(\zeta) f)^{1/6}]^2 \quad (3.5.31)$$

$$f = \left[1 + \left(\frac{0.492}{Pr_{cs-a}} \right)^{9/16} \right]^{-16/9} \quad (3.5.32)$$

El número de Prandtl se calcula con

$$Pr_{cs-a} = \frac{v_{vi-Tm2}}{a_{vi-Tm2}} \quad (3.5.33)$$

v_{vi-Tm2} es la viscosidad cinemática del viento a temperatura media 2 y a_{vi-Tm2} es la difusividad cinemática del viento a temperatura media 2.

Si la velocidad del viento $V_{vi} > 0.1 \frac{m}{s}$, se asume convección forzada-flujo turbulento:

$$Nu_{cs-a} = \sqrt{(Nu_{cs-al}^2 + Nu_{cs-at}^2)} \quad (3.5.34)$$

Donde Nu_{cs-al} es el número de Nusselt para flujo laminar y Nu_{cs-at} es el número de Nusselt para flujo turbulento. El número de Nusselt para flujo laminar se calcula con:

$$Nu_{cs-at} = 0.664\sqrt{Re_{cs-a}}Pr_{cs-a}^{1/3} \quad (3.5.35)$$

Para $Pr_{cs-a} \geq 1000$:

$$Nu_{cs-at} = 0.703\sqrt{Re_{cs-a}}Pr_{cs-a}^{1/3} \quad (3.5.36)$$

El número de Nusselt para el flujo turbulento se calcula como:

$$Nu_{cs-at} = 0.037Re_{cs-a}^{0.8} \frac{Pr_{cs-a}}{1 + 2.443Re_{cs-a}^{-0.1}(Pr_{cs-a}^{2/3} - 1)} \quad (3.5.37)$$

El número de Reynolds se calcula con

$$Re_{cs-a} = \frac{V_{vi}L_{cs}\rho_{vi-Tm2}}{\mu_{vi-Tm2}} \quad (3.5.38)$$

V_{vi} es la velocidad del viento, L_{cs} longitud característica de cubierta superior, ρ_{vi-Tm2} es la densidad del viento a temperatura media 2 y μ_{vi-Tm2} es la viscosidad dinámica del viento a temperatura media 2.

[1] indica que las ecuaciones 3.5.29 a 3.5.38 se pueden utilizar para $5 \times 10^5 < Re_{cs-a} < 10^7$ y $0.5 < Pr_{cs-a} < 2000$.

Para $Pr_{cs-a} \leq 0.05$:

$$Nu_{cs-a} = 0.565(Re_{cs-a}Pr_{cs-a})^{1/2} \quad (3.5.39)$$

Y en todos los demás casos, se utiliza la siguiente fórmula:

$$Nu_{cs-a} = 0.0296Re_{cs-a}^{4/5}Pr_{cs-a}^{1/3} \quad (3.5.40)$$

El coeficiente de transferencia de calor por radiación desde la cubierta superior al ambiente $h_{r,cs-a}$,

[1] lo determina a partir de

$$h_{r,cs-a} = \varepsilon_{cs}\sigma(T_{cs} + T_a)(T_{cs}^2 + T_a^2) \quad (3.5.41)$$

Donde ε_{cs} es la emisividad de la cubierta superior.

Sustituyendo en la ecuación 3.3.4, obtenemos

$$\frac{m_{cs}c_{cs}dT_{cs}}{dt} = [G_{cs}(\beta)A_{cs}] + [h_{c,pa-cs}A_{cs}(T_{pa} - T_{cs}) + h_{r,pa-cs}A_{cs}(T_{pa} - T_{cs})] - h_{c1}A_{cs-ml}(T_{cs} - T_{ml}) - [U_t A_{cs}(T_{cs} - T_a)] \quad (3.5.42)$$

3.6 Determinación del calor transferido en la placa absorbadora.

En la cubierta absorbadora el calor Q_{pa} absorbido, como lo indica [1] y [9], es

$$Q_{pa} = [G_{pa}A_{pa}] \quad (3.6.1)$$

Donde G_{pa} es la irradiancia solar absorbida por la placa, que se determina a partir de

$$G_{pa}(\beta) = (\tau\alpha)_b \frac{\cos(\theta_1)}{\sin(a_s)} G_b + (\tau\alpha)_d \frac{1 + \cos(\beta)}{2} G_d + (\tau\alpha)_g \rho \frac{1 - \cos(\beta)}{2} G_g \quad (3.6.2)$$

G_b , G_d y G_g se obtienen de las ecuaciones 3.4.1, 3.4.10 y 3.5.10, respectivamente. El ángulo de altitud solar a_s se obtiene de 3.4.4 y el ángulo de incidencia θ_1 de 3.5.8. β es el ángulo de inclinación del colector, ρ es el albedo y $\tau\alpha$ es el producto transmitancia-absortancia. La ecuación usada para los tres productos de transmitancia-absortancia es,

$$(\tau\alpha) = \frac{\tau_{cs}\alpha_{pa}}{1 - (1 - \alpha_{pa})r_{cs}} \quad (3.6.3)$$

Donde τ_{cs} es la transmitancia de la cubierta superior, α_{pa} es la absortancia de la placa absorbidora y r_{cs} es la reflectancia de la cubierta superior. La τ_{cs} se calcula con

$$\tau_{cs} = \tau_{cs,a}\tau_{cs,r} \quad (3.6.4)$$

$\tau_{cs,a}$ es la transmitancia de cubierta superior al considerar solo las pérdidas por absorción determinada en la ecuación 3.5.4. $\tau_{cs,r}$ es la transmitancia de cubierta superior al considerar solo las pérdidas de reflexión

$$\tau_{cs,r} = \frac{1 - r_{cs}}{1 + (2 - N_{cs})r_{cs}} \quad (3.6.5)$$

Donde N_{cs} es el número de cubiertas y r_{cs} la reflectancia de la cubierta superior que se obtiene de

$$r_{cs} = \frac{1}{2} \left(\frac{\sin^2(\theta_2 - \theta_1)}{\sin^2(\theta_2 + \theta_1)} + \frac{\tan^2(\theta_2 - \theta_1)}{\tan^2(\theta_2 + \theta_1)} \right) \quad (3.6.6)$$

θ_2 se calcula en la ecuación 3.5.6 y θ_1 en la ecuación 3.5.8.

El análisis de la ecuación 3.6.3 a la ecuación 3.6.6 se aplica solamente al componente directo, es decir, el ángulo de incidencia θ_1 . En el caso del producto transmitancia-absortancia difusa el ángulo de incidencia es el ángulo indicado en la ecuación

$$\theta_d = 59.7 - 0.1388\beta + 0.001497\beta^2 \quad (3.6.7)$$

Y el producto transmitancia-absortancia de la radiación reflejada en el suelo se obtiene de la ecuación

$$\theta_g = 90 - 0.5788\beta + 0.002693\beta^2 \quad (3.6.8)$$

La transferencia de calor Q_{pa-cs} se determinó en la ecuación 3.5.13. La transferencia de calor

Q_{pa-ft} se da con

$$Q_{pa-ft} = [h_{c,pa-ft}A_{pa}(T_{pa} - T_{ft})] \quad (3.6.9)$$

El coeficiente de transferencia de calor por convección de la placa absorbadora al fluido de trabajo $h_{c,pa-ft}$ lo indica [4] como

$$Nu = \frac{h_{c,pa-ft} D_h}{k_{vi-tm3}} = 0.0158 Re_{pa-ft}^{0.8} \quad (3.6.10)$$

Donde el número de Reynolds se estima con

$$Re_{pa-ft} = \frac{V_{vi} D_h \rho_{vi-Tm3}}{\mu_{vi-Tm3}} \quad (3.6.11)$$

V_{vi} es la velocidad del viento, D_h es el diámetro hidráulico del ducto, ρ_{vi-Tm3} es la densidad del viento a temperatura media 3, μ_{vi-Tm3} es la viscosidad dinámica del viento a temperatura media 3 y k_{vi-tm3} es la conductividad térmica del viento a temperatura media 3. La temperatura media 3 es

$$T_{m3} = \frac{T_{pa} + T_{ft}}{2} \quad (3.6.12)$$

El diámetro hidráulico para el ducto es

$$D_h = \frac{2(\delta_{ai-pa} Anch_{pa})}{(\delta_{ai-pa} + Anch_{pa})} \quad (3.6.13)$$

Se sabe que el flujo másico es

$$\dot{m} = \rho A_t V_{prom} \quad (3.6.14)$$

A_t es el área de la sección transversal normal a la dirección del flujo, ρ es la densidad del fluido y V_{prom} es la velocidad promedio del fluido. Por lo tanto, la ecuación 3.6.11 se puede expresar en término del flujo másico

$$Re_{pa-ft} = \frac{2(\delta_{ai-pa} Anch_{pa}) V_{vi} \rho_{vi-Tm3}}{(\delta_{ai-pa} + Anch_{pa}) \mu_{vi-Tm3}} = \frac{2\dot{m}}{\mu_{vi-Tm3} (\delta_{ai-pa} + Anch_{pa})} \quad (3.6.15)$$

La transferencia de calor Q_{pa-ai} se determina por

$$Q_{pa-ai} = [h_{r,pa-ai} A_{pa} (T_{pa} - T_{ai})] \quad (3.6.16)$$

El coeficiente de transferencia de calor por radiación de la placa absorbadora al fluido de trabajo $h_{r,pa-ai}$ lo indica [4] como

$$h_{r,pa-ai} = \frac{\sigma (T_{ai} + T_{pa}) (T_{ai}^2 + T_{pa}^2)}{\left(\frac{1}{\varepsilon_{ai}}\right) + \left(\frac{1}{\varepsilon_{pa}}\right) - 1} \quad (3.6.17)$$

Donde ε_{ai} es la emisividad del aislante y ε_{pa} es la emisividad de la placa absorbadora. La transferencia de calor Q_{pa-ml} se determina con

$$Q_{pa-ml} = \left[\frac{A_{pa-ml}(T_{pa} - T_{ml})}{\frac{\delta_{pa}}{k_{pa}} + \frac{\delta_{ml}}{k_{ml}}} \right] = h_{c2}A_{pa-ml}(T_{pa} - T_{ml}) \quad (3.6.18)$$

Donde δ_{pa} es el espesor de la placa absorbedora, k_{pa} conductividad térmica de placa absorbedora, δ_{ml} espesor de marco lateral y k_{ml} conductividad térmica de marco lateral. A_{pa-ml} es el área de contacto entre la placa absorbedora y el marco lateral que se determina a partir de

$$A_{pa-ml} = (2Long_{pa} + 2Anch_{pa})\delta_{pa} \quad (3.6.19)$$

$$Long_{pa} = Long_{cs} = Long - 2\delta_{ml} \quad (3.6.20)$$

$$Anch_{pa} = Anch_{cs} = Anch - 2\delta_{ml} \quad (3.6.21)$$

Donde $Long$ es la longitud del colector, $Anch$ es el ancho del colector, $Long_{pa}$ longitud de placa absorbedora y $Anch_{pa}$ es el ancho de placa absorbedora.

Sustituyendo las ecuaciones en la ecuación 3.3.5, obtenemos

$$\begin{aligned} \frac{m_{pa}c_{pa}dT_{pa}}{dt} = & [G_{pa}(\beta)A_{pa}] \\ & - [h_{c,pa-cs}A_{pa}(T_{pa} - T_{cs}) + h_{r,pa-cs}A_{pa}(T_{pa} - T_{cs})] \\ & - [h_{c,pa-ft}A_{pa}(T_{pa} - T_{ft})] - [h_{r,pa-ai}A_{pa}(T_{pa} - T_{ai})] \\ & - h_{c2}A_{pa-ml}(T_{pa} - T_{ml}) \end{aligned} \quad (3.6.22)$$

3.7 Determinación del calor transferido en el fluido de trabajo.

La transferencia de calor Q_{pa-ft} se ha determinado en la ecuación 3.6.9. La transferencia de calor del fluido al aislante Q_{ft-ai} , es por convección y se representa como

$$Q_{ft-ai} = [h_{c,ft-ai}A_{ai}(T_{ft} - T_{ai})] \quad (3.7.1)$$

El coeficiente de transferencia de calor por convección del fluido de trabajo al aislante $h_{c,ft-ai}$ [4] lo determina igual al coeficiente $h_{c,pa-ft}$ de la ecuación 3.6.10

$$Nu = \frac{h_{c,ft-ai}D_h}{k_{vi-Tm4}} = 0.0158e_{ft-ai}^{0.8} \quad (3.7.2)$$

Donde el número de Reynolds se estima igual a la ecuación 3.6.11. V_{vi} es la velocidad del viento, D_h es el diámetro hidráulico del ducto, ρ_{vi-Tm4} es la densidad del viento a temperatura media 4, μ_{vi-Tm4} es la viscosidad dinámica del viento a temperatura media 4 y k_{vi-Tm4} es la conductividad térmica del viento a temperatura media 4. La temperatura media 4 es

$$T_{m4} = \frac{T_{ft} + T_{ai}}{2} \quad (3.7.3)$$

El aumento de la energía del fluido Q_{ft} es

$$Q_{ft} = [\dot{m}_{ft} C_{ft} (T_{fts} - T_{fte})] = h_{ft} (T_{fts} - T_{fte}) \quad (3.7.4)$$

Donde T_{fts} y T_{fte} son las temperaturas medias del fluido en la salida y en la entrada del ducto, respectivamente. La temperatura del fluido según [1] es

$$T_{ft} = \frac{T_{fts} + T_{fte}}{2} \quad (3.7.5)$$

Sustituyendo en la ecuación 3.3.6, obtenemos

$$\begin{aligned} \frac{m_{ft} c_{ft} dT_{ft}}{dt} = & [h_{c,pa-ft} A_{pa} (T_{pa} - T_{ft})] - [h_{c,ft-ai} A_{ai} (T_{ft} - T_{ai})] \\ & - [h_{ft} (T_{fts} - T_{fte})] \end{aligned} \quad (3.7.6)$$

3.8 Determinación del calor transferido en el aislamiento inferior.

La transferencia de calor Q_{pa-ai} se determinó en la ecuación 3.6.16. La transferencia de calor Q_{ft-ai} se determinó en la ecuación 3.7.1. La transferencia de calor por conducción de aislante a placa base Q_{ai-pb} se determina por

$$Q_{ai-pb} = \left[\frac{A_{ai-pb} (T_{ai} - T_{pb})}{\frac{\delta_{ai}}{k_{ai}} + \frac{\delta_{pb}}{k_{pb}}} \right] = h_{c3} A_{ai-pb} (T_{ai} - T_{pb}) \quad (3.8.1)$$

Donde δ_{ai} es el espesor del aislante, k_{ai} conductividad térmica de aislante, δ_{pb} espesor de placa base y k_{pb} conductividad térmica de placa base. A_{ai-pb} es el área de contacto entre el aislante y la placa base que se determina a partir de

$$A_{ai-pb} = Long_{ai} * Anch_{ai} \quad (3.8.2)$$

$$Long_{ai} = Long_{cs} = Long - 2\delta_{ml} \quad (3.8.3)$$

$$Anch_{ai} = Anch_{cs} = Anch - 2\delta_{ml} \quad (3.8.4)$$

Donde $Long$ es la longitud del colector, $Anch$ es el ancho del colector, $Long_{ai}$ longitud de aislante y $Anch_{ai}$ es el ancho de aislante. La transferencia de calor por conducción de aislante a marco lateral Q_{ai-ml} se determina con

$$Q_{ai-ml} = \left[\frac{A_{ai-ml}(T_{ai} - T_{ml})}{\frac{\delta_{ai}}{k_{ai}} + \frac{\delta_{ml}}{k_{ml}}} \right] = h_{c4}A_{ai-ml}(T_{ai} - T_{ml}) \quad (3.8.5)$$

Donde δ_{ml} es el espesor del marco lateral y k_{ml} conductividad térmica del marco lateral. A_{ai-ml} es el área de contacto entre el aislante y el marco lateral que se determina a partir de

$$A_{ai-ml} = 2 * Long_{ai} * \delta_{ai} \quad (3.8.6)$$

Sustituyendo en la ecuación 3.3.7, obtenemos

$$\begin{aligned} \frac{m_{ai}c_{ai}dT_{ai}}{dt} = & [h_{r,pa-ai}A_{pa}(T_{pa} - T_{ai})] + [h_{c,ft-ai}A_{ai}(T_{ft} - T_{ai})] \\ & - h_{c3}A_{ai-pb}(T_{ai} - T_{pb}) - h_{c4}A_{ai-ml}(T_{ai} - T_{ml}) \end{aligned} \quad (3.8.7)$$

3.9 Determinación del calor transferido en la placa base.

La transferencia de calor Q_{ai-pb} se determinó en la ecuación 3.8.1. La transferencia de calor de la placa base al ambiente Q_{pb-a} , [4] lo determina como

$$Q_{pb-a} = [U_{pb}A_{pb}(T_{pb} - T_a)] \quad (3.9.1)$$

Donde U_{pb} es nombrado por [4] como el coeficiente global de pérdida asociado a la placa de fondo.

El coeficiente global queda determinado como

$$U_{pb} = \left(\frac{\delta_{pb}}{k_{pb}} \right)^{-1} \quad (3.9.2)$$

La transferencia de calor de la placa base al marco lateral Q_{pb-ml} se determina con la ecuación

$$Q_{pb-ml} = \left[\frac{A_{pb-ml}(T_{pb} - T_{ml})}{\frac{\delta_{pb}}{k_{pb}} + \frac{\delta_{ml}}{k_{ml}}} \right] = h_{c5}A_{pb-ml}(T_{pb} - T_{ml}) \quad (3.9.3)$$

Donde δ_{pb} es el espesor de la placa base, k_{pb} es la conductividad térmica de la placa base, δ_{ml} espesor de marco lateral y k_{ml} conductividad térmica de marco lateral. A_{pb-ml} es el área de contacto entre la placa base y el marco lateral que se determina a partir de

$$A_{pb-ml} = 2 * Long_{pb} * \delta_{pb} \quad (3.9.4)$$

$$Long_{pb} = Long_{cs} = Long - 2\delta_{ml} \quad (3.9.5)$$

Donde $Long$ es la longitud del colector, $Anch$ es el ancho del colector, $Long_{pb}$ longitud de placa base y $Long_{cs}$ es la longitud de la cubierta superior.

Sustituyendo en la ecuación 3.3.8, obtenemos

$$\frac{m_{pb}c_{pb}dT_{pb}}{dt} = h_{c3}A_{ai-pb}(T_{ai} - T_{pb}) - [U_{pb}A_{pb}(T_{pb} - T_a)] - h_{c5}A_{pb-ml}(T_{pb} - T_{ml}) \quad (3.9.6)$$

3.10 Determinación del calor transferido en el marco lateral:

La transferencia de calor de la cubierta superior al marco lateral Q_{cs-ml} se determinó en la ecuación 3.5.19. La transferencia de calor de la placa absorbadora al marco lateral Q_{pa-ml} se determinó en la ecuación 3.6.18. La transferencia de calor del aislante al marco lateral Q_{ai-ml} se determinó en la ecuación 3.8.5. La transferencia de calor de la placa base al marco lateral Q_{pb-ml} se determinó en la ecuación 3.9.3. la transferencia de calor del marco lateral al ambiente Q_{ml-a} se da por la ecuación

$$Q_{ml-a} = U_s A_{ml} (T_{ml} - T_a) \quad (3.10.1)$$

Donde U_s es el coeficiente de pérdida lateral. Nuestro coeficiente de pérdida lateral es

$$U_s = \frac{(Long + Anch)h_{ml}k_{ml}}{Long * Anch * \delta_{ml}} \quad (3.10.2)$$

Donde $Long$ es la longitud del colector, $Anch$ es el ancho del colector, k_{ml} es la conductividad térmica del marco lateral y δ_{ml} es el espesor del marco lateral. h_{ml} es la altura del marco lateral el cual sería la siguiente sumatoria

$$h_{ml} = \delta_{cs} + \delta_{pa-cs} + \delta_{pa} + \delta_{ai-pa} + \delta_{ai} + \delta_{pb} \quad (3.10.3)$$

δ_{cs} espesor de cubierta superior, δ_{pa-cs} distancia de placa absorbadora a cubierta superior, δ_{pa} espesor de placa absorbadora, δ_{ai-pa} distancia de aislante a placa absorbadora, δ_{ai} espesor de aislante y δ_{pb} espesor de placa base.

Sustituyendo en la ecuación 3.3.9, obtenemos

$$\frac{m_{ml}c_{ml}dT_{ml}}{dt} = h_{c1}A_{cs-ml}(T_{cs} - T_{ml}) + h_{c2}A_{pa-ml}(T_{pa} - T_{ml}) + h_{c4}A_{ai-ml}(T_{ai} - T_{ml}) + h_{c5}A_{pb-ml}(T_{pb} - T_{ml}) - [U_s A_{ml} (T_{ml} - T_a)] \quad (3.10.4)$$

Las propiedades del viento se consideran variables con la temperatura. [4] cita las siguientes expresiones donde la temperatura del fluido se expresa en grados centígrados.

Para el calor específico del aire

$$c_p = 999.2 + 0.1434T + 1.101 \times 10^{-4} T^2 - 6.7581 \times 10^{-8} T^3 \quad (3.10.5)$$

Para la conductividad térmica del aire

$$k = 0.0244 + 0.6773 \times 10^{-4} T \quad (3.10.6)$$

Para la viscosidad cinemática del aire

$$v = 0.1284 \times 10^{-4} + 0.00105 \times 10^{-4} T \quad (3.10.7)$$

Para la densidad del aire

$$\rho = \frac{353.44}{T} (K) \quad (3.10.8)$$

3.11 Balances de energía para método Runge Kutta Fehlberg.

Las seis ecuaciones acopladas de primer orden se indican en el anexo A. Además se indican las funciones asociadas (k's, l's, m's, o's, p's y q's) con las funciones (f_1, f_2, f_3, f_4, f_5 y f_6), respectivamente. Y se termina el apartado con el método RKF que se implementa.

3.12 Ecuación para los datos del viento.

Para facilitar el uso de los datos del viento en función del tiempo se realizó una interpolación con los datos medidos en la estación obteniendo un polinomio útil para usar en el código implementado.

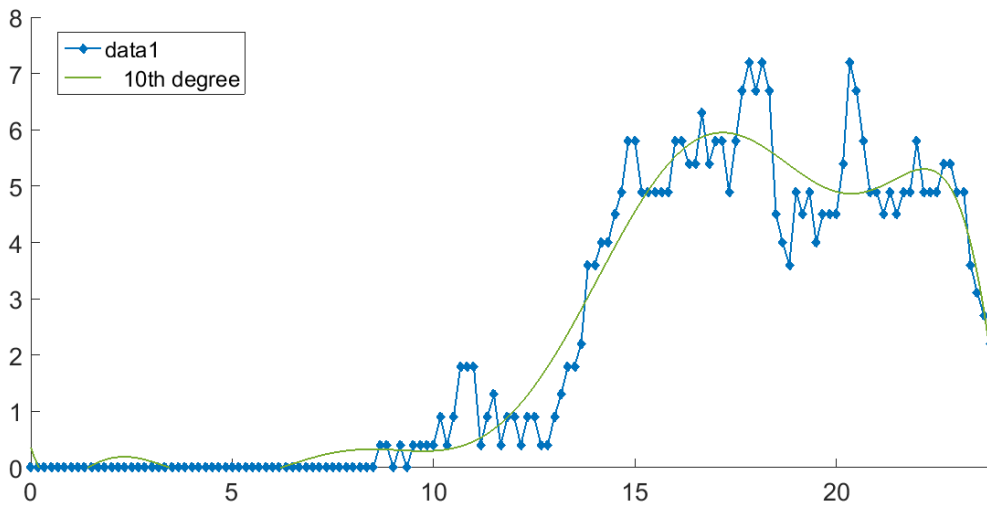


Figura 11 Interpolación realizada en Matlab para la velocidad del viento.

Los resultados obtenidos en Matlab son los siguientes:

$$y = p_1 x^{10} + p_2 x^9 + p_3 x^8 + p_4 x^7 + p_5 x^6 + p_6 x^5 + p_7 x^4 + p_8 x^3 + p_9 x^2 + p_{10} x + p_{11} \quad (3.12.1)$$

Coefficientes:

$p_1 = 1.7433e-09$; $p_2 = -2.1981e-07$; $p_3 = 1.1668e-05$; $p_4 = -0.00033957$; $p_5 = 0.0059133$; $p_6 = -0.06318$; $p_7 = 0.40872$; $p_8 = -1.5192$; $p_9 = 2.9026$; $p_{10} = -2.2497$; $p_{11} = 0.35651$.

En el código se indicó que en los casos donde la velocidad de viento es negativa será cero.

3.13 Ecuación para los datos de temperatura ambiente.

para el caso de los datos relacionados con la temperatura ambiente se realizó el mismo procedimiento empleado con los datos de la velocidad del viento, una interpolación con los datos medidos en la estación obteniendo un polinomio útil para usar en el condigo implementado.

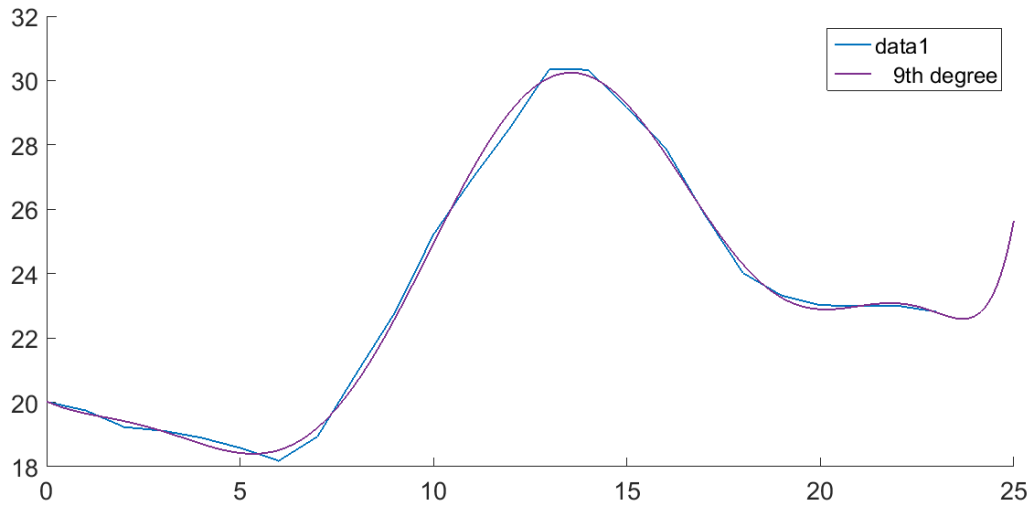


Figura 12 Interpolación realizada en Matlab para la temperatura ambiente.

Los resultados obtenidos en Matlab son los siguientes:

$$y = p_1x^9 + p_2x^8 + p_3x^7 + p_4x^6 + p_5x^5 + p_6x^4 + p_7x^3 + p_8x^2 + p_9x + p_{10} \quad (3.13.1)$$

Coefficientes:

$p_1 = 1.0081e-08$; $p_2 = -9.5988e-07$; $p_3 = 3.566e-05$; $p_4 = -0.00063893$; $p_5 = 0.005367$; $p_6 = -0.014416$; $p_7 = -0.035106$; $p_8 = 0.21126$; $p_9 = -0.54152$; $p_{10} = 20.031$.

3.14 Análisis exergético.

Exergía de entrada:

[8] indica que la tasa de exergía de entrada neta al calentador de aire solar incluye la tasa de exergía de intensidad de radiación solar:

$$\dot{E}x_{in-sol} = G_T A_{cs} \left(1 - \frac{T_a}{T_{sol}} \right) \quad (3.14.1)$$

Exergía destruida:

[8] indica que el primer término es la destrucción de exergía debido a la diferencia de temperatura entre el sol y la placa absorbadora

$$\dot{E}x_{des(T_{pa}-T_{sol})} = \tau_{cs}\alpha_{pa}G_T A_{cs} T_a \left(\frac{1}{T_{pa}} - \frac{1}{T_{sol}} \right) \quad (3.14.2)$$

T_{sol} se asume como 5600 K.

[8] indica que el segundo término es la exergía destruida entre la cubierta superior y el sol.

$$\dot{E}x_{des(T_{cs}-T_{sol})} = \alpha_{cs}G_T A_{cs} T_a \left(\frac{1}{T_{cs}} - \frac{1}{T_{sol}} \right) \quad (3.14.3)$$

Con base en [8] obtenemos como tercer término la destrucción de exergía debido a la transferencia de calor desde la placa absorbadora al fluido de trabajo

$$\dot{E}x_{des(T_{pa}-T_{ft})} = h_{c,pa-ft} A_{cs} T_a (T_{pa} - T_{ft}) \left(\frac{1}{T_{ft}} - \frac{1}{T_{pa}} \right) \quad (3.14.4)$$

El cuarto término se define según [8] como la exergía perdida del aislante al fluido de trabajo

$$\dot{E}x_{des(T_{ai}-T_{ft})} = h_{c,ft-ai} A_{cs} T_a (T_{ai} - T_{ft}) \left(\frac{1}{T_{ft}} - \frac{1}{T_{ai}} \right) \quad (3.14.5)$$

El quinto término es la exergía destruida entre la cubierta superior y la placa absorbadora

$$\dot{E}x_{des(T_{pa}-T_{cs})} = (h_{r,pa-cs} + h_{c,pa-cs}) A_{cs} T_a (T_{pa} - T_{cs}) \left(\frac{1}{T_{cs}} - \frac{1}{T_{pa}} \right) \quad (3.14.6)$$

El sexto término es entre la placa absorbadora y el aislante debido a la transferencia de calor por radiación

$$\dot{E}x_{des(T_{pa}-T_{ai})} = h_{r,pa-ai} A_{cs} T_a (T_{pa} - T_{ai}) \left(\frac{1}{T_{ai}} - \frac{1}{T_{pa}} \right) \quad (3.14.7)$$

El séptimo y octavo término es la exergía destruida por la destrucción óptica de la placa absorbadora y cubierta superior

$$\dot{E}x_{des(opt-pa)} = (1 - \alpha_{pa}) \tau_{cs} \dot{E}x_{in-sol} \quad (3.14.8)$$

$$\dot{E}x_{des(opt-cs)} = (1 - \eta_{opt}) \dot{E}x_{in-sol} \quad (3.14.9)$$

[11] indica, al igual que la ecuación 3.6.3, sobre la eficiencia óptica lo siguiente

$$\eta_{opt} = (\tau\alpha) = \frac{\tau_{cs}\alpha_{pa}}{1 - (1 - \alpha_{pa})r_{cs}} \quad (3.14.10)$$

El noveno término es la exergía destruida dentro de la placa base

$$\dot{E}x_{des,pb} = U_{pb}A_{cs}T_a(T_{ai} - T_{pb})\left(\frac{1}{T_{pb}} - \frac{1}{T_{ai}}\right) \quad (3.14.11)$$

El décimo término es la tasa de exergía destruida debido a la fricción del aire (caída de presión) en el conducto de aire, lo podemos estimar basándonos en lo que realiza [5]

$$\dot{E}x_{des,friction} = \frac{T_a \dot{m}_{ft} \Delta P_{ft}}{T_{ft} \rho_{ft}} \quad (3.14.12)$$

Donde ΔP_{ft} la caída de presión P se encuentra por la relación de [7]

$$\Delta P_{ft} = \frac{4fLongV^2\rho_{ft}}{2d_e} \quad (3.14.13)$$

$$V = \frac{\dot{m}}{\rho_{ft}Anch_{pa}\delta_{ai-pa}} \quad (3.14.14)$$

$$d_e = \frac{2Anch_{pa}\delta_{ai-pa}}{(Anch_{pa} + \delta_{ai-pa})} \quad (3.14.15)$$

Mientras que para el flujo laminar f se define como ($Re < 2300$):

$$f = \frac{16}{Re} \quad (3.14.16)$$

por otro lado, para flujo turbulento es

$$f = 0.0791Re^{-0.25} \quad (3.14.17)$$

3.15 Eficiencia exergética.

La eficiencia exergética del calentador de aire dado se define por la siguiente ecuación:

$$\eta_{ex} = 1 - \frac{\sum \dot{E}x_{des}}{\sum \dot{E}x_{i,net}} \quad (3.14.18)$$

3.16 Conclusión.

El modelo determinado en este capítulo junto con el modelo de la radiación directa y difusa, y las ecuaciones para el comportamiento del viento y la temperatura ambiente, nos brindan una herramienta extremadamente útil para optimizar el modelo colector presentado al inicio de este capítulo (colector de placa plana con cubierta superior). Es decir, ya en este punto el modelo teórico está listo para ser implementado en un código computacional y realizar las variaciones correspondientes con el objetivo de optimizarlo.

3.17 Referencias.

- [1] Thermal inertia of flat-plate solar collectors in different radiative regimes. Iuliana Soriga. 2016
- [2] Attenuation processes of solar radiation. Application to the quantification of direct and diffuse solar irradiances on horizontal surfaces in Mexico by means of an overall atmospheric transmittance. Antonio J. Gutiérrez-Trashorras. 2017.
- [3] Comparative study of isotropic and anisotropic sky models to estimate solar radiation incident on tilted surface: A case study for Bhopal, India K.N. Shukla.2015.
- [4] Optimal aspect ratios for non-isothermal flat plate solar collectors for air heating Johane Bracamonte. 2013.
- [5] Exergy loss-based efficiency optimization of a double-pass/glazed v-corrugated plate solar air heater. Mahdi Hedayatizadeh, Faramarz Sarhaddi, Ali Safavinejad, Faramarz Ranjbar, Hossein Chaji. 2016.
- [6] Development of a correlation for parameter controlling using exergy efficiency optimization of an Al_2O_3 /water nanofluid based flat-plate solar collector. Ehsan Shojaeizadeh, Farzad Veysi. 2016.
- [7] Exergetic performance evaluation and parametric studies of solar air heater. M.K. Gupta, S.C. Kaushik. Energy 33 (2008) 1691– 1702.
- [8] Conventional and advanced exergy analysis of solar flat plate air collectors. Arsham Mortazavi, MehranAmeri.
- [9] Análisis de modelos de un captador solar plano en régimen transitorio. Manuel Rodríguez Caballero. Trabajo Fin de Máster. Máster Universitario en Ingeniería Industrial.
- [10] 2011 Transferencia de Calor y Masa - Cengel 4Ed
- [11] Manual Técnico de Energía Solar Térmica. Volumen I: Fundamentos. Gonzalo Abal, Valeria Durañona. Marzo 2013.

CAPITULO IV: ANALISIS DE RESULTADOS.

4.1 Introducción.

La necesidad de proporcionar sistemas de energía más eficientes y rentables se ha vuelto cada vez más importante. La mayor competencia global y el deseo de mejores procesos y más eficientes han dado lugar a la necesidad de mejores prácticas de diseño. Durante la última década, ha crecido el interés en producir productos de mayor calidad a un costo mínimo, satisfaciendo las preocupaciones crecientes sobre el impacto ambiental, la seguridad y otros factores, en lugar de desarrollar un sistema que solo realiza una tarea deseada. El uso de energía está directamente relacionado con el bienestar, el nivel de vida y la prosperidad, y satisfacer la creciente demanda de energía de una manera segura y ambientalmente responsable es un desafío importante. La importancia de la energía en la vida diaria lo convierte en una prioridad importante para la optimización. [1]

4.2 Modelado.

El modelado se usa para obtener información sobre cómo se comporta algo sin probarlo realmente en la vida real. La modelación y simulación en ingeniería es bien reconocida y aceptada proporcionando varios beneficios para los ingenieros, algunos de los principales son:

- El modelado es un método atractivo, ya que generalmente es menos costoso y más seguro que realizar experimentos con un prototipo del producto final o sistema real.
- El modelado a menudo puede ser incluso más realista que los experimentos convencionales, ya que puede permitir que los parámetros del entorno encontrados en el campo de aplicación operacional de un producto o proceso varíen fácilmente. Además, el modelado se puede utilizar para realizar estudios paramétricos a fin de determinar los efectos de la variación de los parámetros de diseño seleccionados en el rendimiento, mejorando así la comprensión de un producto o proceso.
- El modelado a menudo puede realizarse más rápido que la experimentación y las pruebas. Esto permite que los modelos se utilicen para análisis eficientes de opciones alternativas, especialmente cuando los datos necesarios para inicializar una simulación se pueden obtener a partir de los datos operativos.

La modelación es una herramienta clave en la ingeniería energética ya que se puede predecir el comportamiento de un sistema de energía y obtener condiciones de operación para la optimización. Si el modelado es inexacto, los resultados de optimización se vuelven poco realistas e inutilizables. Por lo tanto, el modelado debe llevarse a cabo cuidadosamente antes de realizar la optimización.

Hay dos enfoques en el modelado: *descriptivo* y *predictivo*. La mayoría de las personas están familiarizadas con el modelado descriptivo, que se utiliza para describir y explicar fenómenos técnicos y de otro tipo. Los modelos predictivos se utilizan para predecir el rendimiento de un sistema y, por consiguiente, son de gran importancia en el diseño y la optimización de ingeniería [1]. El tipo de modelo presentado en esta tesis es de tipo predictivo.

4.3 Optimización.

Desde un punto de vista matemático, la optimización es el proceso de maximizar o minimizar una función sujeta a varias restricciones de un número de variables, cada una de las cuales existe en un rango de variación. Dicho de manera más simple y práctica, la optimización implica encontrar la mejor configuración posible para un problema dado sujeto a restricciones razonables.

Cuando un problema de optimización implica solo una función objetivo, la tarea de encontrar la solución óptima se denomina optimización de objetivo único. Optimización de objetivo único considera la solución al problema con respecto a un solo criterio y ha sido aplicada durante décadas a una amplia gama de aplicaciones. La necesidad de considerar más de una función objetivo se le llama optimización de múltiples objetivos. Algunos conceptos y términos de optimización importantes se describen y definen a continuación:

Límites del sistema.

El primer paso en cualquier problema de optimización es definir los límites del sistema. Deben incluirse todos los subsistemas que afectan el rendimiento del sistema. Cuando el sistema es demasiado complejo, a menudo es deseable dividirlo en subsistemas más pequeños. En este caso, a menudo es razonable realizar la optimización en cada subsistema de forma independiente, es decir, se realiza la suboptimización de los subsistemas.

Funciones objetivas y criterios del sistema.

El siguiente paso en un problema de optimización es definir los criterios del sistema, que a veces se denominan funciones objetivos. Una función objetivo se basa en el deseo o el propósito del que toma las decisiones, y puede maximizarse o minimizarse. Los criterios de optimización pueden variar ampliamente.

Variables de decisión.

Otro paso esencial en la formulación de un problema de optimización es la selección de variables de decisión independientes que caractericen adecuadamente las posibles opciones de diseño. En un problema de optimización dado, solo las variables de decisión están cambiando.

Restricciones.

Las limitaciones en un problema de diseño dado surgen debido a limitaciones en los rangos de las variables físicas, principios básicos de conservación que deben cumplirse y otras restricciones. Las restricciones en las variables pueden surgir debido a limitaciones en el espacio, el equipo y los materiales que se emplean. [1]

El éxito empresarial de hoy está fuertemente basado en la capacidad de optimizar procesos y sistemas. La optimización es una herramienta importante en ingeniería para determinar el mejor u óptimo valor para una variable de decisión de un sistema. La ingeniería energética es un campo en el que la optimización juega un papel particularmente crítico. [1]

4.4 Optimización del colector.

En la optimización del colector solar se aplicó el método de Runge Kutta Fehlberg para poder estimar el error y obtener mejores resultados. Como nuestro interés es la temperatura que puede alcanzar el fluido de trabajo se utilizó esta temperatura para indicar en el programa que el error en la temperatura del fluido deberá de ser siempre menos a 0.01 de lo contrario el programa indicara que es necesario reducir el paso. El paso que logró mantener este criterio fue $h=0.0001$.

Función objetivo.

La función objetivo que será optimizada es la eficiencia exergética que se encuentra en la ecuación 3.14.18. Ésta será presentada en las gráficas en forma de porcentaje.

Variables de decisión.

Los principales parámetros geométricos de diseño para la optimización del colector de aire son los siguientes:

Tabla 4 Parámetros geométricos de diseño.

δ_{cs} :	Espesor de cubierta superior	δ_{pa} :	Espesor de placa absorbadora
$Long$:	Longitud del captador	δ_{ai} :	Espesor de aislante
$Anch$:	Ancho del captador	δ_{pb} :	Espesor de placa base
δ_{ai-pa} :	Distancia de aislante a placa absorbadora	δ_{ml} :	Espesor de marco lateral.
δ_{pa-cs} :	Distancia de placa absorbadora a cubierta superior		

En cuanto a las propiedades de los materiales se eligieron las siguientes:

Tabla 5 Propiedades de los materiales.

$k (W/mC)$:	Conductividad térmica	n_2 :	Índice de refracción
ε :	Emisividad	$P (kg/m^3)$:	Densidad
$K (m^{-1})$:	Coefficiente de extinción	$C (J/kgC)$:	Calor específico

Las condiciones iniciales definidas para todos los cálculos realizados son las siguientes:

Tabla 6 Condiciones de operación.

Flujo másico	0.0001 kg/s	Longitud del colector	2 m
Temperatura del sol	5326.85 °C	Ancho del colector	1 m
Temperaturas iniciales (FT, CS, PA, AI, PB y ML)	20 °C	Distancia de aislante a placa absorbedora	0.1 m
Tiempo inicial	6 horas	Espesor marco lateral	0.01 m
Tiempo final	18 horas	Espesor placa base	0.1 m
Paso h	0.0001	Espesor aislante	0.05 m
Temperatura inicial de entrada y salida	Temperatura ambiente	Espesor placa absorbedora	0.01 m
Temperatura de salida para cada ciclo	$T_{fts} = 2T_{ft} - T_{fte}$	Espesor cubierta superior	0.005 m
Distancia de placa absorbedora a cubierta superior	0.2 m	Material CS	Vidrio ordinario
Material PA	Pintura negra en aluminio	Material AI	Espuma de poliuretano
Material PB	Poliestireno expandido	Material ML	Poliestireno expandido

4.4.1. Efecto de la variación del material de la cubierta superior.

Los materiales seleccionados y sus propiedades se muestran en la siguiente tabla

Tabla 7 Materiales para cubierta superior.

	k	ε	K	n_2		C
Acrílico	0.18 [5]	0.9 [3]	42.61 [4]	1.49 [2]	1180 [2]	1400 [3]
Polycarbonato	0.22 [6]	0.9 [3]	34.3 [4]	1.6 [6]	1200 [6]	1200 [6]
Vidrio ordinario	0.837 [7]	0.85 [8]	54.49 [4]	1.52 [7]	2490 [7]	837 [7]
Vidrio Pyrex	1 [8]	0.85 [15]	25.14 [4]	1.470 [16]	2225 [8]	835 [8]

Se obtiene la eficiencia exergética para cada material

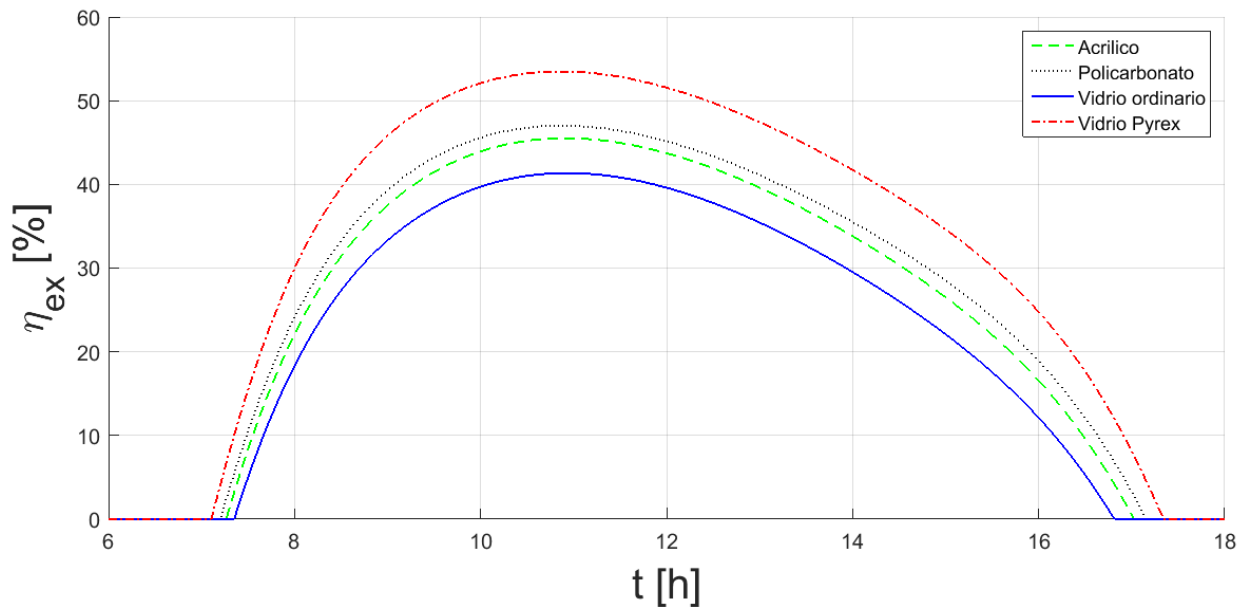


Figura 13 Eficiencia exergética para diferentes materiales de la CS.

Entre el material de mayor eficiencia exergética, vidrio pyrex, y el material con menor eficiencia exergética que es el vidrio ordinario, no existe diferencia significativa en sus propiedades a excepción del coeficiente de extinción K . La transmisividad del material es inversamente proporcional a este coeficiente, y por tanto, mayor es la transmisividad del vidrio pyrex el cual tiene un menor coeficiente de extinción. Esto provoca que mayor sea la cantidad de radiación que pasa por la cubierta superior cuando se utiliza el vidrio pyrex, lo cual, como vemos en la gráfica, induce un aumento de la eficiencia exergética.

4.4.2. Efecto de la variación del material de la placa absorbadora.

Los materiales seleccionados y sus propiedades se muestran en la siguiente tabla

Tabla 8 Materiales para placa absorbadora.

	k	ε	P	C	α
Oxido de cobalto en níquel pulido	90.7 [8]	0.24 [9]	8900 [8]	444 [8]	0.94 [9]
Pintura negra en aluminio	237 [10]	0.88 [9]	2698.4 [10]	900 [10]	0.98 [9]
Óxido de níquel negro sobre aluminio	237 [10]	0.06 [9]	2698.4 [10]	900 [10]	0.93 [9]

Se obtiene la eficiencia exergética para cada material

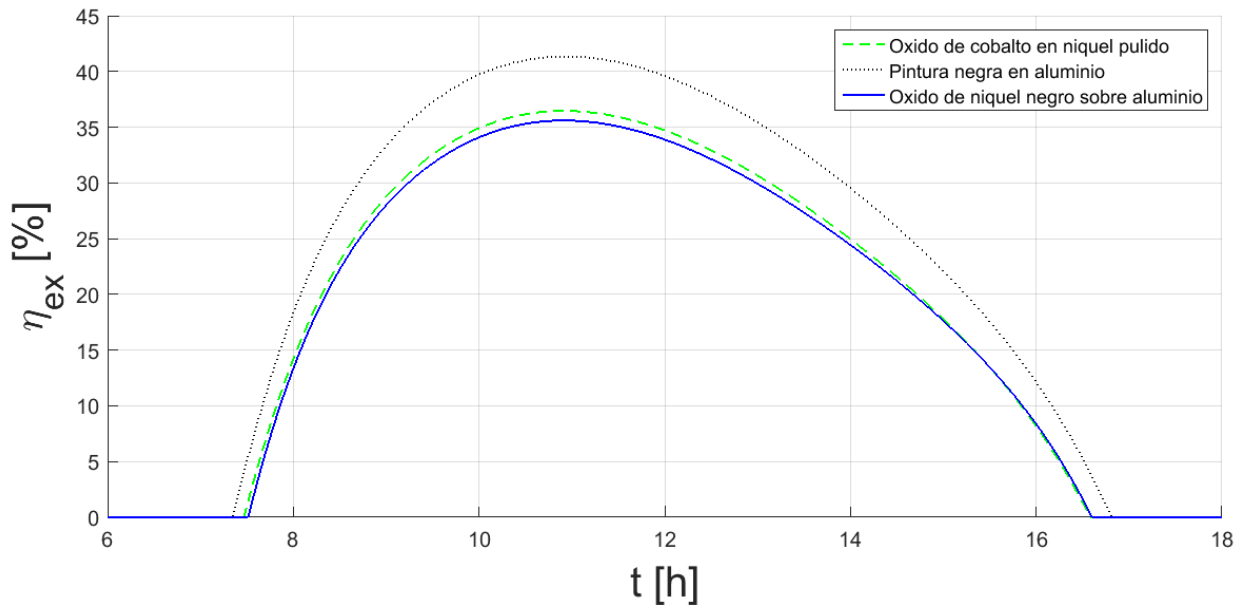
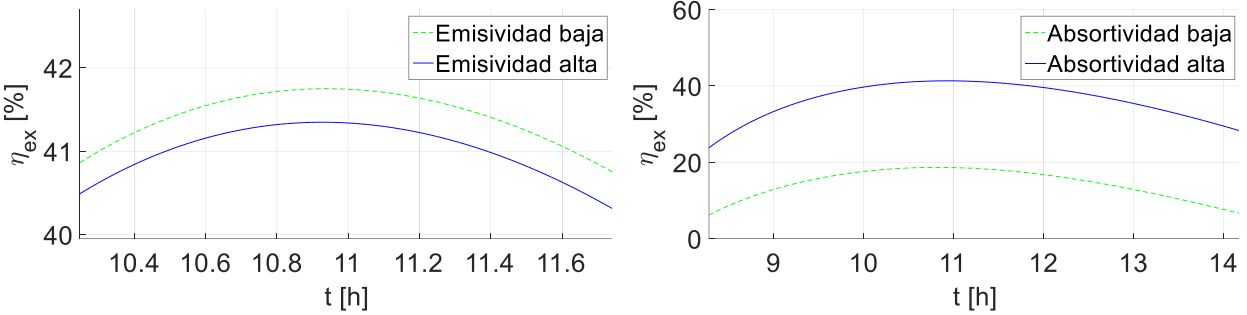


Figura 14 Eficiencia exergética para diferentes materiales de la PA.

Es claro que la pintura negra en aluminio es el material que proporciona la eficiencia exergética mayor. Entre la pintura negra en aluminio y el óxido de níquel negro sobre aluminio, la diferencia en sus propiedades es la absorptividad y la emisividad. Para observar el efecto de cada propiedad, tomamos el material pintura negra en aluminio y variamos en a) la emisividad y en b) la absorptividad. Se realizó esto suponiendo que tenemos pintura negra en aluminio con baja emisividad y otro con alta emisividad, lo mismo para la absorptividad.



a) 0.1 baja y 0.88 alta

b) 0.8 baja y 0.98 alta

Figura 15 Pintura negra en aluminio variando a) Emisividad b) Absortividad.

La pintura negra en aluminio con baja emisividad es mejor material que uno con alta emisividad, ya que mayor emisividad aumenta los coeficientes de transferencia de calor por radiación asociados a la placa absorbadora, sin embargo, el efecto de la emisividad no es comparable con el efecto de la absorptividad. Por lo tanto, a mayor absorptividad mayor será la eficiencia exergética y, por tanto, al utilizar la pintura negra en el aluminio, la cual tiene el mayor valor de absorptividad, se alcanzarán los valores mayores de eficiencia exergética.

Por otro lado, existen diferencias apreciables en los valores de las otras propiedades (conductividad térmica, densidad y calor específico) de los materiales, específicamente del primer material a los otros dos, las cuales no tienen gran influencia: la conductividad térmica de la placa absorbadora está relacionada con el coeficiente de transferencia de calor por conducción (h_{c2}) entre la placa absorbadora y el marco lateral por esto, para la eficiencia exergética, es mejor una conductividad térmica baja debido a que se reduce la transferencia de calor al marco lateral; la densidad, que está relacionada con la masa de la placa absorbadora, y el calor específico son propiedades que impactan directamente a la temperatura de la placa, densidad alta o calor específico alto significa que se necesita más calor para elevar la temperatura de la placa absorbadora. Aunque, tener una temperatura baja en la placa absorbadora reduce las diferencias de temperatura que existen entre la placa absorbadora y la cubierta superior, el fluido de trabajo y el aislante con lo cual se reducen las destrucciones exergéticas asociada a estas diferencias de temperatura $Ex_{des(T_{pa}-T_{ft})}$, $Ex_{des(T_{pa}-T_{cs})}$ y $Ex_{des(T_{pa}-T_{ai})}$, respectivamente, también provoca el aumento de la destrucción exergética entre la placa absorbadora y el sol $Ex_{des(T_{pa}-T_{sol})}$. Este aumento de la destrucción exergética $Ex_{des(T_{pa}-T_{sol})}$ predomina sobre la disminución de las otras destrucciones exergéticas $Ex_{des(T_{pa}-T_{ft})}$, $Ex_{des(T_{pa}-T_{cs})}$ y $Ex_{des(T_{pa}-T_{ai})}$, de tal forma que la eficiencia exergética disminuye.

4.4.3. Efecto de la variación del material del aislante.

Los materiales seleccionados y sus propiedades se muestran en la siguiente tabla

Tabla 9 Materiales para aislante.

	k	ε	P	C
Poliestireno expandido	0.040 [8]	0.9 [3]	16 [8]	1200 [8]
Espuma de poliuretano	0.023 [8]	0.9 [3]	24 [8]	1600 [12]
corcho	0.045 [11]	0.7 [14]	45 [11]	1880 [11]
Lana de roca	0.040 [11]	0.9 [8]	160 [11]	840 [13]
Lana de vidrio	0.038 [11]	0.85 [8]	24 [11]	700 [11]

Se obtiene la eficiencia exergética para cada material. Reduciendo el intervalo de valores del tiempo se logra observar de forma más clara las diferencias en las gráficas obtenidas para cada material empleado.

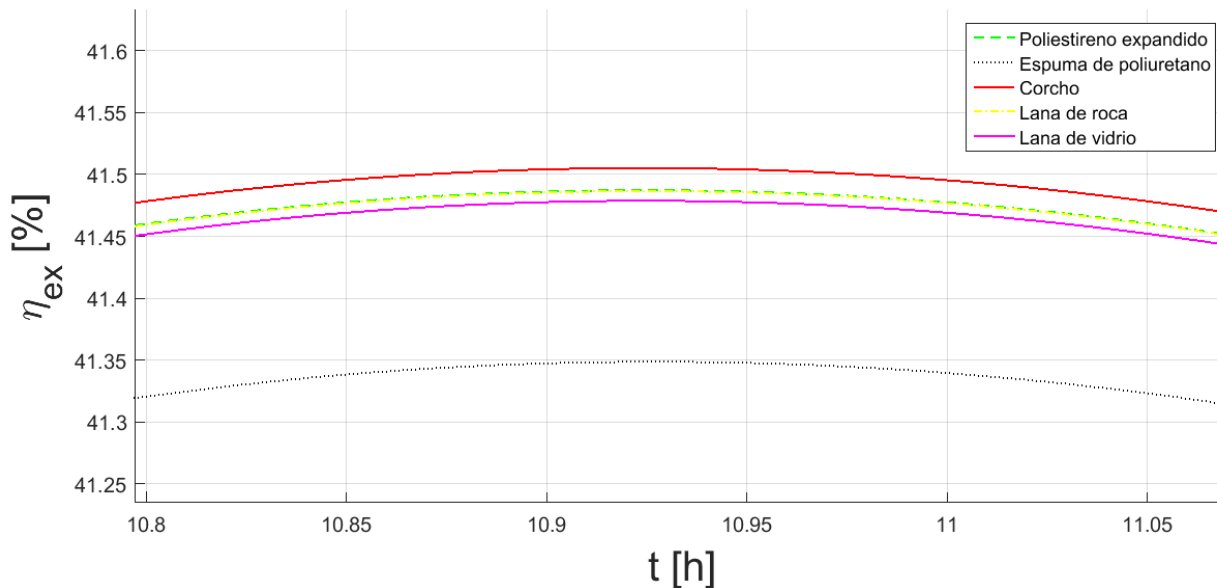


Figura 16 Eficiencia exergética para diferentes materiales del AI.

Es poco el efecto de variar los materiales del aislante. Se obtiene una eficiencia exergética, de 41.35 para el menor y 41.5 para el mayor, concluyendo que podría tomarse cualquier material para el aislante y se obtendrían los mismos resultados.

La propiedad del material aislante que es claro que tiene un efecto en la eficiencia exergética es la baja emisividad (menos emisividad menor será el coeficiente de transferencia de calor por radiación entre la placa absorbidora y el aislante, y menor será $Ex_{de(T_{pa}-T_{ai})}$). Sin embargo, con la conductividad térmica, el calor específico y la densidad no es clara la relación que deben tener y el efecto que tienen sobre la eficiencia exergética. El calor específico y la densidad impactan de manera inversamente proporcional en la temperatura (a mayor calor específico o densidad menor será la temperatura en el aislante). La conductividad térmica influye en el coeficiente de

transferencia de calor por conducción h_{c3} asociado al aislante y la placa base; si aumentamos la conductividad térmica del aislante aumentamos h_{c3} el cual hace disminuir la temperatura del aislante y aumentar el de la placa base. La destrucción exérgica que relaciona estas temperaturas es la destrucción exérgica dentro de la placa base que se comporta como sigue:

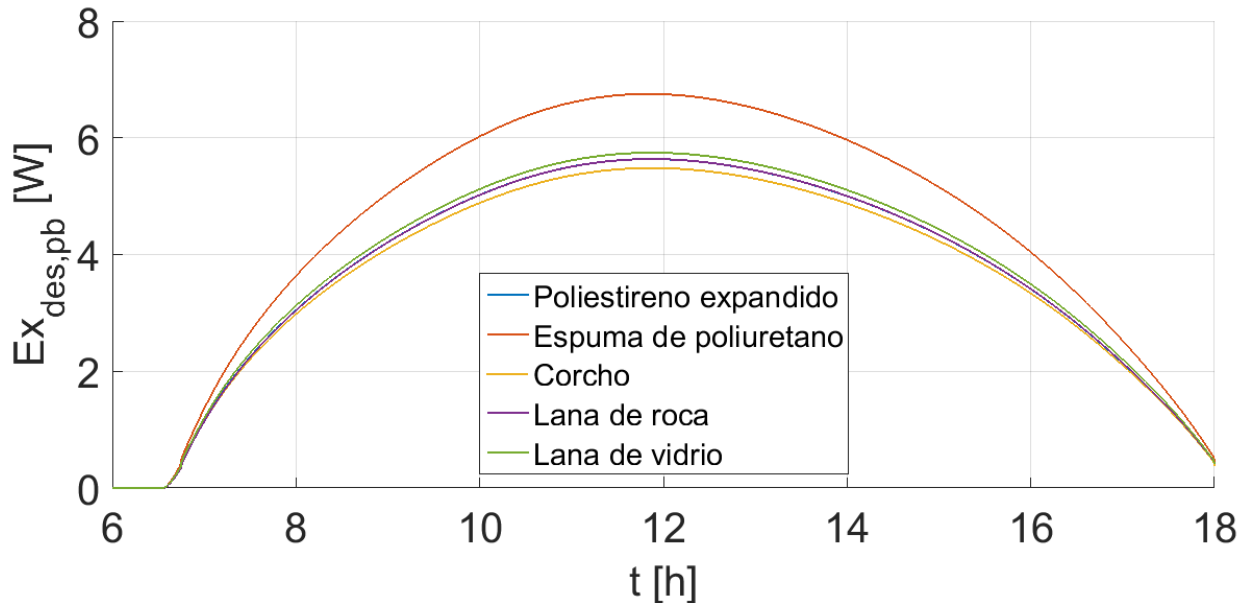


Figura 17 Destrucción exérgica dentro de la placa base para diferentes materiales del AI.

Se observa justamente que la espuma de poliuretano es la que genera mayor destrucción exérgica y el corcho menor destrucción exérgica dentro de la placa base. Entre los aislantes todos tienen conductividades bajas, pero entre estos el que tiene una conductividad térmica ligeramente mayor le permite al aislante distribuir parte del calor a la placa reduciendo las diferencias de temperaturas entre estas para así obtener una pequeña reducción en la destrucción exérgica dentro de la placa base logrando un pequeño aumento de la eficiencia exérgica.

4.4.4. Efecto de la variación del material de la placa base.

Los materiales seleccionados y sus propiedades se muestran en la tabla 9. Para la placa base solo son tres propiedades las involucradas, conductividad térmica, densidad y calor específico. Se obtiene la eficiencia exérgica para cada material.

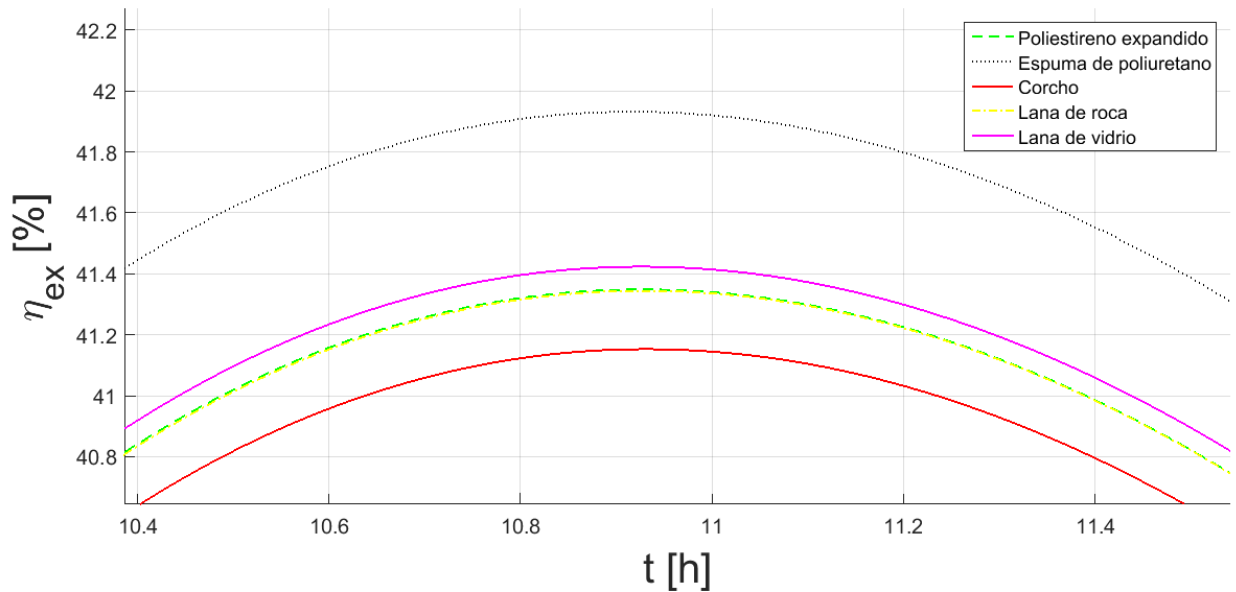


Figura 18 Eficiencia exergética para diferentes materiales de la PB.

Al igual que los materiales del aislante, el efecto de variar los materiales en la placa base es poco significativo para las condiciones de operación establecidas.

4.4.5. Efecto de la variación del material del marco lateral.

Los materiales seleccionados y sus propiedades se muestran en la tabla 9. Para los marcos laterales solo son tres propiedades las involucradas, conductividad térmica, densidad y calor específico. Se obtiene la eficiencia exergética para cada material.

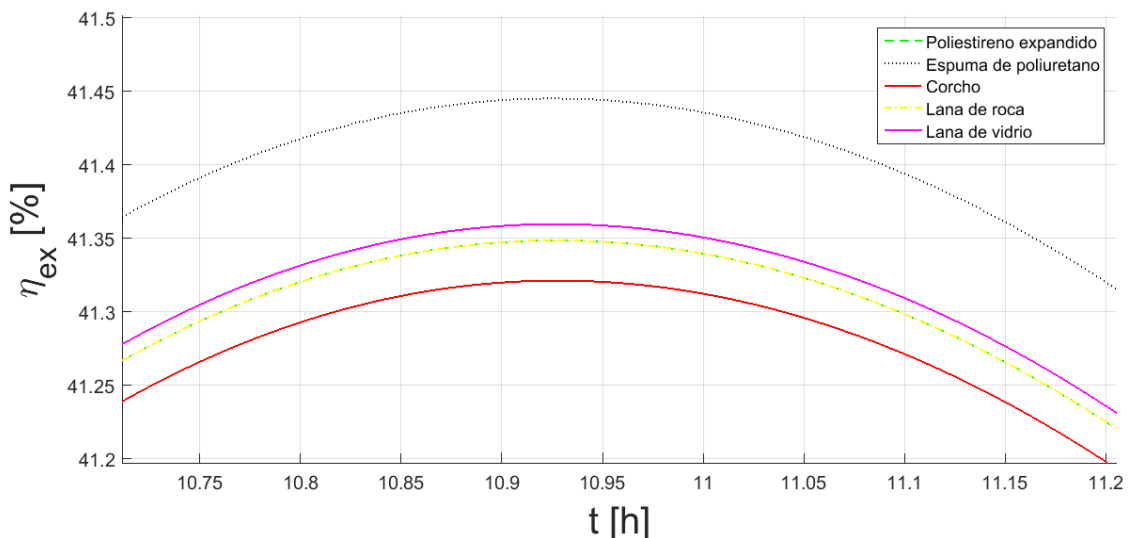


Figura 19 Eficiencia exergética para diferentes materiales del ML.

Sucede lo mismo que el aislante y la placa base. Para las condiciones de operaciones definidas, variar el material del marco lateral tiene un efecto muy reducido en la eficiencia exergética.

Existe una diferencia bastante importante entre la figura 16 y las figuras 18 y 19. En la primera figura el corcho es el que logra la mayor eficiencia exergética, aunque sea mínimo, y las siguientes dos, el corcho es el que obtiene la menor eficiencia exergética. ¿Por qué sucede? En el caso de la placa base existe el término U_{pb} que es el coeficiente global de pérdida asociado a la placa de fondo y para el marco lateral se encuentra el término U_s que es el coeficiente de pérdida lateral. Ambos coeficientes son directamente proporcionales a la conductividad térmica del material, es decir, si la conductividad térmica aumenta las pérdidas al ambiente aumentan de igual manera. Por lo tanto, para la placa base y el marco lateral, a diferencia de la placa aislante, se requieren materiales con baja conductividad térmica.

4.4.6. Efecto de la variación del espesor de cubierta superior en la eficiencia exergética.

A partir de este punto, los materiales y los valores mostrados de sus propiedades físicas en la tabla 10 son los utilizados para obtener todos los resultados al variar los parámetros geométricos de diseño.

Tabla 10 Materiales para variación de geometrías.

Elemento	Material	k	ε	K	n_2			α
CS	Vidrio ordinario	0.837 [7]	0.85 [8]	54.49 [4]	1.52 [7]	2490 [7]	837 [7]	
PA	Pintura negra en aluminio	237 [10]	0.88 [9]			2698.4 [10]	900 [10]	0.98 [9]
AI	Espuma de poliuretano	0.023 [8]	0.9 [3]			24 [8]	1600 [12]	
PB	Poliestireno expandido	0.040 [8]				16 [8]	1200 [8]	
ML								

En los casos analizados donde los valores de alguna de estas propiedades varíen, se mostrarán dichas variaciones.

La restricción para el espesor de la cubierta superior es el siguiente

$$\text{Restricción } 0.002 < \delta_{cs} < 0.015$$

Dentro de este intervalo se obtiene el comportamiento de la eficiencia exergética presentado en la fig. 20. Por cuestiones de claridad se presentan pocos valores para visualizar el comportamiento de la curva del porcentaje de la eficiencia exergética en función del tiempo al variar el espesor de la cubierta superior.

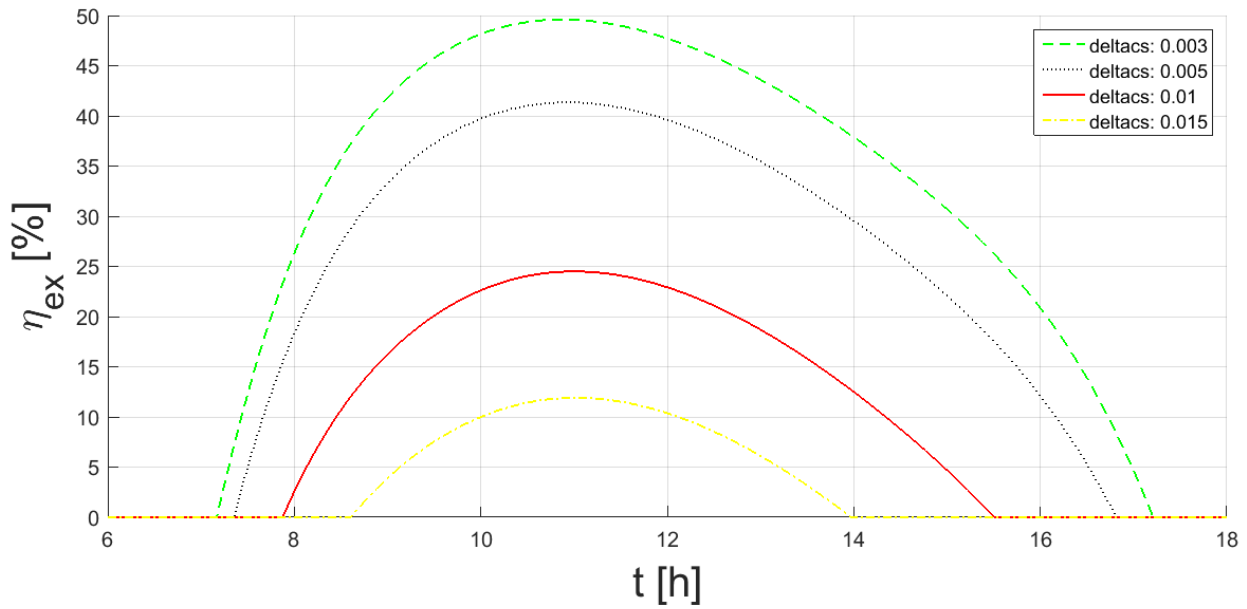


Figura 20 Variación de eficiencia exergetica en el tiempo al variar espesor de CS.

Graficando una vista lateral de figura 20, tomando los puntos máximos de cada curva y agregando muchos más puntos, se obtiene la figura 21 donde se visualiza los puntos máximos de la eficiencia exergetica en función del espesor de la cubierta superior.

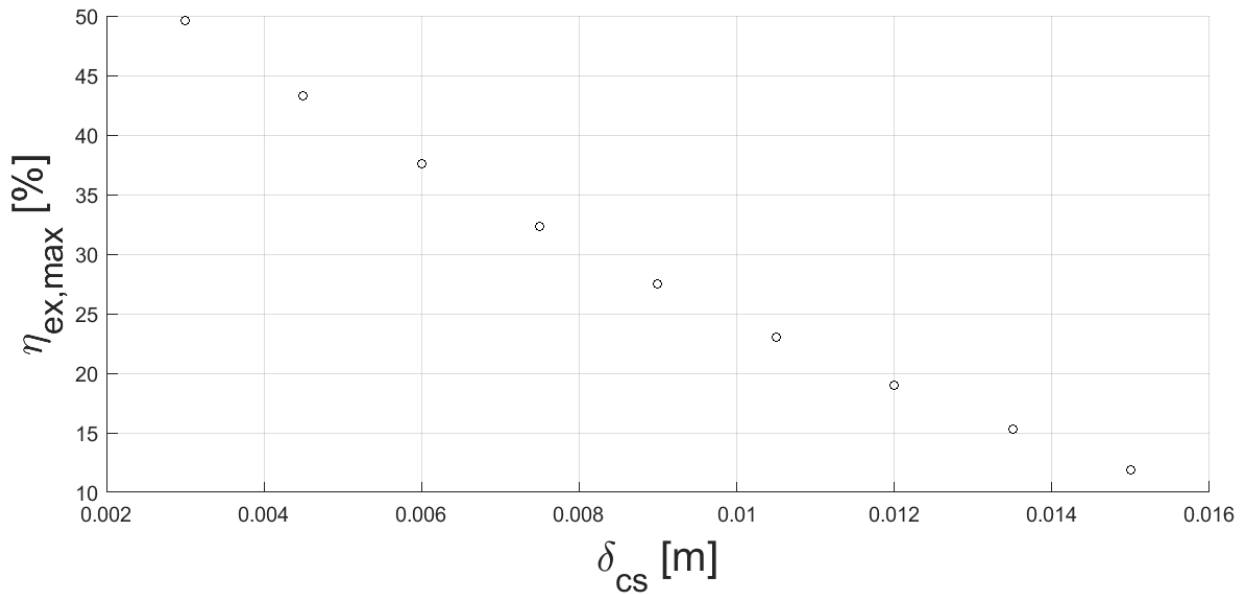


Figura 21 Variación espesor cubierta superior.

En la figura 22 se ve el efecto de la variación del espesor en las temperaturas.

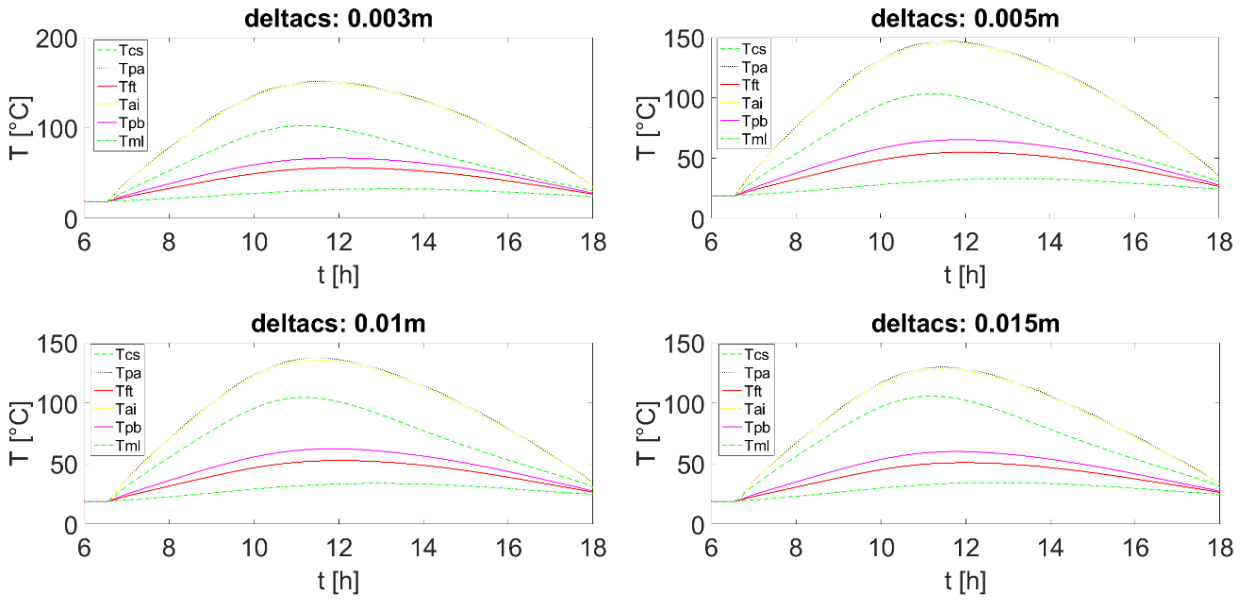
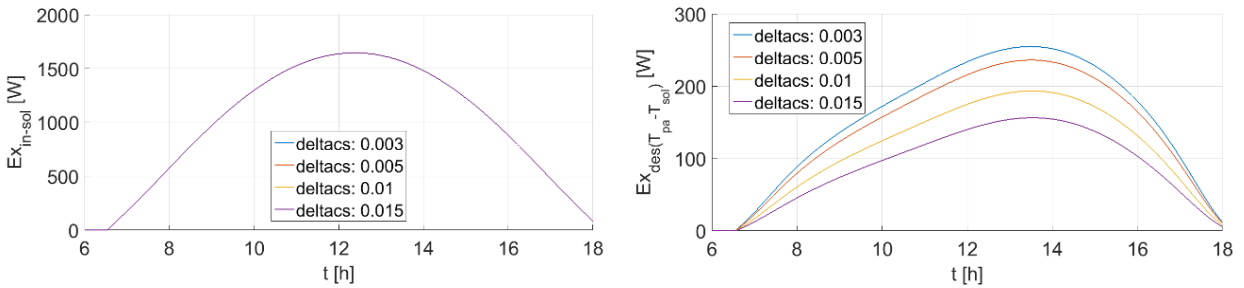


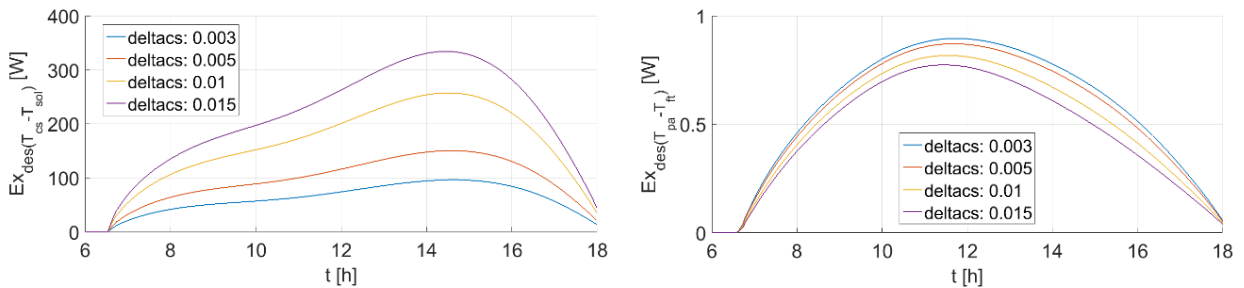
Figura 22 Variación de temperaturas en diferentes puntos del colector para los diferentes espesores de la cubierta superior.

En la figura 23 se ve cómo se comporta la exergía de entrada y cada destrucción exergética.



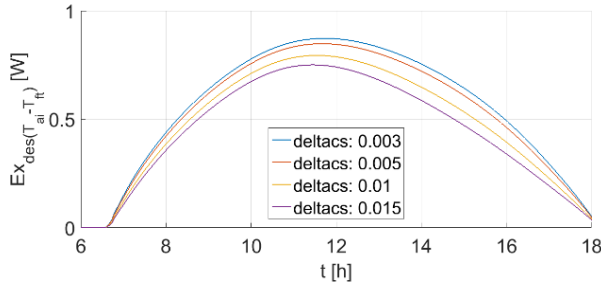
Exergía de entrada

Destrucción de exergía entre el sol y la placa absorbadora

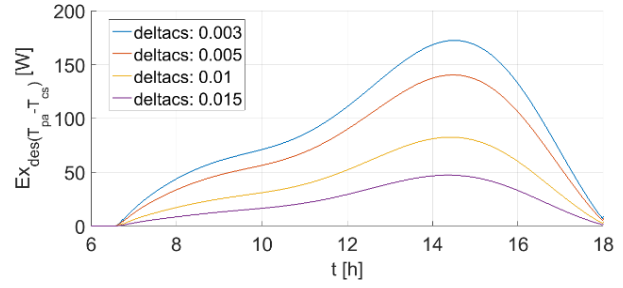


Destrucción de exergía entre la cubierta superior y el sol

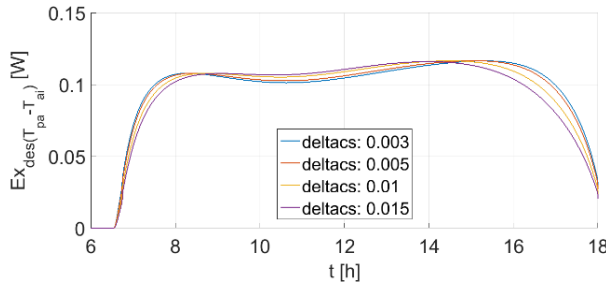
Destrucción de exergía entre la placa absorbadora y el fluido de trabajo



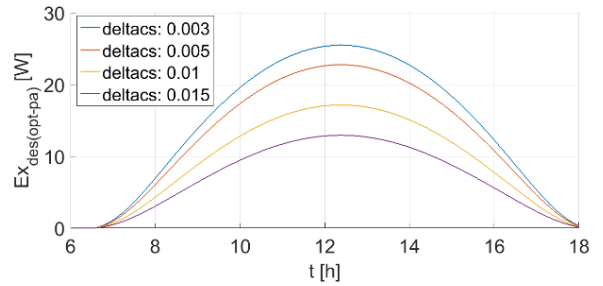
Destrucción de exergía entre el aislante y el fluido de trabajo



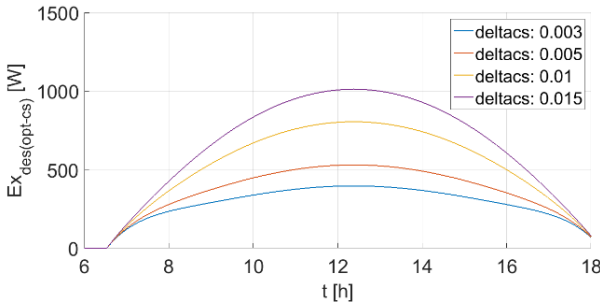
Destrucción de exergía entre la cubierta superior y la placa absorbidora



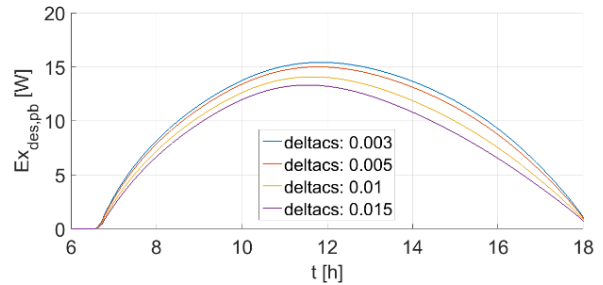
Destrucción de exergía entre la placa absorbidora y el aislante



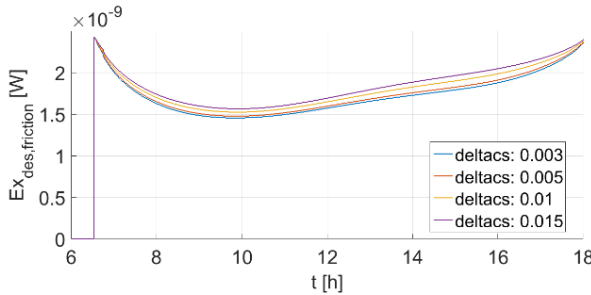
Destrucción de exergía óptica de la placa absorbidora



Destrucción de exergía óptica de la cubierta superior



Destrucción de exergía dentro de la placa base



Destrucción de exergía por caída de presión en el conducto

Figura 23 Variación de las destrucciones exergéticas para diferentes espesores de CS.

Se puede observar en la figura 20 y 21 que mientras más aumenta el espesor de la cubierta superior la eficiencia exergética tiende a disminuir. Además, no solo el punto máximo se ve

reducido, también se reduce el intervalo de tiempo en el que tenemos cierta cantidad de eficiencia. En los valores de temperatura de la figura 22 la placa absorbedora es la más afectada.

Estos efectos observados son debido a que al aumentar el espesor de la cubierta superior impacta principalmente en la trayectoria real de la radiación a través de una capa transparente relacionada a la radiación directa, difusa y reflejada (L, L_d y L_g), esto reduce la transmitancia de la cubierta superior ($\tau_{cs,a}$) provocando el aumento de la absorptividad de la cubierta superior (α_{cs}), reduciendo el producto transmitancia-absortancia ($\tau\alpha$) y disminuyendo la irradiancia que llega a la placa absorbedora, es decir, lo que es absorbida por ella (G_{pa}). Representado en destrucciones exergéticas se observa de la figura 23 que al aumentar el espesor de la cubierta superior los aumentos de $\dot{E}x_{des(T_{cs}-T_{sol})}$ y $\dot{E}x_{des(opt-cs)}$ predominan sobre las disminuciones dando como resultado un aumento de la destrucción total de exergía y una disminución de la η_{ex} . Así que para tener mayor eficiencia exergética lo mejor sería tener el espesor de la cubierta superior lo más pequeño posible.

4.4.7. Efecto de la variación del espesor de la placa absorbedora en la eficiencia exergética.

La restricción para el espesor de la placa absorbedora es el siguiente

$$\text{Restricción } 0.002 < \delta_{pa} < 0.09$$

Dentro de este intervalo se obtiene el comportamiento de la eficiencia exergética presentado en la fig. 24. Por cuestiones de claridad se presentan pocos valores para visualizar el comportamiento de la curva del porcentaje de la eficiencia exergética en función del tiempo al variar el espesor de la placa absorbedora.

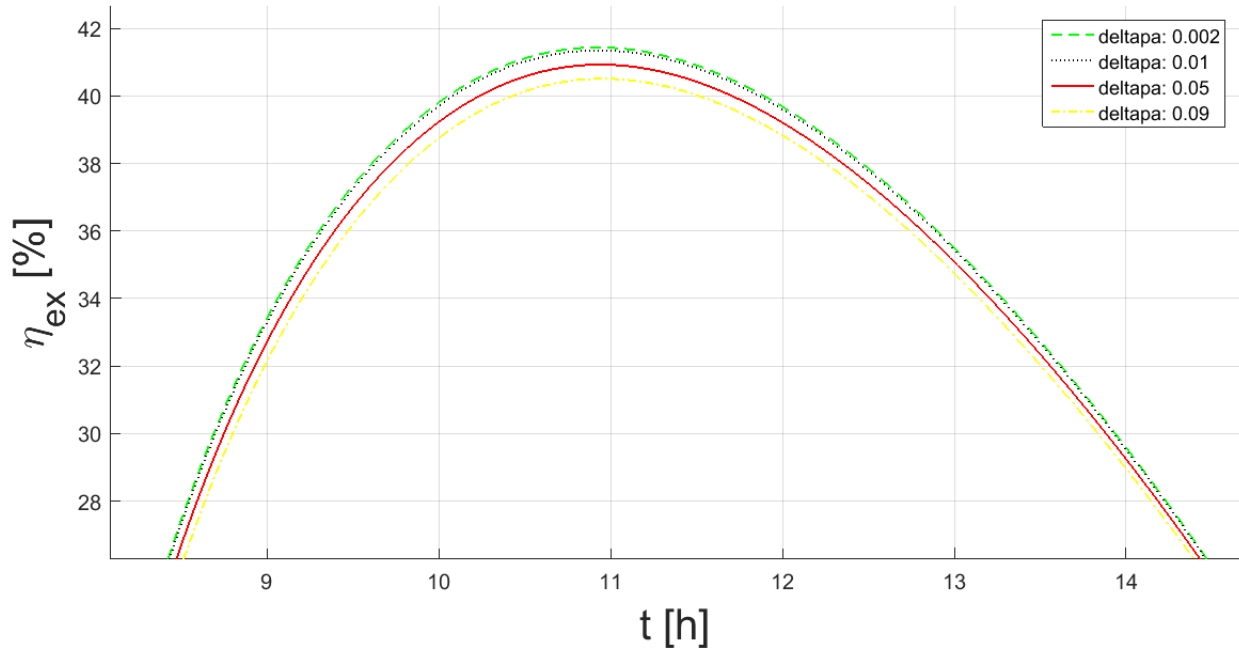


Figura 24 Variación de la eficiencia exergetica en el tiempo al variar espesor de PA.

Graficando una vista lateral de figura 24, tomando los puntos máximos de cada curva y agregando muchos más puntos, obtenemos la figura 25 donde se visualiza los puntos máximos de la eficiencia exergetica en función del espesor de la placa absorbadora.

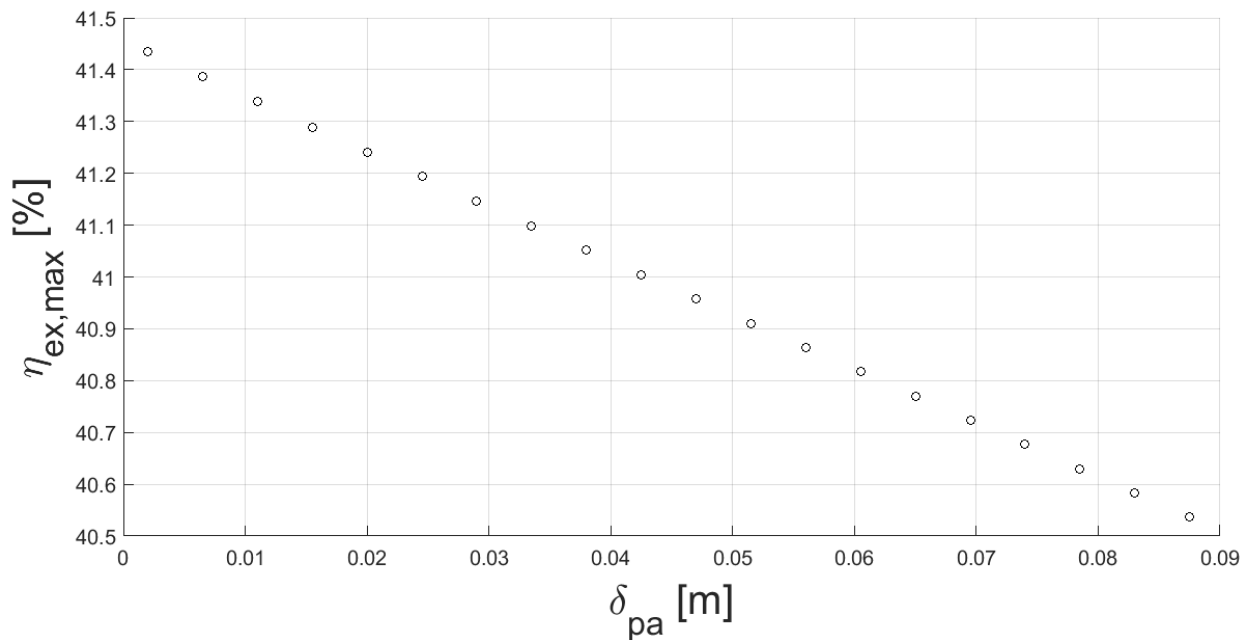


Figura 25 Variación espesor placa absorbadora.

En la figura 26 se ve el efecto de la variación del espesor en las temperaturas.

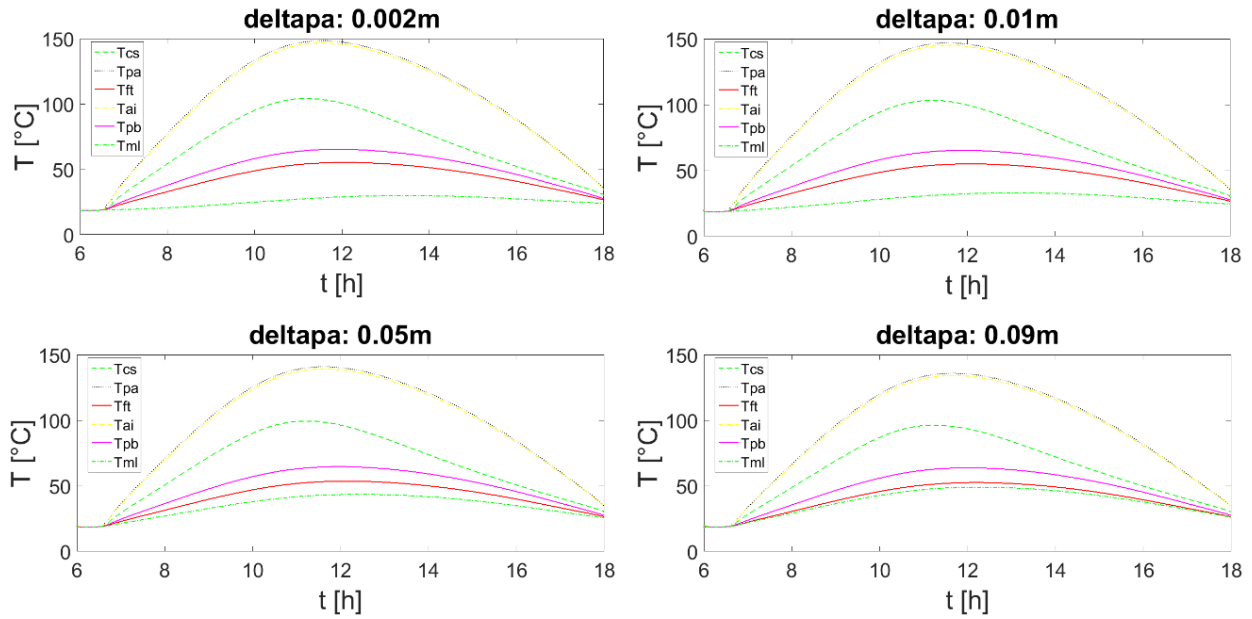
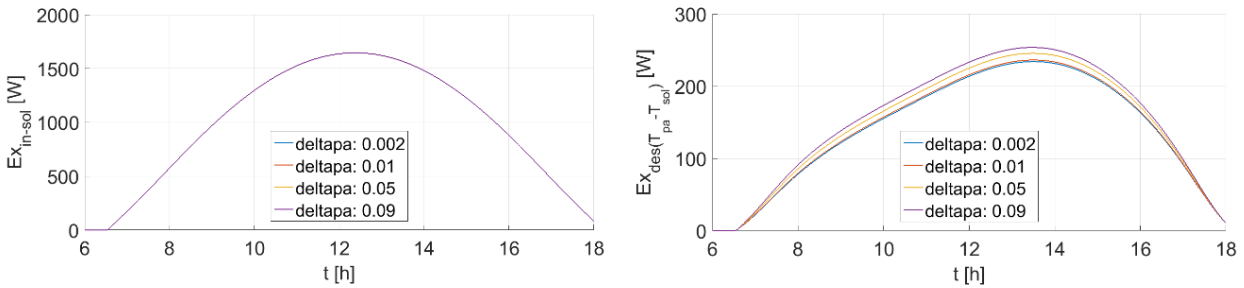


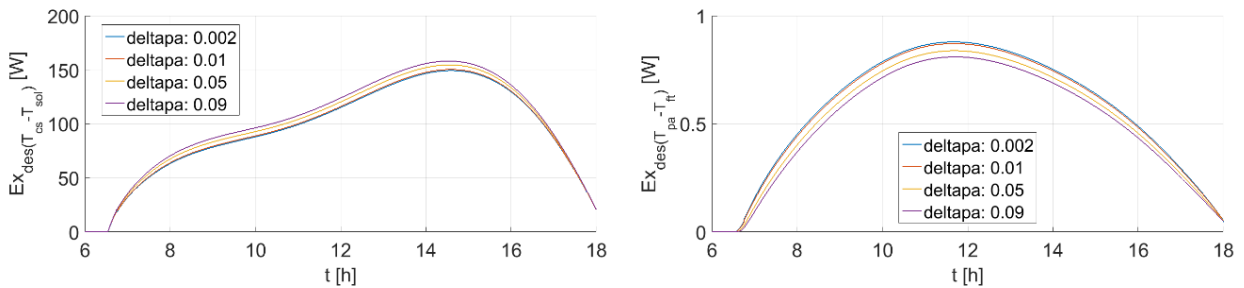
Figura 26 Variación de temperaturas en diferentes puntos del colector para los diferentes espesores de la placa absorbadora.

En la figura 27 se ve cómo se comporta la exergía de entrada y cada destrucción exergética.



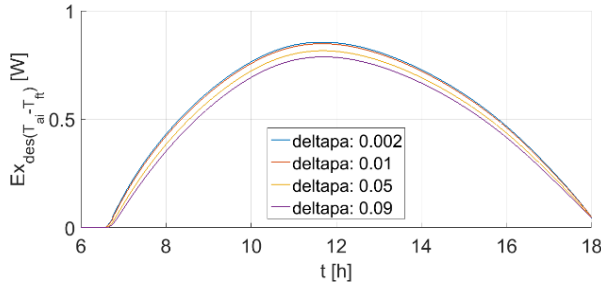
Exergía de entrada

Dstrucción de exergía entre el sol y la placa absorbadora

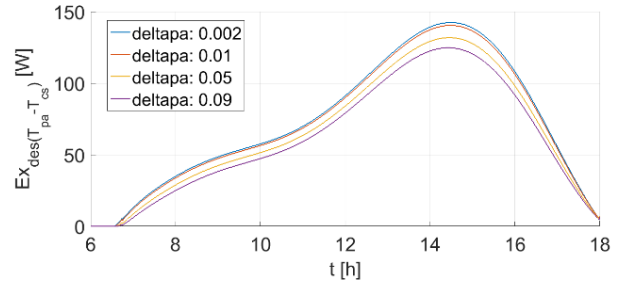


Dstrucción de exergía entre la cubierta superior y el sol

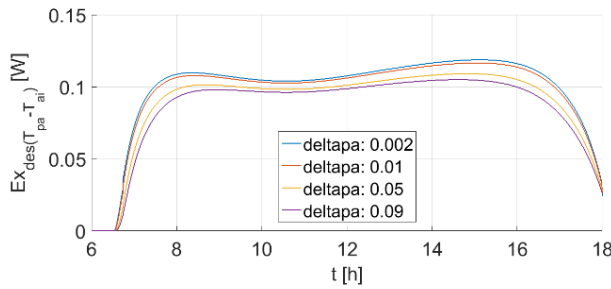
Dstrucción de exergía entre la placa absorbadora y el fluido de trabajo



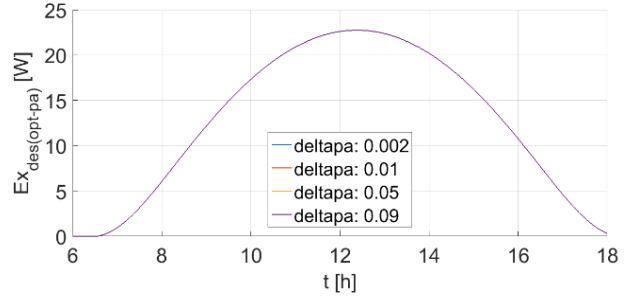
Destrucción de exergía entre el aislante y el fluido de trabajo



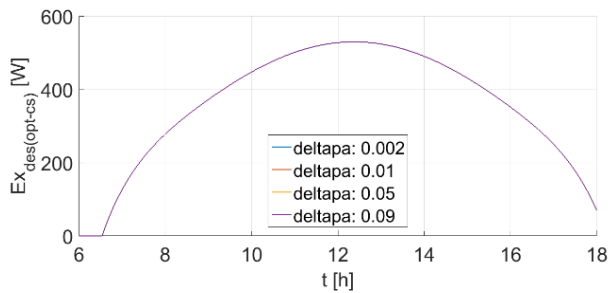
Destrucción de exergía entre la cubierta superior y la placa absorbidora



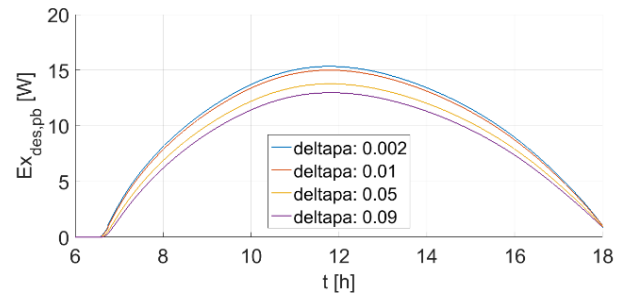
Destrucción de exergía entre la placa absorbidora y el aislante



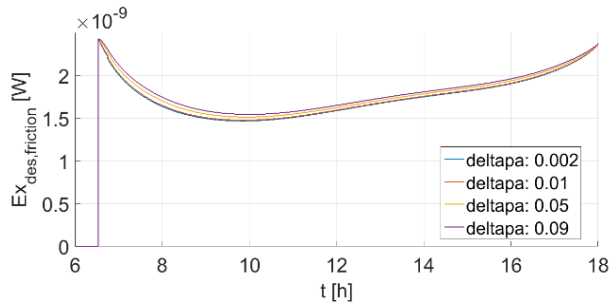
Destrucción de exergía óptica de la placa absorbidora



Destrucción de exergía óptica de la cubierta superior



Destrucción de exergía dentro de la placa base



Destrucción de exergía por caída de presión en el conducto

Figura 27 Variación de las destrucciones exergéticas para diferentes espesores de PA.

Se puede observar en la figura 24 y 25 que mientras aumenta el espesor de la placa absorbidora la eficiencia exergética disminuye ligeramente. En la figura 26 se observa como la temperatura de la placa absorbidora y aislante se reducen ligeramente, pero la temperatura en el marco lateral

aumenta. Esto sucede porque al aumentar el espesor de la placa absorbidora aumenta el área de contacto entre esta placa y el marco lateral. En la figura 27 observamos que las pérdidas exergéticas se mantienen sin cambios considerables.

4.4.8. Efecto de la variación del espesor del aislante en la eficiencia exergética.

La restricción para el espesor del aislante es el siguiente

$$\text{Restricción } 0.04 < \delta_{ai} < 0.25$$

Dentro de este intervalo se obtiene el comportamiento de la eficiencia exergética presentado en la fig. 28. Por cuestiones de claridad se presentan pocos valores para visualizar el comportamiento de la curva del porcentaje de la eficiencia exergética en función del tiempo al variar el espesor del aislante.

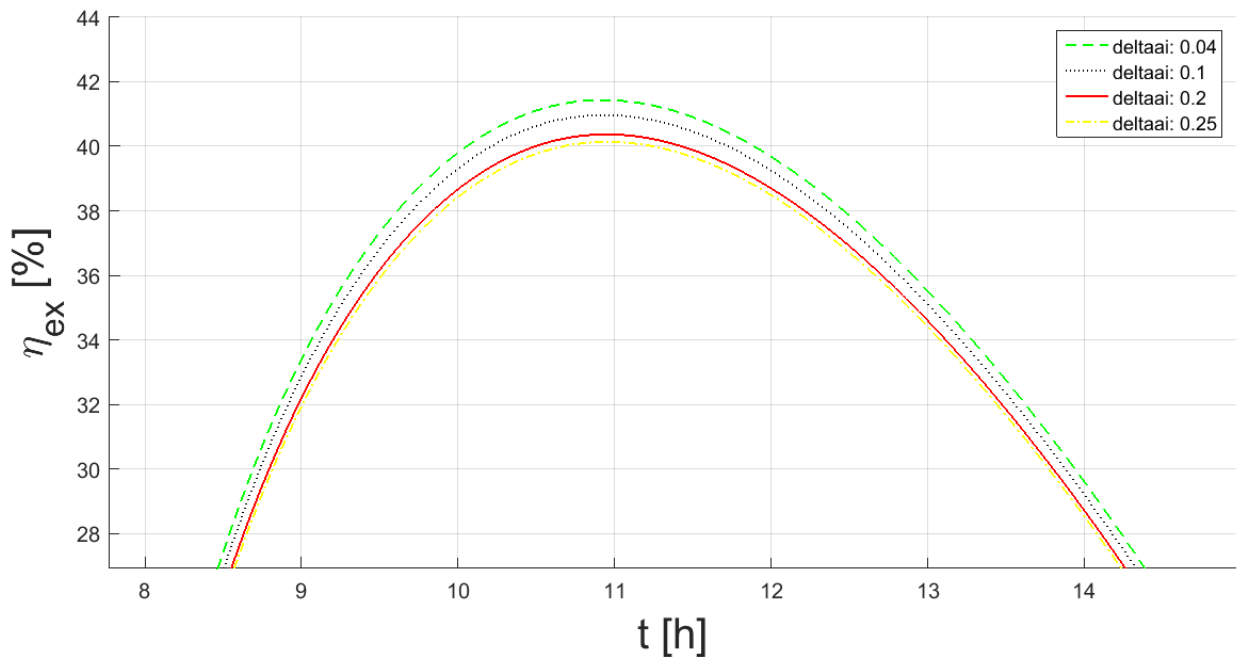


Figura 28 Variación de eficiencia exergética en el tiempo para diferentes espesores de AI.

Graficando una vista lateral de figura 28, tomando los puntos máximos de cada curva y agregando muchos más puntos, se obtiene la figura 29 donde se visualiza los puntos máximos de la eficiencia exergética en función del espesor del aislante.

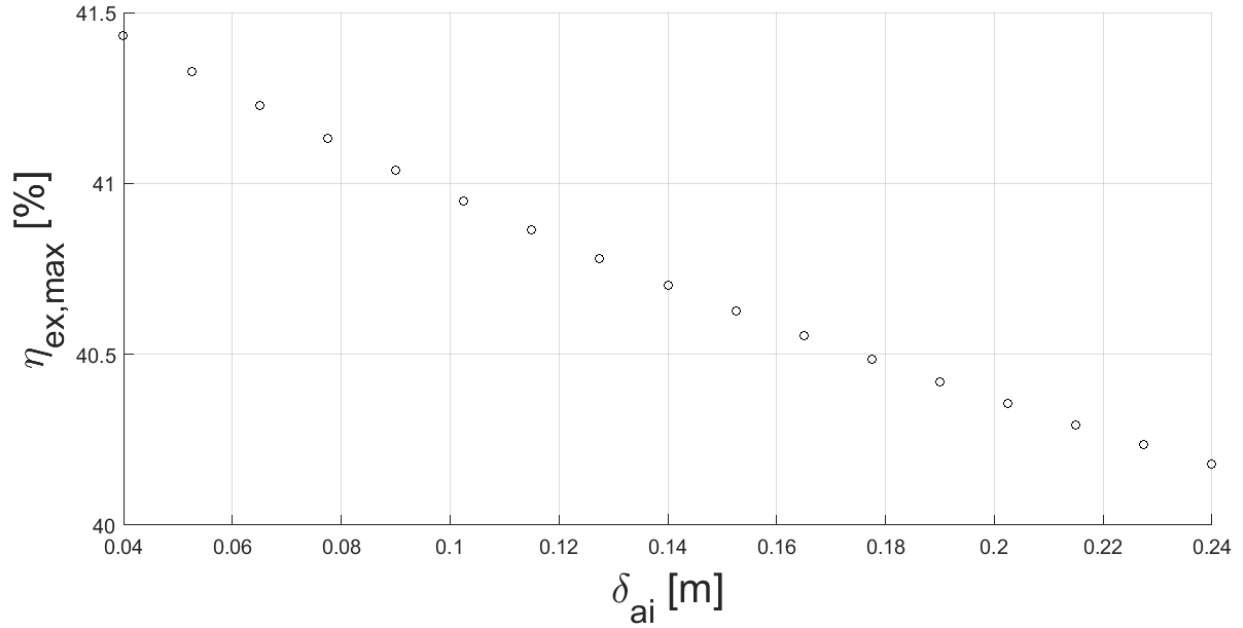


Figura 29 Variación del espesor del aislante.

En la figura 30 vemos el efecto de la variación del espesor en las temperaturas.

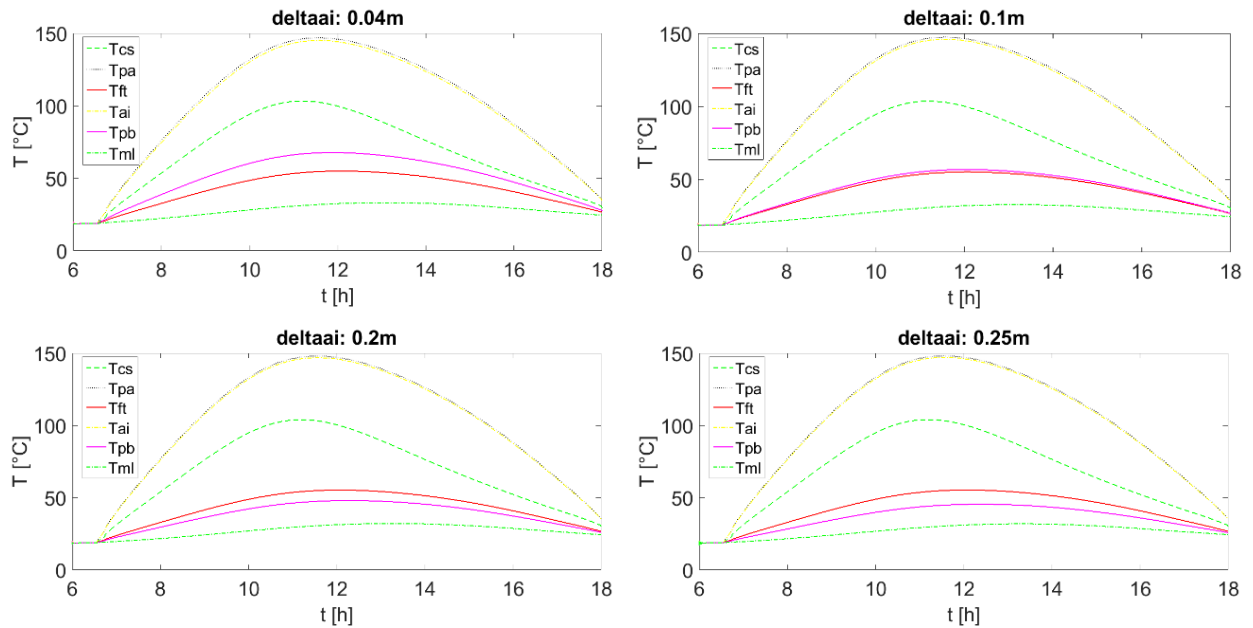
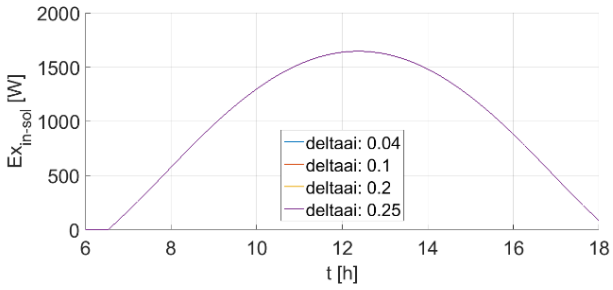
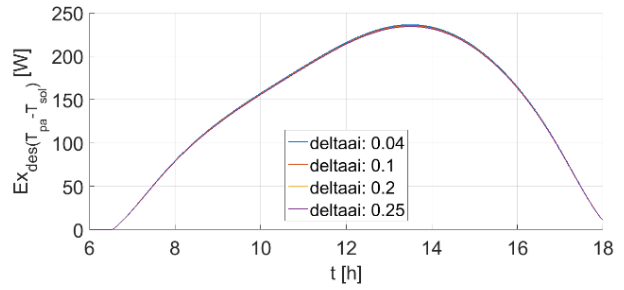


Figura 30 Variación de temperaturas en diferentes puntos del colector para los diferentes espesores del aislante.

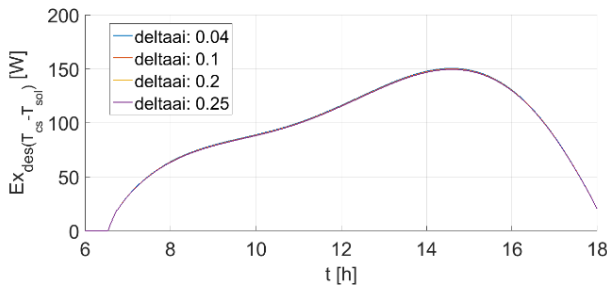
En la figura 31 se ve cómo se comporta la exergía de entrada y cada destrucción exergética.



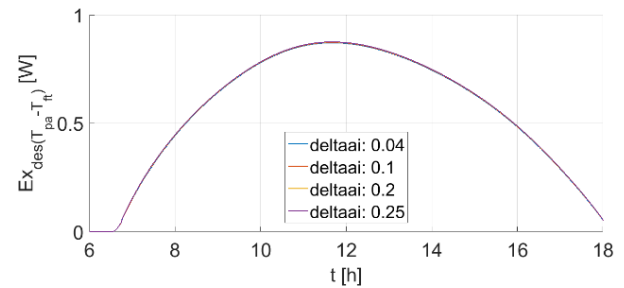
Exergía de entrada



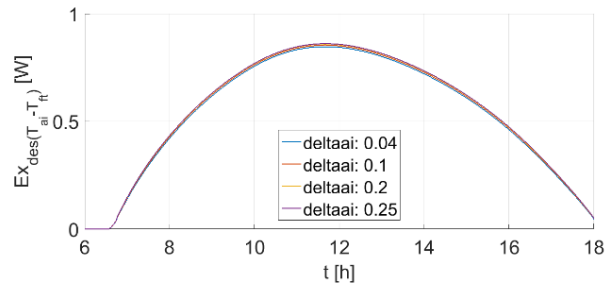
Dstrucción de exergía entre el sol y la placa absorbadora



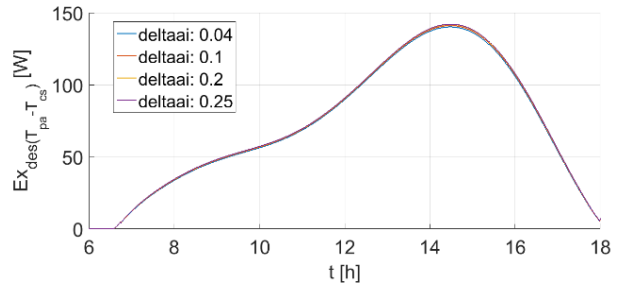
Dstrucción de exergía entre la cubierta superior y el sol



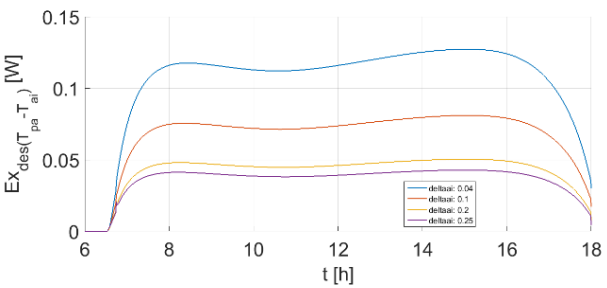
Dstrucción de exergía entre la placa absorbadora y el fluido de trabajo



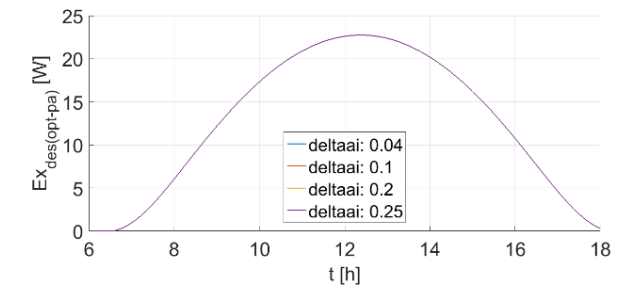
Dstrucción de exergía entre el aislante y el fluido de trabajo



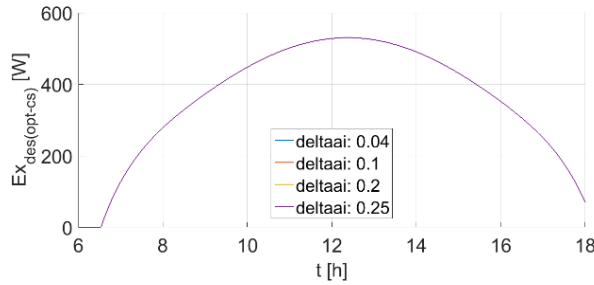
Dstrucción de exergía entre la cubierta superior y la placa absorbadora



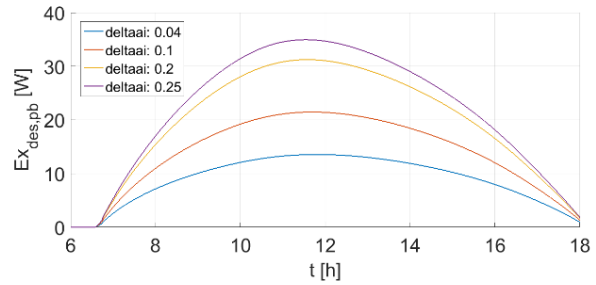
Dstrucción de exergía entre la placa absorbadora y el aislante



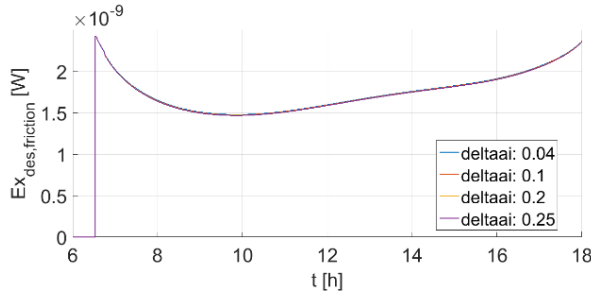
Dstrucción de exergía óptica de la placa absorbadora



Destrucción de exergía óptica de la cubierta superior



Destrucción de exergía dentro de la placa base



Destrucción de exergía por caída de presión en el conducto

Figura 31 Variación de las destrucciones exergéticas para diferentes espesores del aislante.

Se puede observar las figuras 28 y 29 que mientras más aumenta el espesor del aislante la eficiencia exergética tiende a disminuir. En la figura 29 vemos que la principal afectada es la temperatura de la placa base debido a que el aumento del espesor del aislante impacta en el coeficiente de transferencia de calor por conducción (h_{c3}). La temperatura del marco lateral se ve ligeramente aumentado al aumentar el espesor del aislante, debido a que aumenta el área de contacto entre el aislante y el marco lateral (A_{aiml}). Las demás temperaturas se mantienen constantes. En la figura de destrucciones exergéticas, observamos que los cambios son muy bajos causados probablemente por pequeñas variaciones en las temperaturas de la placa absorbedora, el fluido de trabajo y el aislante. Las destrucción exergética dentro de la placa base ($\dot{E}x_{des,pb}$) aumentan en cantidades ya considerables, como vimos en la figura 29 la temperatura de la placa base se ve reducida, es decir, la diferencia de temperatura entre el aislante y la placa base aumenta ocasionando el aumento de las pérdidas exergéticas dentro de la placa base.

4.4.9. Efecto de la variación del espesor de la placa base en la eficiencia exergética.

La restricción para el espesor de la placa base es el siguiente

$$\text{Restricción } 0.02 < \delta_{pb} < 0.3$$

Dentro de este intervalo se obtiene el comportamiento de la eficiencia exergética presentado en la fig. 32. Por cuestiones de claridad se presentan pocos valores para visualizar el comportamiento de

la curva del porcentaje de la eficiencia exergética en función del tiempo al variar el espesor de la placa base.

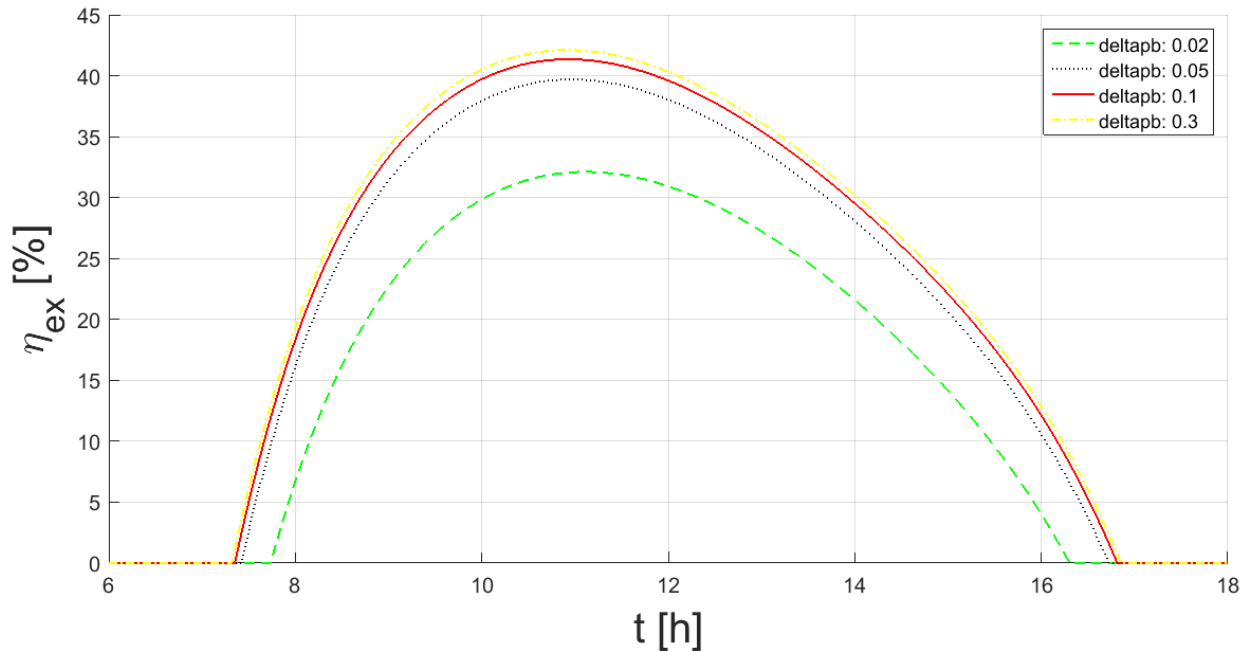


Figura 32 Variación de eficiencia exergética en el tiempo para diferentes espesores de PB.

Graficando una vista lateral de figura 32, tomando los puntos máximos de cada curva y agregando muchos más puntos, se obtiene la figura 33 donde se visualiza los puntos máximos de la eficiencia exergética en función del espesor de la placa base.

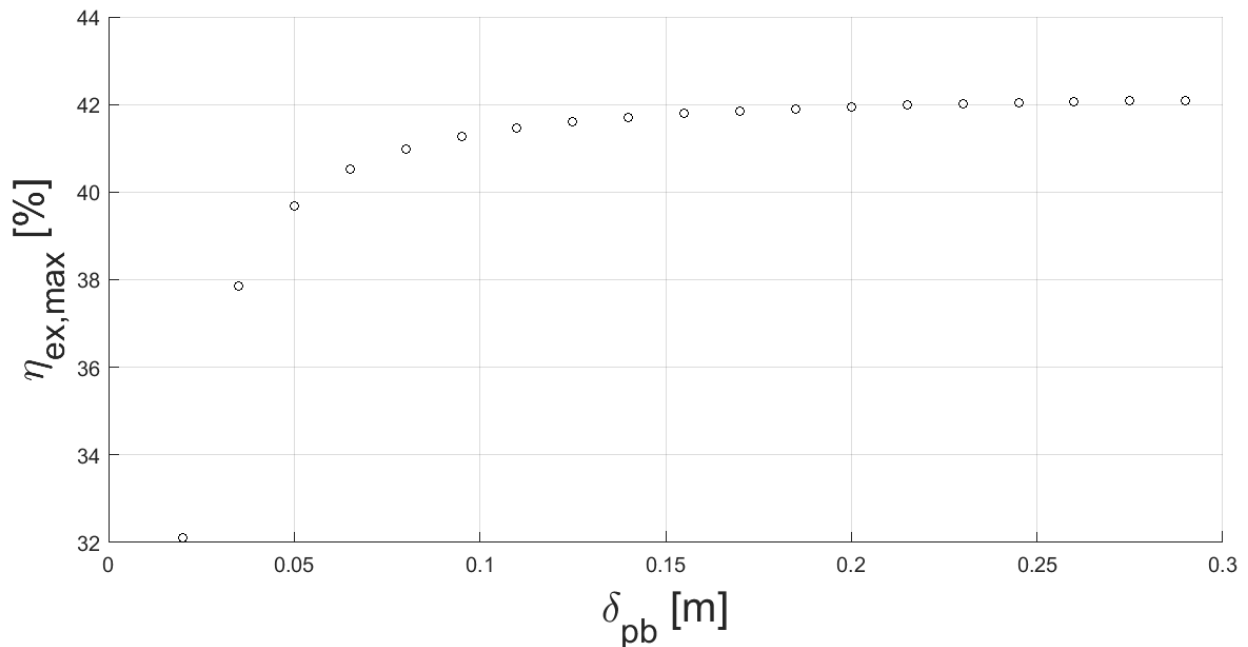


Figura 33 Variación espesor placa base.

En la figura 34 vemos el efecto de la variación del espesor en las temperaturas.

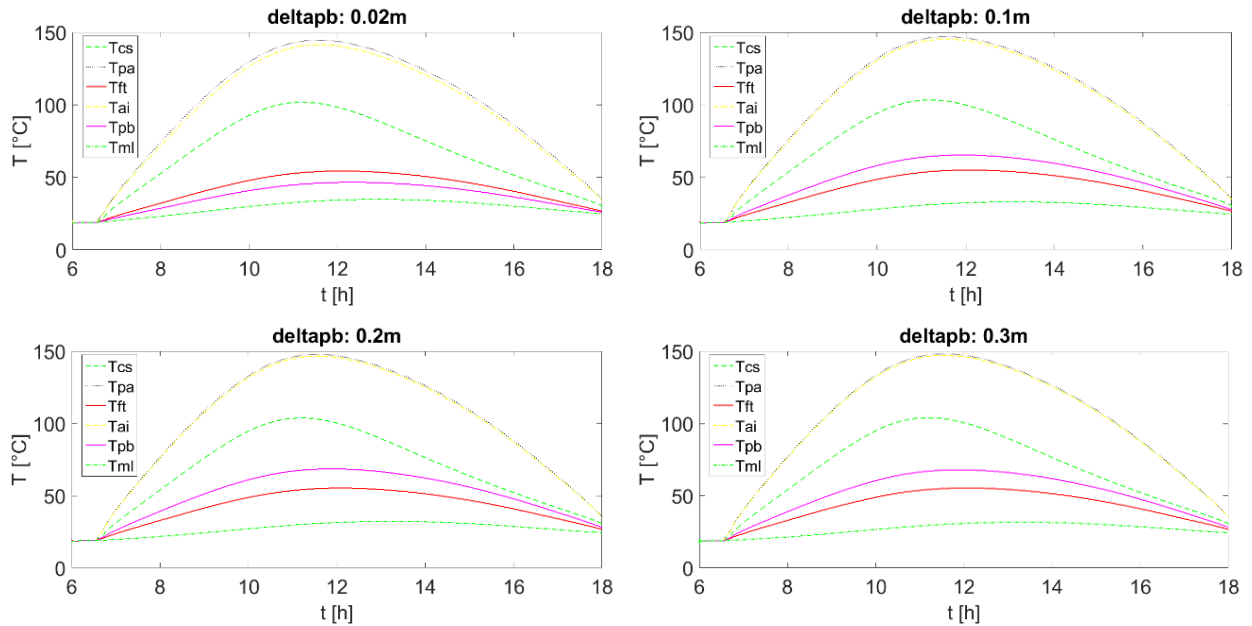
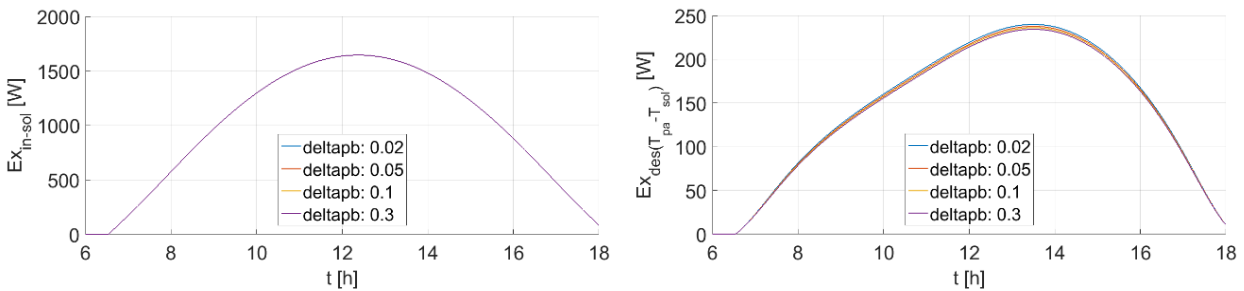
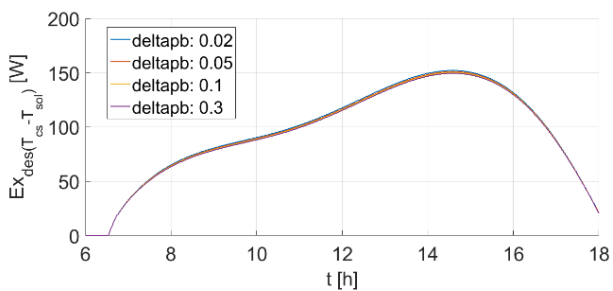


Figura 34 Variación de temperaturas en diferentes puntos del colector para los diferentes espesores de la placa base.

En la figura 35 vemos cómo se comporta la exergía de entrada y cada destrucción exergética.

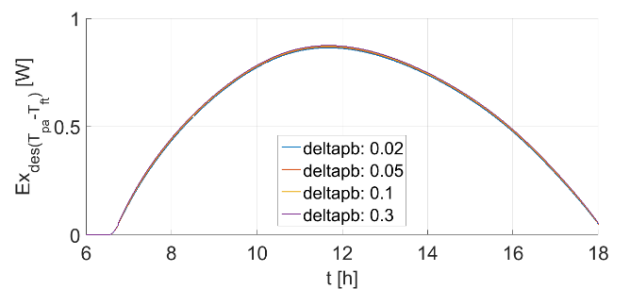


Exergía de entrada

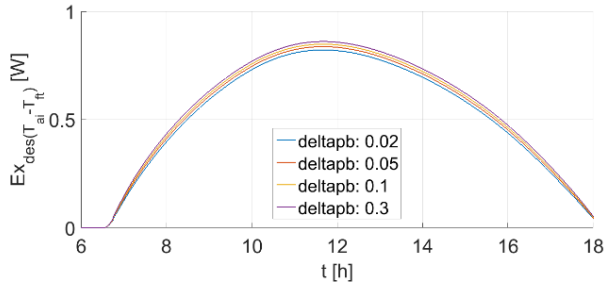


Destrucción de exergía entre la cubierta superior y el sol

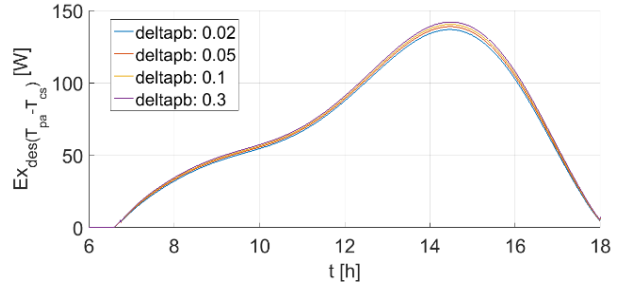
Destrucción de exergía entre el sol y la placa absorbidora



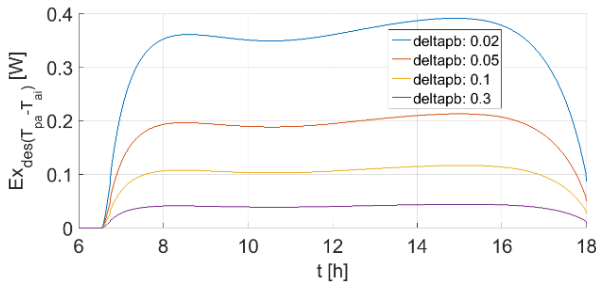
Destrucción de exergía entre la placa absorbidora y el fluido de trabajo



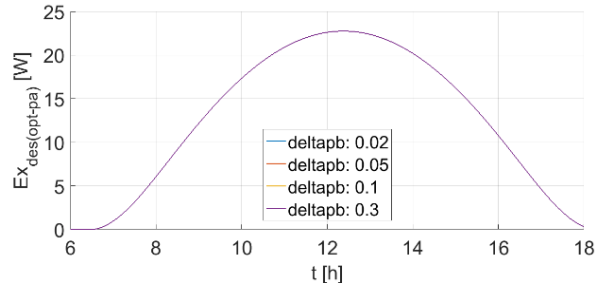
Destrucción de exergía entre el aislante y el fluido de trabajo



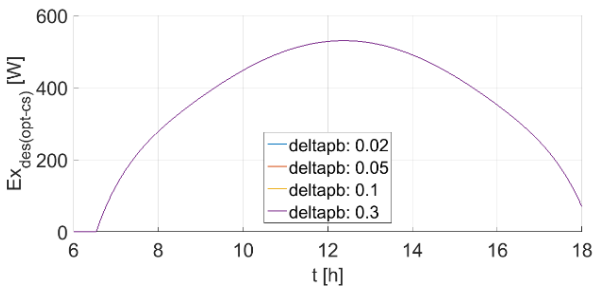
Destrucción de exergía entre la cubierta superior y la placa absorbidora



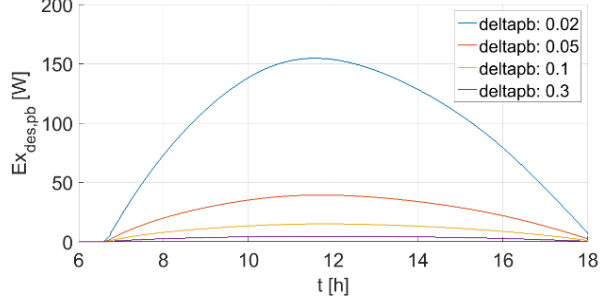
Destrucción de exergía entre la placa absorbidora y el aislante



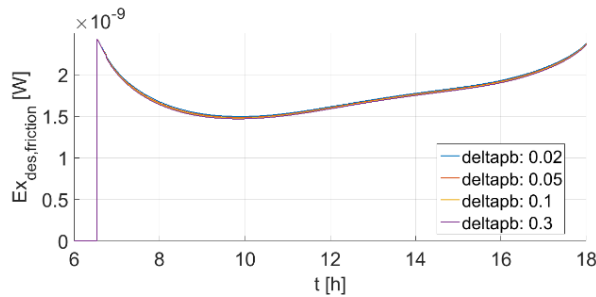
Destrucción de exergía óptica de la placa absorbidora



Destrucción de exergía óptica de la cubierta superior



Destrucción de exergía dentro de la placa base



Destrucción de exergía por caída de presión en el conducto

Figura 35 Variación de las destrucciones exergéticas para diferentes espesores de PB.

Se puede observar en las figuras 32 y 33 que mientras más aumenta el espesor de la placa base la eficiencia exergética llega a un punto donde se mantiene casi constante, específicamente, al llegar al espesor de 0.05 la eficiencia exergética comienza a frenarse. En la figura 34 se ve como

al aumentar el espesor de la placa base aumenta su temperatura. En la figura 35 se visualiza que al aumentar el espesor de la placa base se reducen las destrucciones exergéticas entre la placa absorbidora y el aislante ($\dot{E}x_{des(T_{pa}-T_{ai})}$) y dentro de la placa base ($\dot{E}x_{des,pb}$). La pérdida exergética dentro de la placa base, al reducirse el coeficiente global de pérdida asociado a la placa de fondo (U_{pb}), se reduce.

4.4.10. Efecto de la variación del espesor del marco lateral en la eficiencia exergética.

La restricción para el espesor del marco lateral es el siguiente

$$\text{Restricción } 0.009 < \delta_{ml} < 0.05$$

Dentro de este intervalo se obtiene el comportamiento de la eficiencia exergética presentado en la fig. 36. Por cuestiones de claridad se presentan pocos valores para visualizar el comportamiento de la curva del porcentaje de la eficiencia exergética en función del tiempo al variar el espesor del marco lateral.

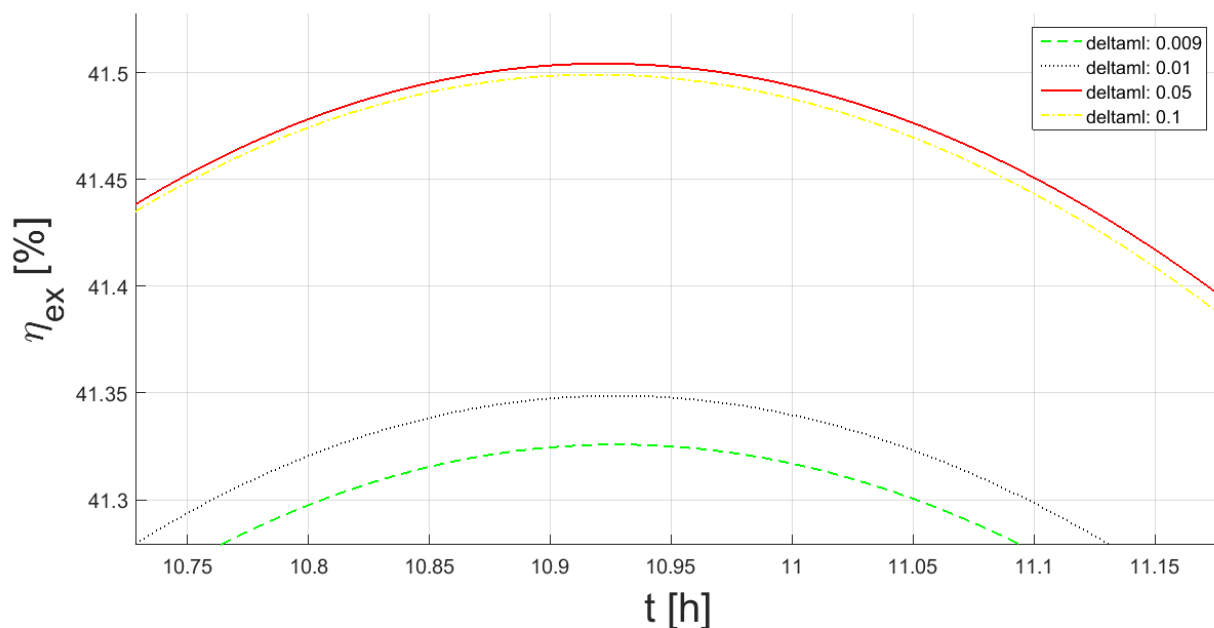


Figura 36 Variación de la eficiencia exergética en el tiempo para diferentes espesores de ML.

Graficando una vista lateral de figura 36, tomando los puntos máximos de cada curva y agregando muchos más puntos, obtenemos la figura 37 donde se visualiza los puntos máximos de la eficiencia exergética en función del espesor del marco lateral.

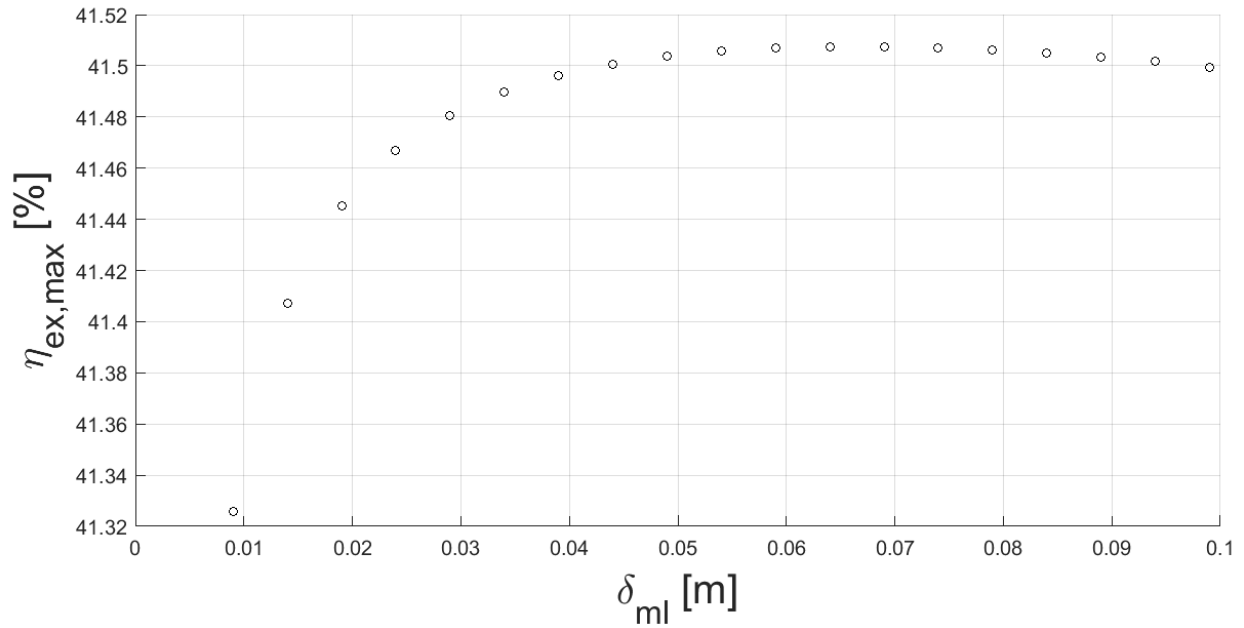


Figura 37 Variación espesor marco lateral.

En la figura 38 vemos el efecto de la variación del espesor en las temperaturas.

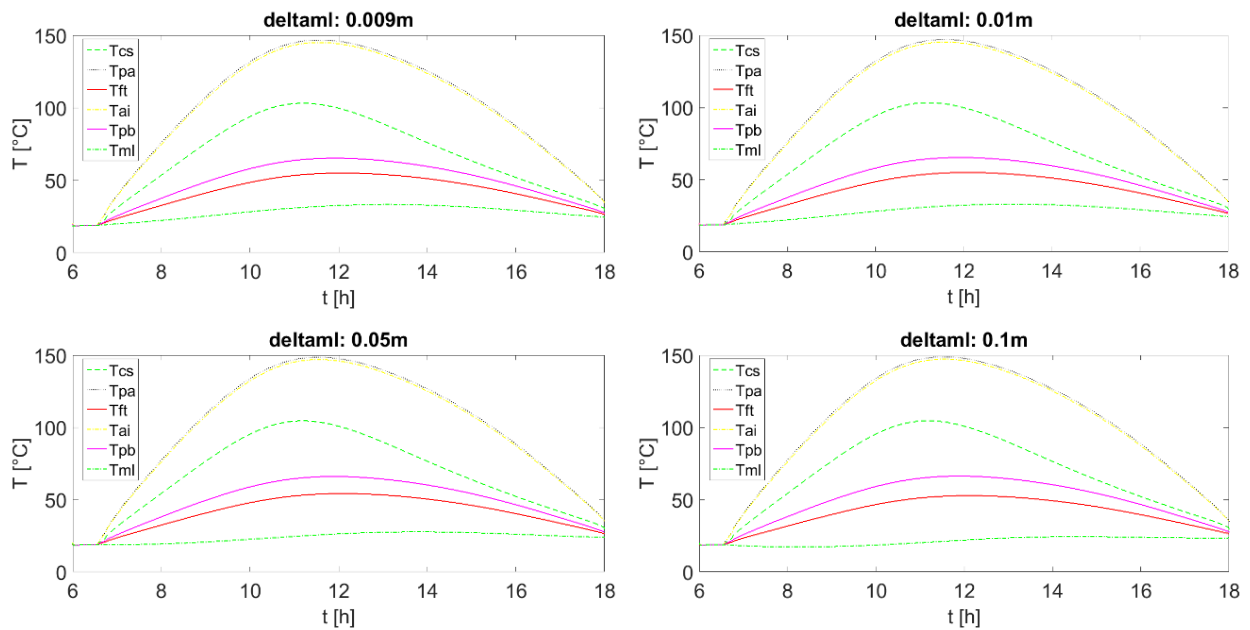
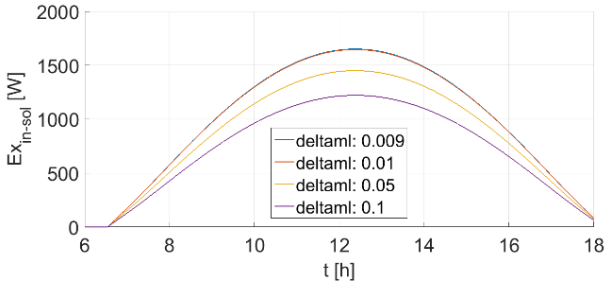
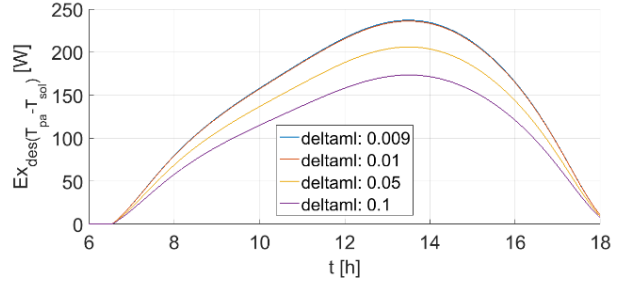


Figura 38 Variación de temperaturas en diferentes puntos del colector para los diferentes espesores del marco lateral.

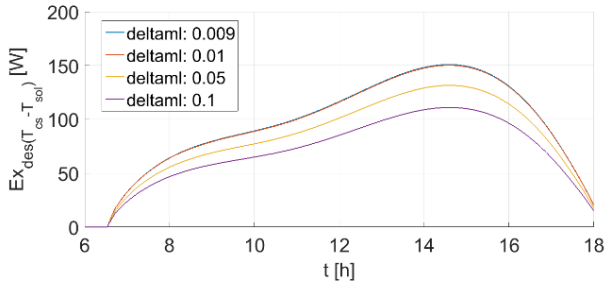
En la figura 39 se ve cómo se comporta la exergía de entrada y cada destrucción exergética.



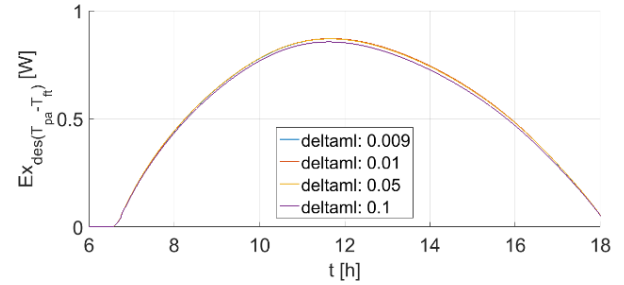
Exergía de entrada



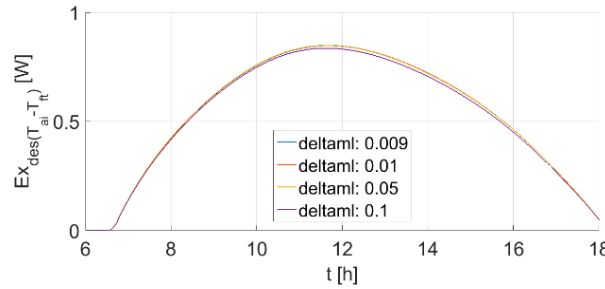
Dstrucción de exergía entre el sol y la placa absorbadora



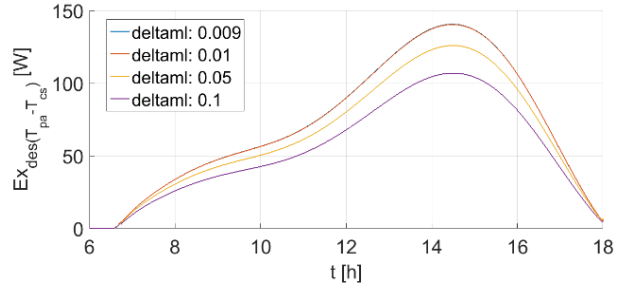
Dstrucción de exergía entre la cubierta superior y el sol



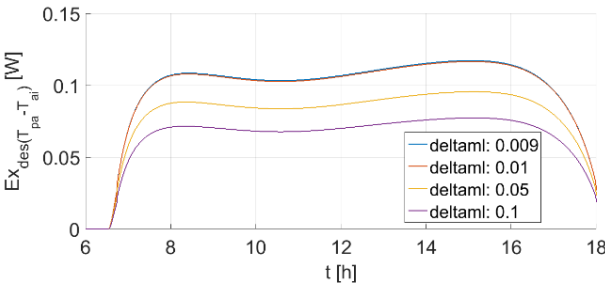
Dstrucción de exergía entre la placa absorbadora y el fluido de trabajo



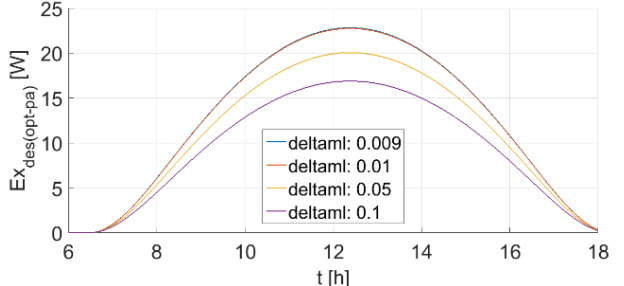
Dstrucción de exergía entre el aislante y el fluido de trabajo



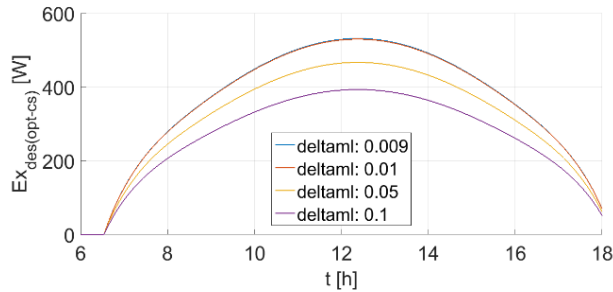
Dstrucción de exergía entre la cubierta superior y la placa absorbadora



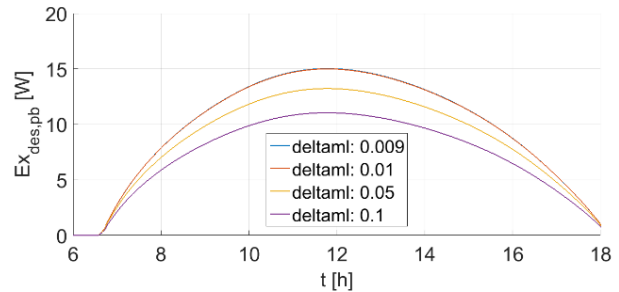
Dstrucción de exergía entre la placa absorbadora y el aislante



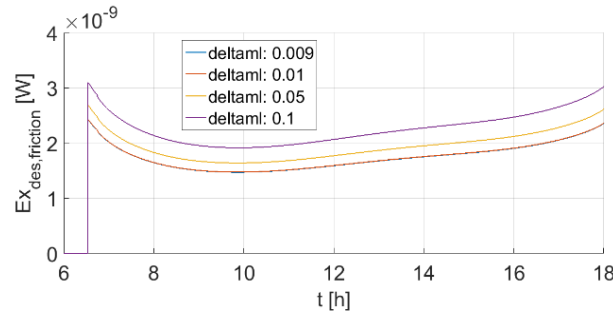
Dstrucción de exergía óptica de la placa absorbadora



Destrucción de exergía óptica de la cubierta superior



Destrucción de exergía dentro de la placa base



Destrucción de exergía por caída de presión en el conducto

Figura 39 Variación de las destrucciones exergéticas variando espesor de ML.

Se puede observar en las figuras 37 y 37 que mientras más aumenta el espesor del marco lateral la eficiencia exergética tiende a aumentar hasta llegar a un punto máximo a partir de este punto los espesores siguientes disminuyen la eficiencia exergética, aunque existe un punto máximo en la eficiencia exergética al variar el espesor del marco lateral el cambio es tan pequeño que no se aprecian variaciones significativas. En la figura 38 no se observa alguna variación significativa en las temperaturas. La temperatura del marco lateral oscila, pero se mantiene prácticamente igual.

Al mantener constante la longitud ($Long$) y el ancho ($Anch$) del colector, y aumentar el espesor del marco lateral (δ_{ml}), reducimos el ancho ($Anch_{cs}$) y el largo ($Long_{cs}$) de la cubierta superior provocando la reducción del largo y ancho de la placa absorbadora, aislante y placa base. Por lo tanto, al reducirse el área de la cubierta superior se observa en las destrucciones exergéticas, figura 39, que todas las pérdidas exergéticas a excepción de la pérdida exergética por la caída de presión se reducen, sin embargo, también se reduce la exergía de entrada hasta llegar a punto, como lo indica la figura 37, donde el aumento del espesor del marco lateral provoca que la disminución de la exergía de entrada sea mayor a la reducción de las pérdidas exergéticas iniciando el descenso del porcentaje de eficiencia exergética.

4.4.11. Efecto de la variación de la distancia entre placa absorbedora y cubierta superior en la eficiencia exergética.

La restricción para la distancia entre la placa absorbedora y la cubierta superior es la siguiente

$$\text{Restricción } 0.09 < \delta_{pa-cs} < 0.3$$

Dentro de este intervalo se obtiene el comportamiento de la eficiencia exergética presentado en la fig. 40. Por cuestiones de claridad se presentan pocos valores para visualizar el comportamiento de la curva del porcentaje de la eficiencia exergética en función del tiempo al variar la distancia entre la placa absorbedora y la cubierta superior.

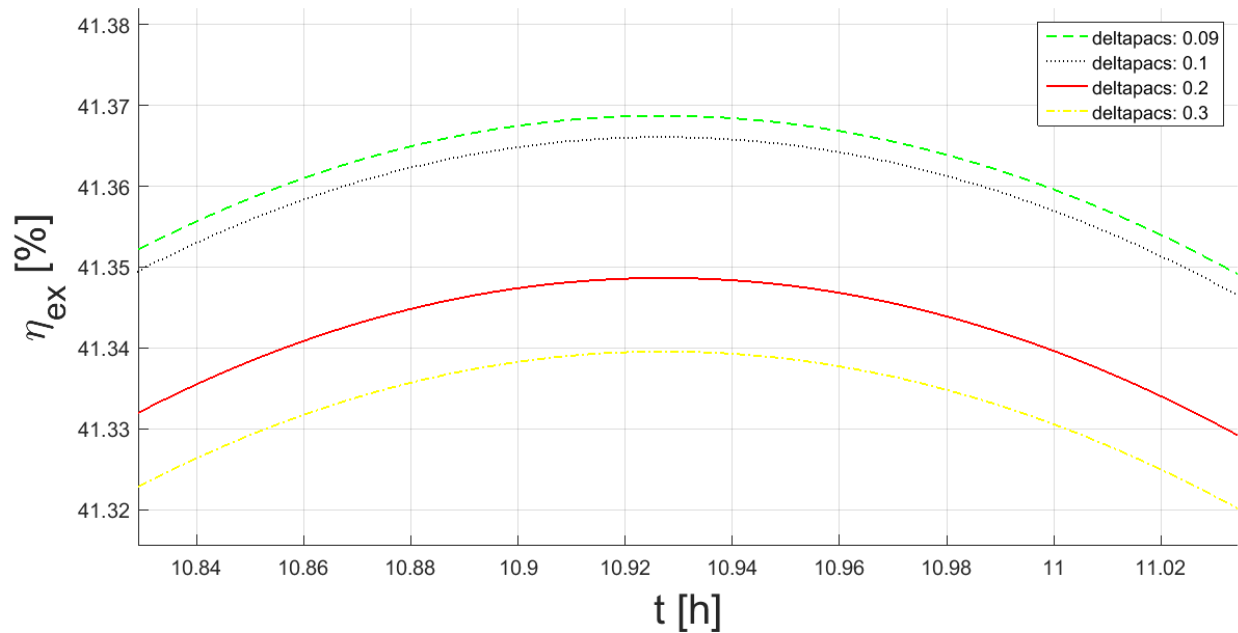


Figura 40 Variación de la eficiencia exergética en el tiempo variando la distancia entre PA y CS.

Graficando una vista lateral de figura 40, tomando los puntos máximos de cada curva y agregando muchos más puntos, obtenemos la figura 41 donde se visualiza los puntos máximos de la eficiencia exergética en función de la distancia entre la placa absorbedora y la cubierta superior.

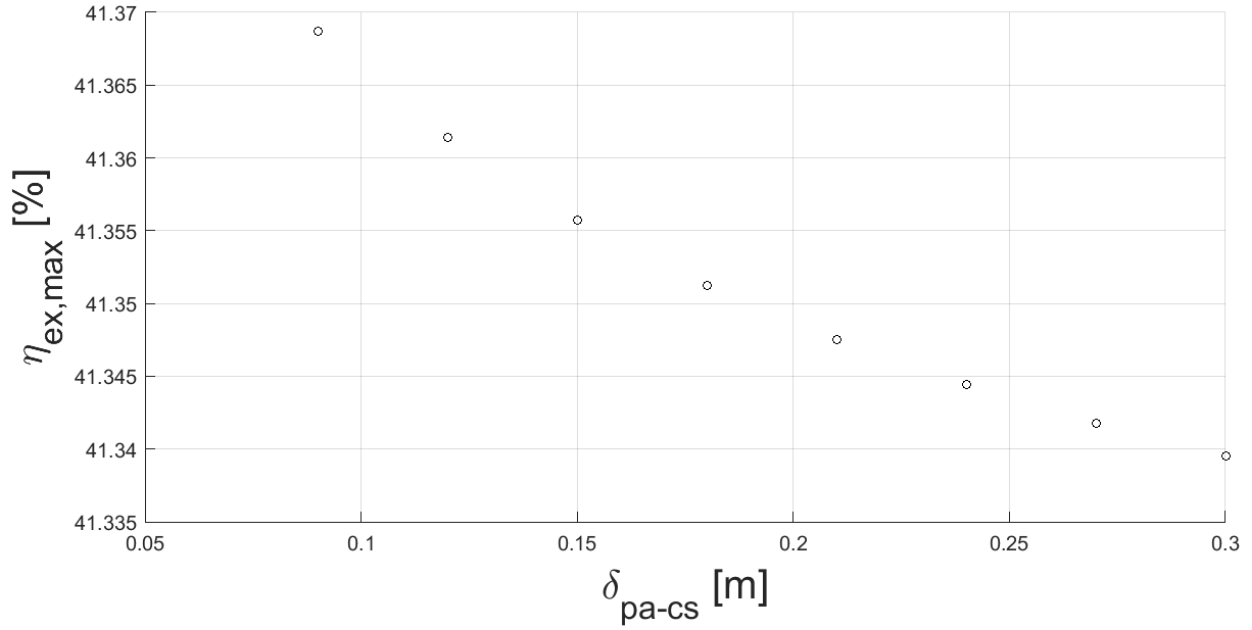


Figura 41 Variación distancia entre placa absorbadora y cubierta superior.

En la figura 42 se ve el efecto de la variación del espesor en las temperaturas.

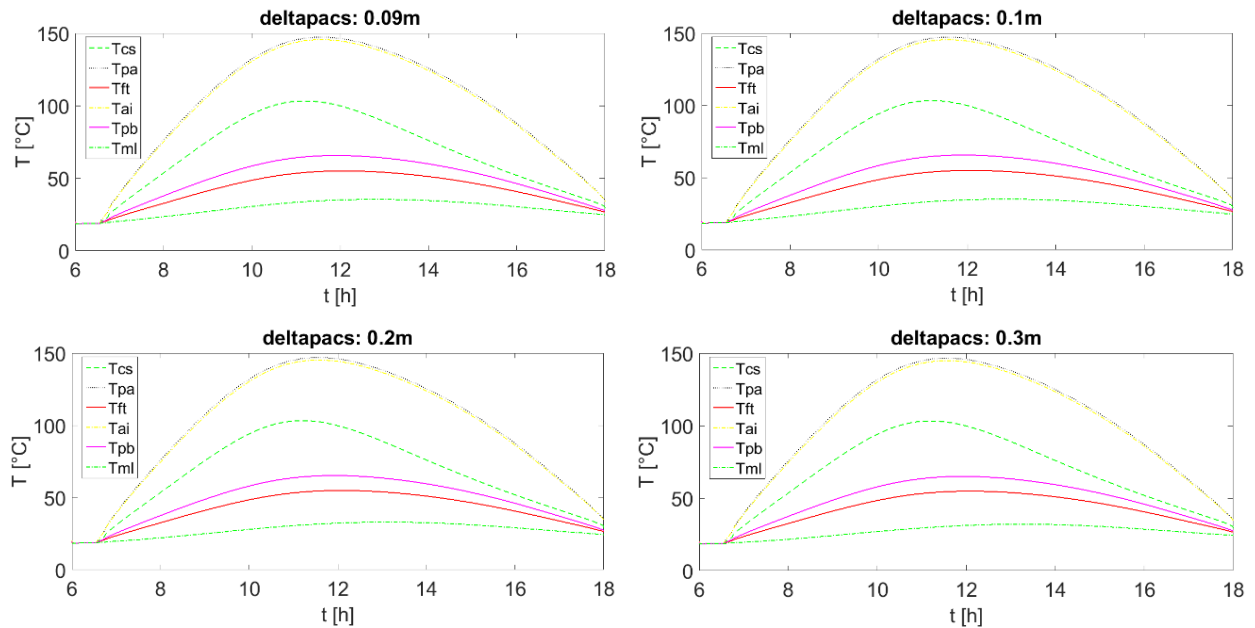
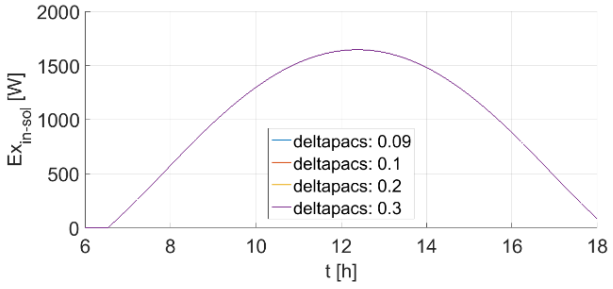
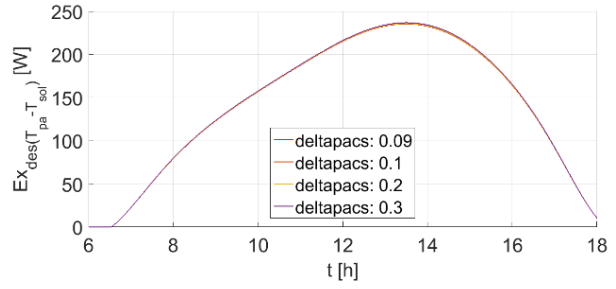


Figura 42 Variación de temperaturas en diferentes puntos del colector para diferentes distancias entre la placa absorbadora y cubierta superior.

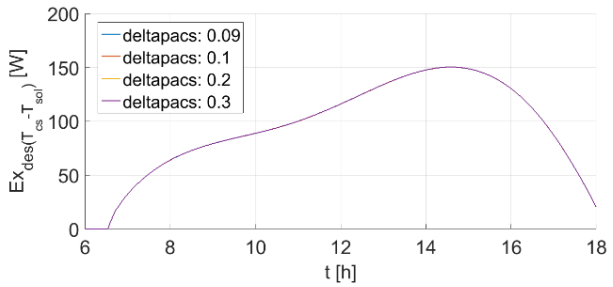
En la figura 43 se ve cómo se comporta la exergía de entrada y cada destrucción exergética.



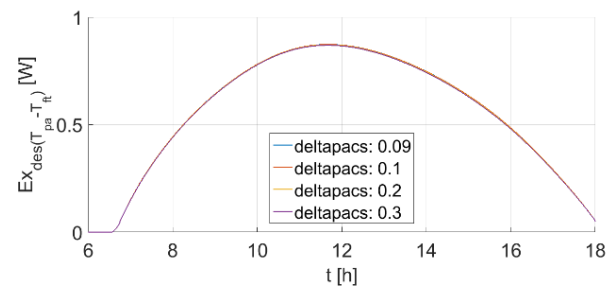
Exergía de entrada



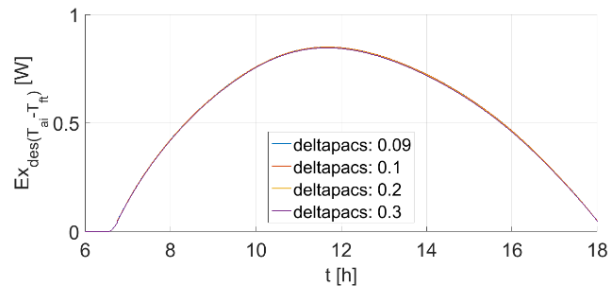
Dstrucción de exergía entre el sol y la placa absorbadora



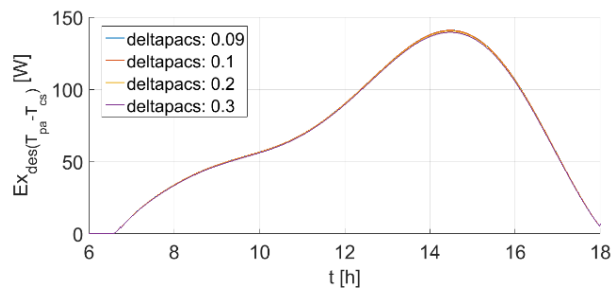
Dstrucción de exergía entre la cubierta superior y el sol



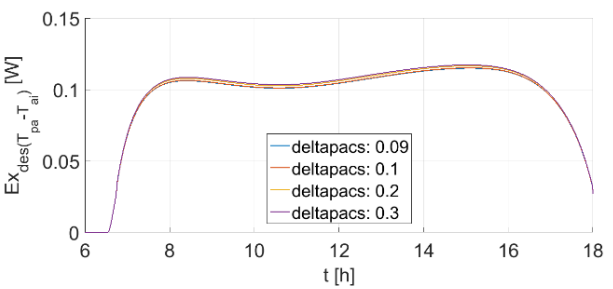
Dstrucción de exergía entre la placa absorbadora y el fluido de trabajo



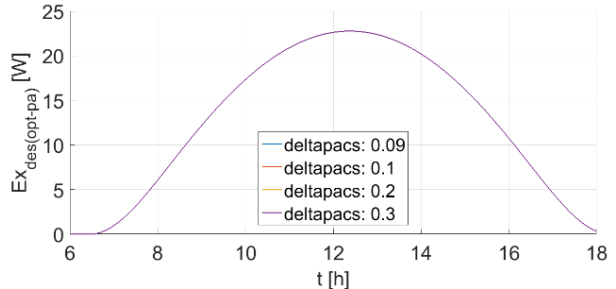
Dstrucción de exergía entre el aislante y el fluido de trabajo



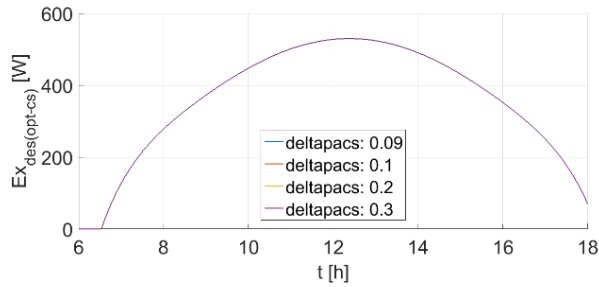
Dstrucción de exergía entre la cubierta superior y la placa absorbadora



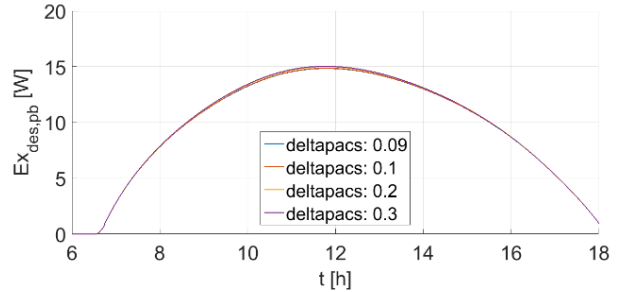
Dstrucción de exergía entre la placa absorbadora y el aislante



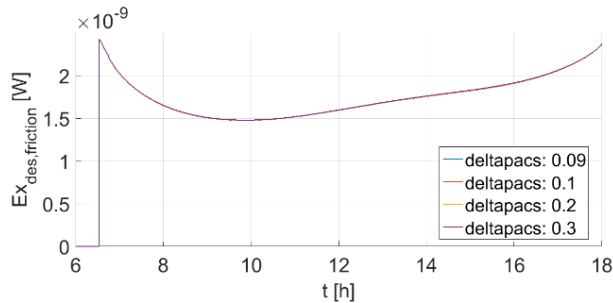
Dstrucción de exergía óptica de la placa absorbadora



Destrucción de exergía óptica de la cubierta superior



Destrucción de exergía dentro de la placa base



Destrucción de exergía por caída de presión en el conducto

Figura 43 Variación de las destrucciones exergéticas para diferentes distancias entre PA y CS.

Se puede observar en las figuras 40 y 41 que mientras más aumenta la distancia entre la placa absorbidora y la cubierta superior, la eficiencia exergética tiende a disminuir, aunque el cambio en la curva de eficiencia exergética sea insignificante. En la figura 42 no se obtiene algún efecto sobre las temperaturas del colector. En las gráficas de destrucciones exergéticas no se visualiza algún cambio significativo.

4.4.12. Efecto de la variación de la longitud del colector en la eficiencia exergética.

La restricción para la longitud del colector es la siguiente

$$\text{Restricción } 0.9 < \text{Long} < 3$$

Dentro de este intervalo se obtiene el comportamiento de la eficiencia exergética presentado en la fig. 44. Por cuestiones de claridad se presentan pocos valores para visualizar el comportamiento de la curva del porcentaje de la eficiencia exergética en función del tiempo al variar la longitud del colector.

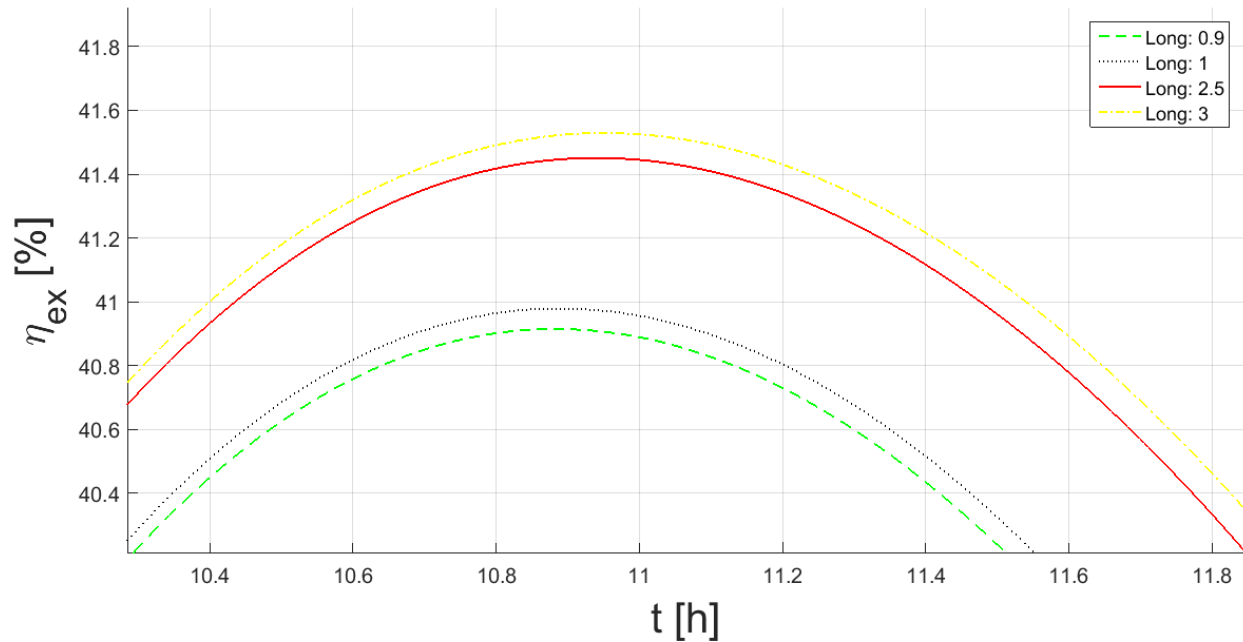


Figura 44 Variación de la eficiencia exergética en el tiempo para diferentes longitudes del colector.

Graficando una vista lateral de figura 44, tomando los puntos máximos de cada curva y agregando muchos más puntos, obtenemos la figura 45 donde se visualiza los puntos máximos de la eficiencia exergética en función de la longitud del colector.

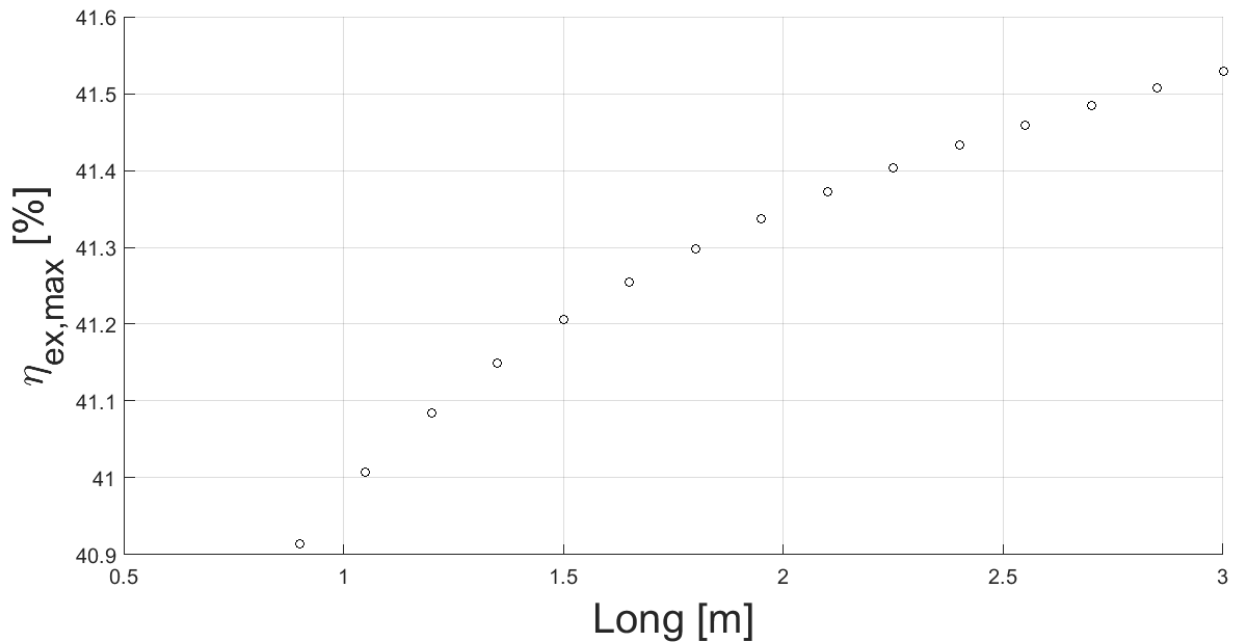


Figura 45 Variación longitud del colector.

En la figura 46 vemos el efecto de la variación de la longitud en las temperaturas.

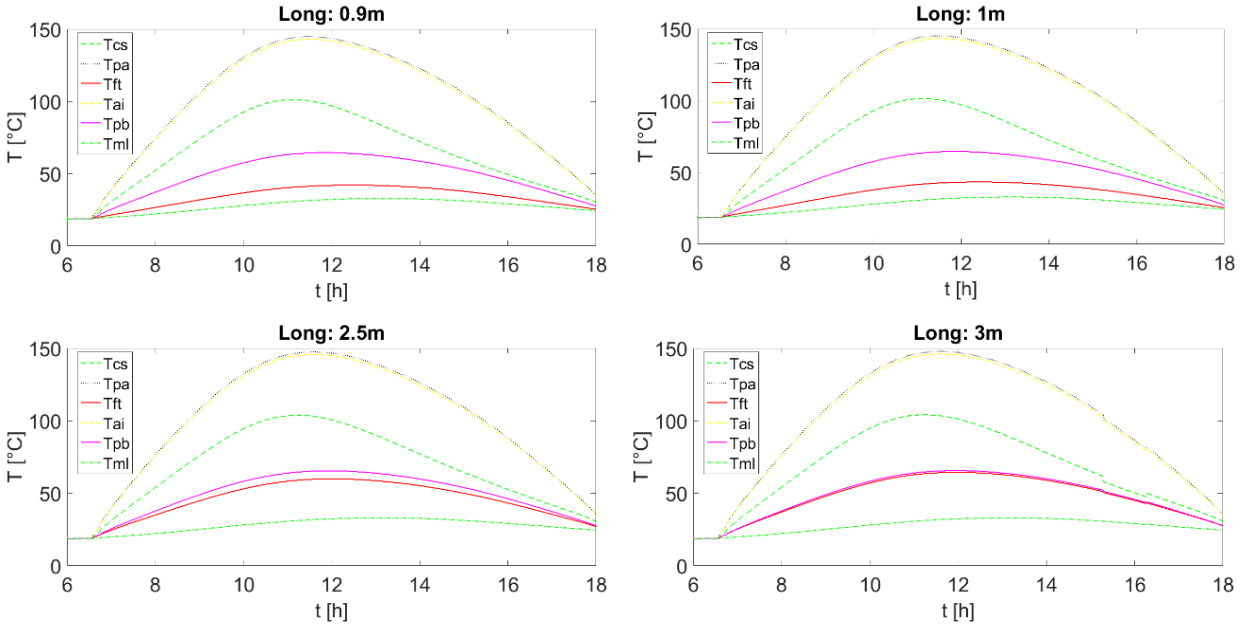
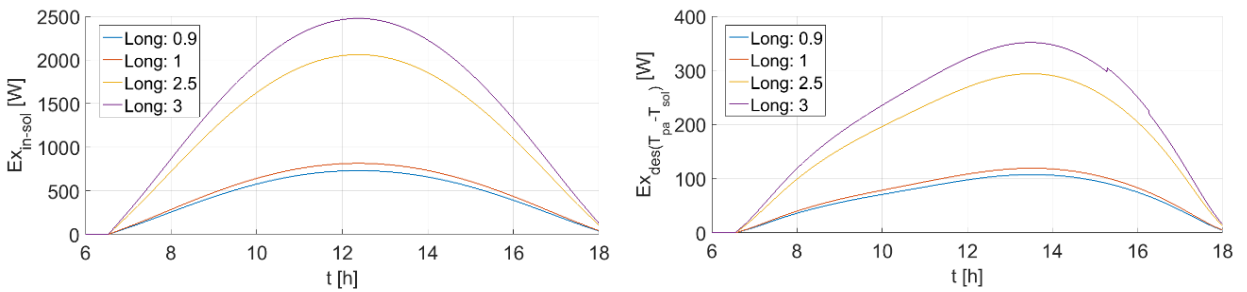


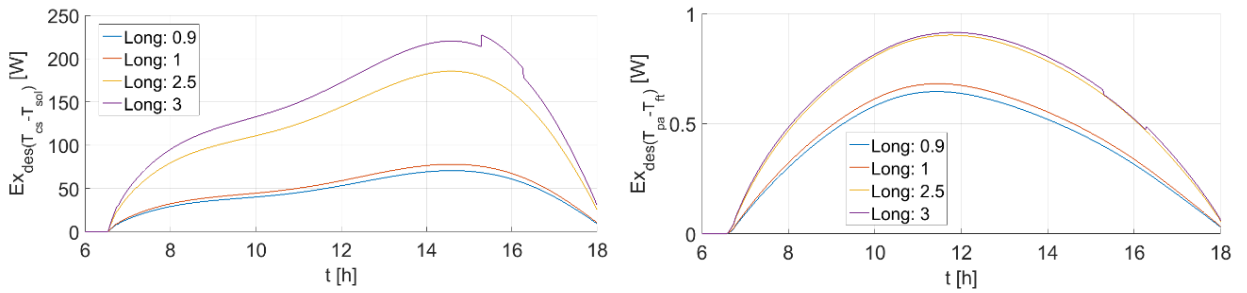
Figura 46 Variación de temperaturas en diferentes puntos del colector para las diferentes longitudes del colector.

En la figura 47 se ve cómo se comporta la exergía de entrada y cada destrucción exérgica.



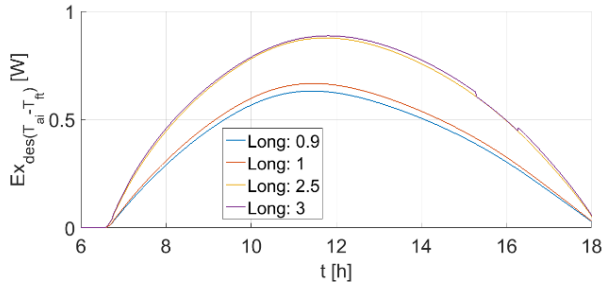
Exergía de entrada

Destrucción de exergía entre el sol y la placa absorbadora

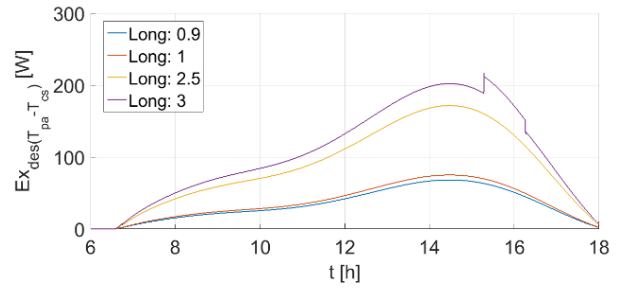


Destrucción de exergía entre la cubierta superior y el sol

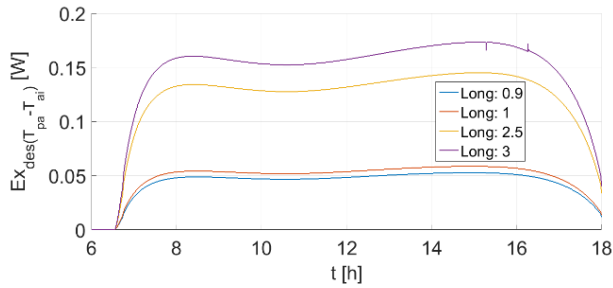
Destrucción de exergía entre la placa absorbadora y el fluido de trabajo



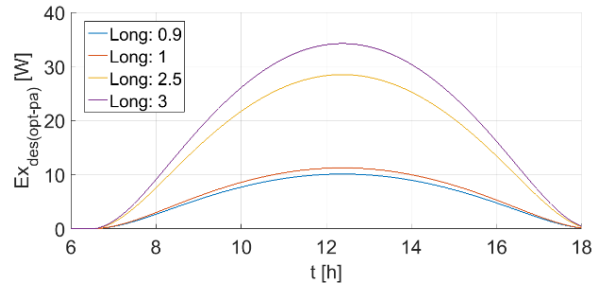
Destrucción de exergía entre el aislante y el fluido de trabajo



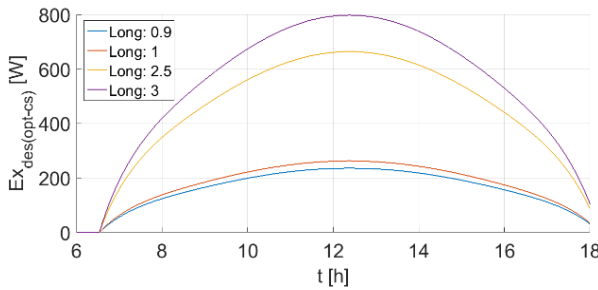
Destrucción de exergía entre la cubierta superior y la placa absorbedora



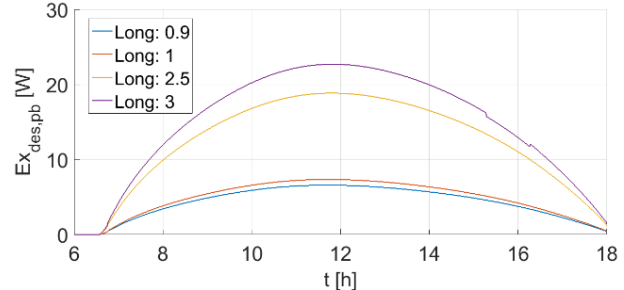
Destrucción de exergía entre la placa absorbedora y el aislante



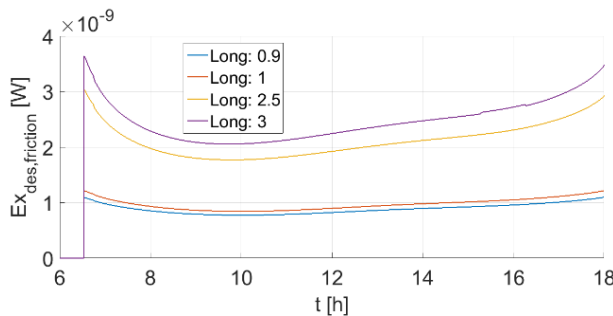
Destrucción de exergía óptica de la placa absorbedora



Destrucción de exergía óptica de la cubierta superior



Destrucción de exergía dentro de la placa base



Destrucción de exergía por caída de presión en el conducto

Figura 47 Variación de las destrucciones exergéticas para diferentes longitudes del colector.

Se puede observar en las figuras 44 y 45 que mientras más aumenta la longitud del colector la eficiencia exergética tiende a aumentar. En la figura 46 se ve que la temperatura del fluido de trabajo es la que aumenta. En las destrucciones exergéticas, figura 47, se obtiene que al aumentar

la longitud del colector aumentamos el área de la cubierta superior la cual afecta en la pérdida exergética entre el sol y la placa absorbadora ($\dot{E}x_{des(T_{pa}-T_{sol})}$), entre la cubierta superior y el sol ($\dot{E}x_{des(T_{cs}-T_{sol})}$), entre la placa absorbadora y el fluido de trabajo ($\dot{E}x_{des(T_{pa}-T_{ft})}$), entre el aislante y el fluido de trabajo ($\dot{E}x_{des(T_{ai}-T_{ft})}$), entre la cubierta superior y la placa absorbadora ($\dot{E}x_{des(T_{pa}-T_{cs})}$), entre la placa absorbadora y el aislante ($\dot{E}x_{des(T_{pa}-T_{ai})}$), dentro de la placa base ($\dot{E}x_{des,pb}$) pero también aumentó la exergía de entrada ($\dot{E}x_{in-sol}$). El aumento de la exergía de entrada provoca el aumento de la pérdida exergética por la óptica de la cubierta superior ($\dot{E}x_{des(opt-cs)}$) y la óptica de la placa absorbadora ($\dot{E}x_{des(opt-pa)}$), y directamente afecta la caída de presión (ΔP_{ft}) aumentando la pérdida exergética debido a la caída de presión ($\dot{E}x_{des,friction}$).

4.4.13. Efecto de la variación del ancho del colector en la eficiencia exergética.

La restricción para el ancho del colector es la siguiente

$$\text{Restricción } 0.7 < Anch < 3$$

Dentro de este intervalo se obtiene el comportamiento de la eficiencia exergética presentado en la fig. 48. Por cuestiones de claridad se presentan pocos valores para visualizar el comportamiento de la curva del porcentaje de la eficiencia exergética en función del tiempo al variar el ancho del colector.

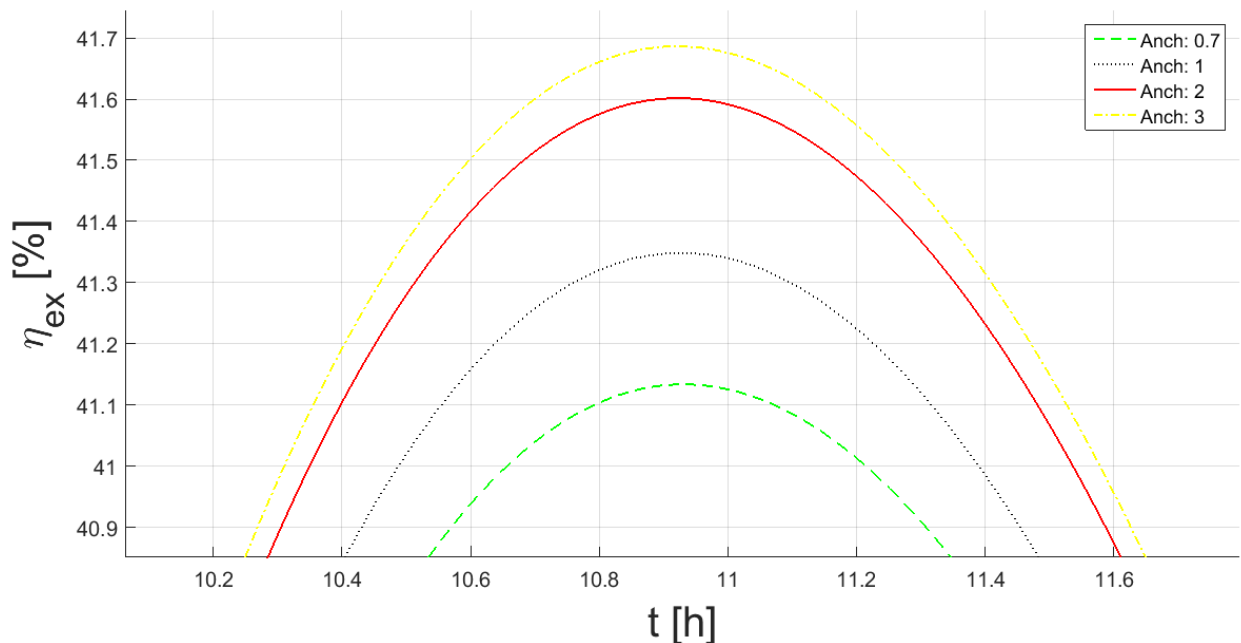


Figura 48 Variación de la eficiencia exergética en el tiempo para diferentes anchuras del colector.

Graficando una vista lateral de figura 48, tomando los puntos máximos de cada curva y agregando muchos más puntos, se obtiene la figura 49 donde se visualiza los puntos máximos de la eficiencia exergética en función del ancho del colector.

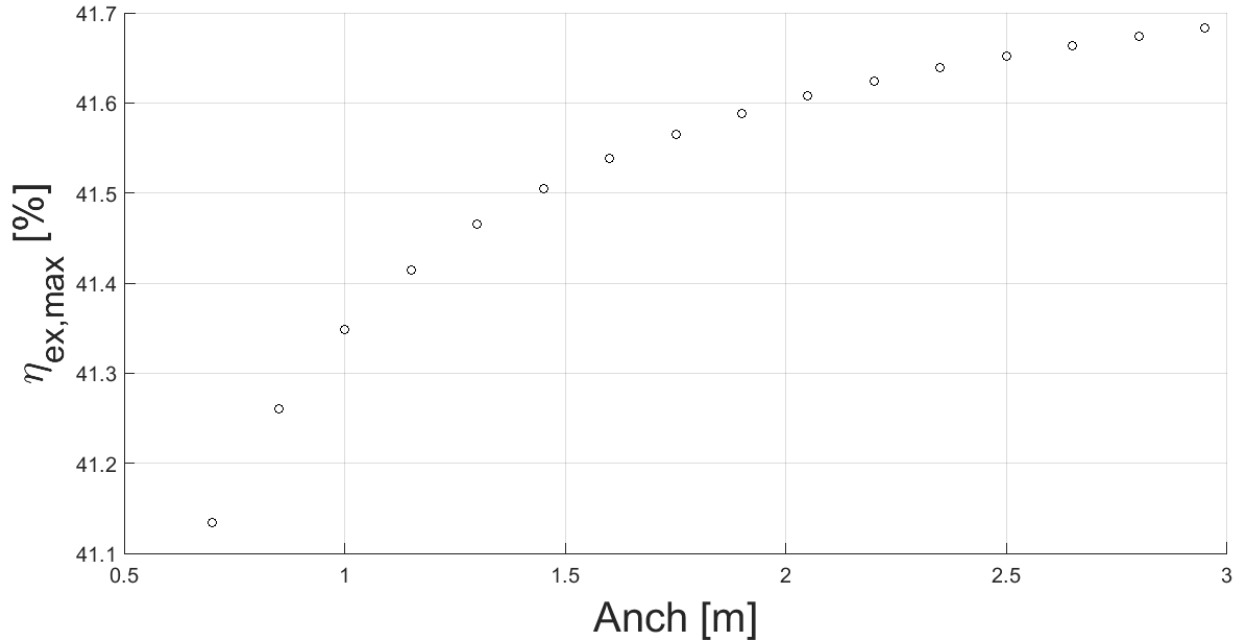


Figura 49 Variación ancho del colector.

En la figura 50 se ve el efecto de la variación del ancho del colector en las temperaturas.

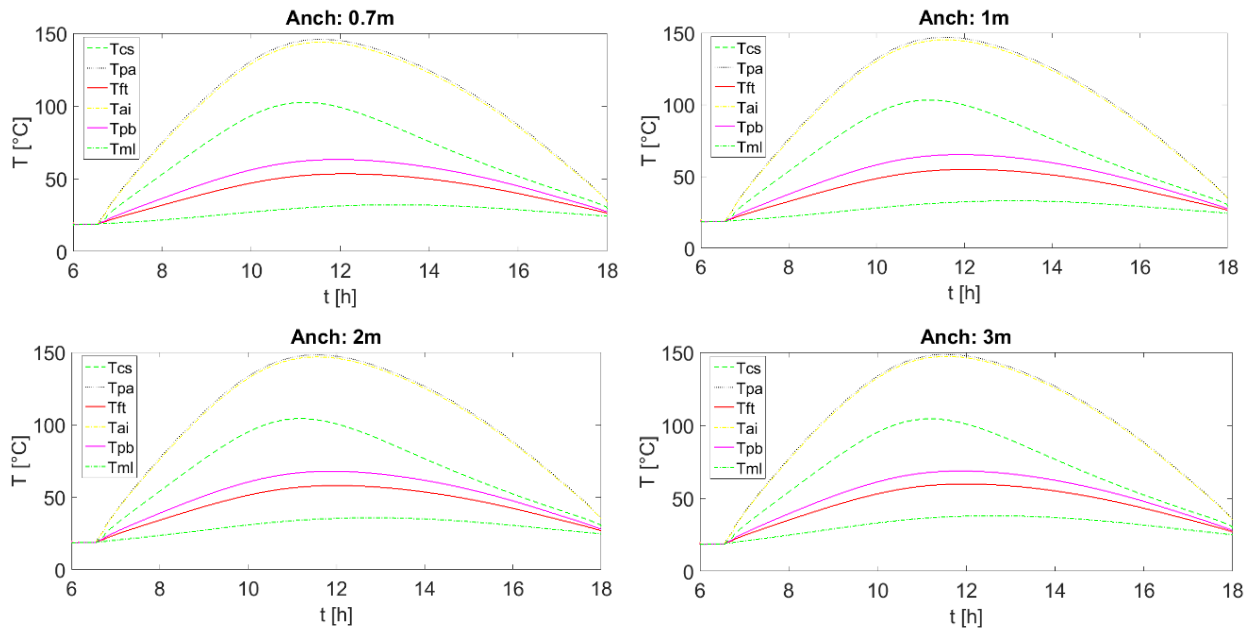
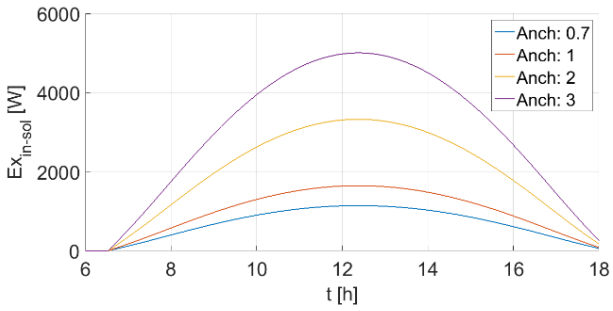
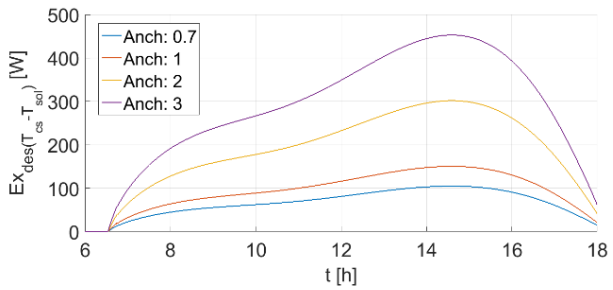


Figura 50 Variación de temperaturas en diferentes puntos del colector para las diferentes anchuras del colector..

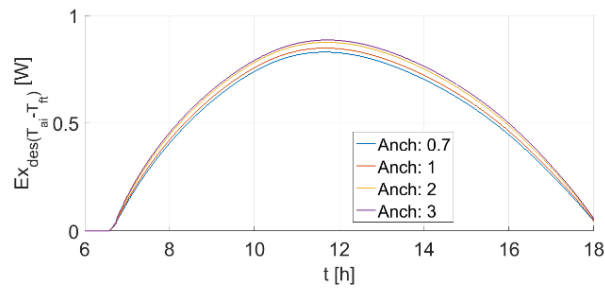
En la figura 51 se ve cómo se comporta la exergía de entrada y cada destrucción exergética.



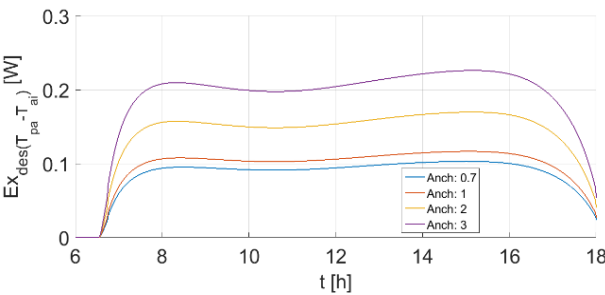
Exergía de entrada



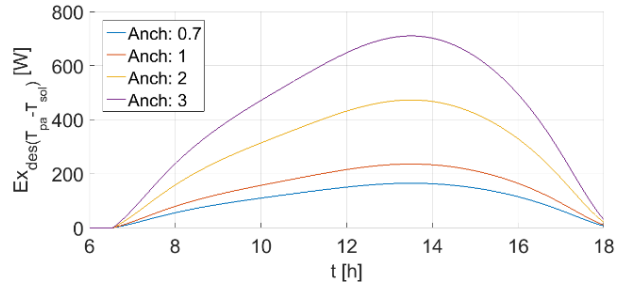
Destrucción de exergía entre la cubierta superior y el sol



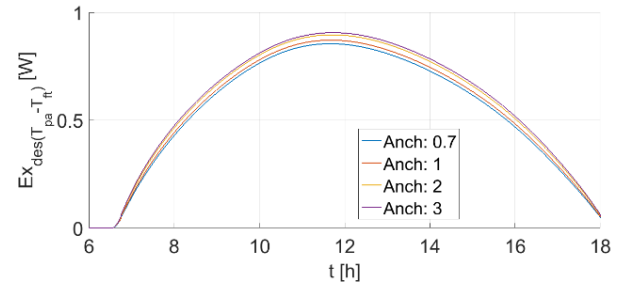
Destrucción de exergía entre el aislante y el fluido de trabajo



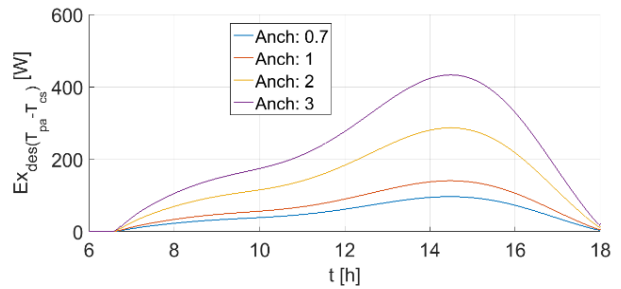
Destrucción de exergía entre la placa absorbadora y el aislante



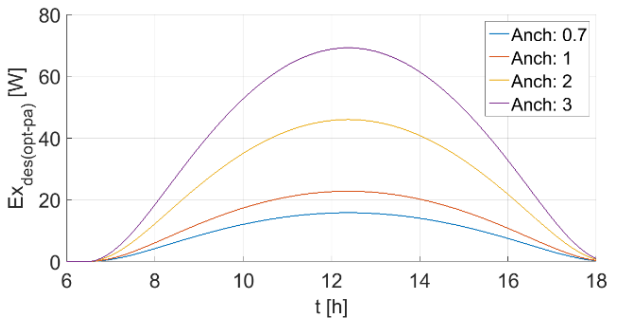
Destrucción de exergía entre el sol y la placa absorbadora



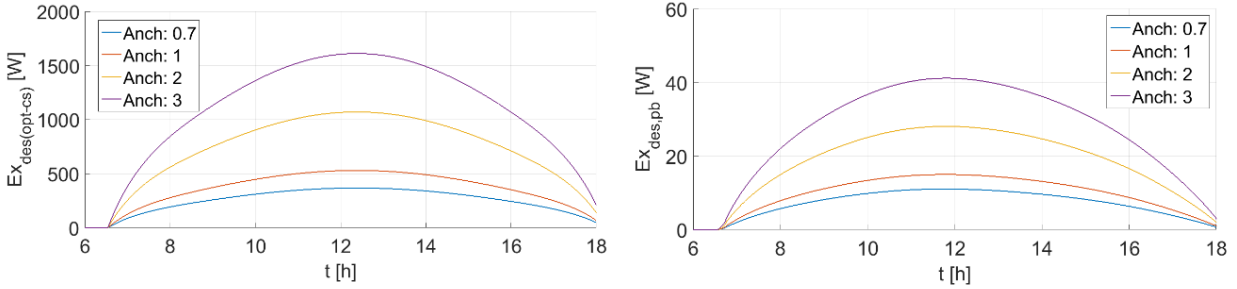
Destrucción de exergía entre la placa absorbadora y el fluido de trabajo



Destrucción de exergía entre la cubierta superior y la placa absorbadora

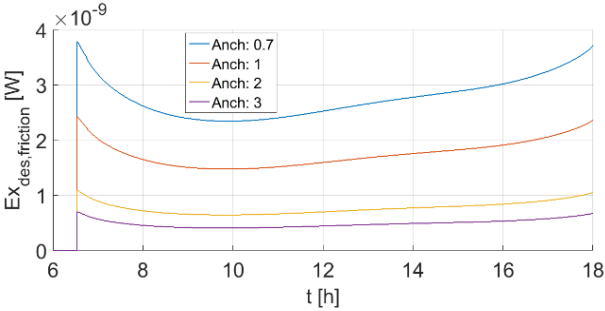


Destrucción de exergía óptica de la placa absorbadora



Destrucción de exergía óptica de la cubierta superior

Destrucción de exergía dentro de la placa base



Destrucción de exergía por caída de presión en el conducto

Figura 51 Variación de las destrucciones exergéticas para diferentes anchuras del colector.

Se puede observar en las figuras 48 y 49 que mientras más aumenta el ancho del colector la eficiencia exergética tiende a aumentar. En las destrucciones exergéticas se ve que al aumentar el ancho del colector aumentamos el área de la cubierta superior la cual afecta en la pérdida exergética entre el sol y la placa absorbadora ($\dot{E}x_{des}(T_{pa}-T_{sol})$), entre la cubierta superior y el sol ($\dot{E}x_{des}(T_{cs}-T_{sol})$), entre la placa absorbadora y el fluido de trabajo ($\dot{E}x_{des}(T_{pa}-T_{ft})$), entre el aislante y el fluido de trabajo ($\dot{E}x_{des}(T_{ai}-T_{ft})$), entre la cubierta superior y la placa absorbadora ($\dot{E}x_{des}(T_{pa}-T_{cs})$), entre la placa absorbadora y el aislante ($\dot{E}x_{des}(T_{pa}-T_{ai})$), dentro de la placa base ($\dot{E}x_{des,pb}$) pero también aumenta la exergía de entrada ($\dot{E}x_{in-sol}$). El aumento de la exergía de entrada provoca el aumento de la pérdida exergética por la óptica de la cubierta superior ($\dot{E}x_{des(opt-cs)}$) y la óptica de la placa absorbadora ($\dot{E}x_{des(opt-pa)}$).

4.4.14. Efecto de la variación de la distancia entre el aislante y la placa absorbadora en la eficiencia exergética.

La restricción para la distancia entre aislante y placa absorbadora es la siguiente

$$\text{Restricción } 0.07 < \delta_{ai-pa} < 0.25$$

Dentro de este intervalo se obtiene el comportamiento de la eficiencia exergética presentado en la fig. 52. Por cuestiones de claridad se presentan pocos valores para visualizar el comportamiento de

la curva del porcentaje de la eficiencia exergética en función del tiempo al variar la distancia entre el aislante y la placa absorbidora.

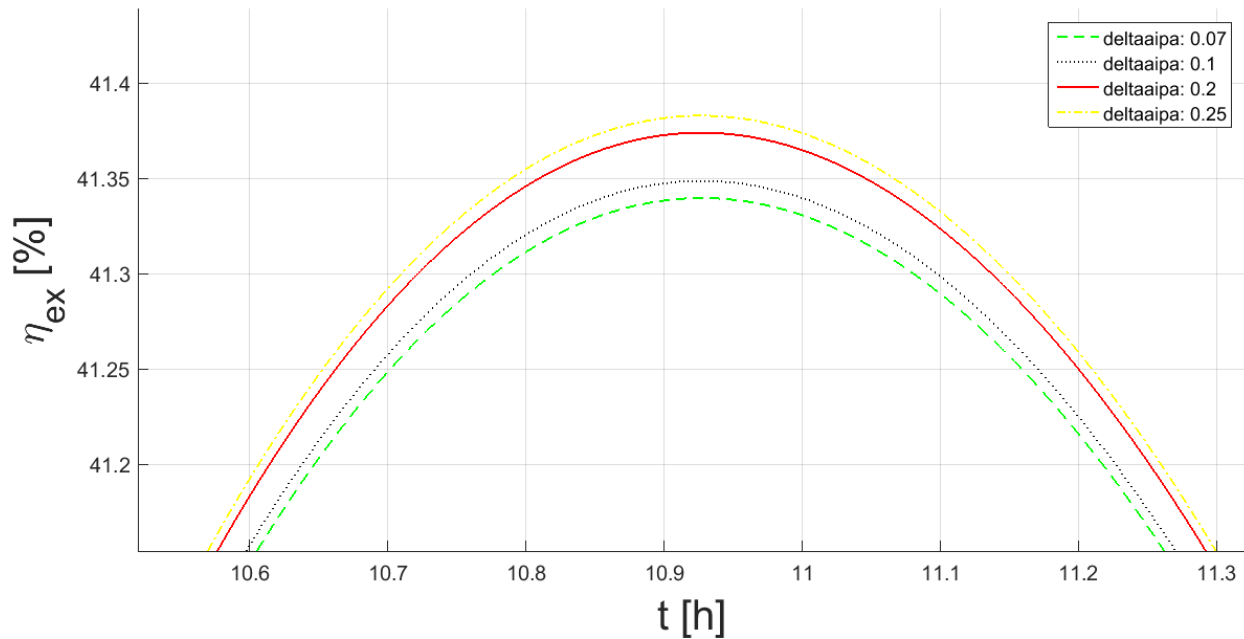


Figura 52 Variación de la eficiencia exergética en el tiempo para diferentes distancias entre AI y PA.

Graficando una vista lateral de figura 52, tomando los puntos máximos de cada curva y agregando muchos más puntos, se obtiene la figura 53 donde se visualiza los puntos máximos de la eficiencia exergética en función de la distancia entre el aislante y la placa absorbidora.

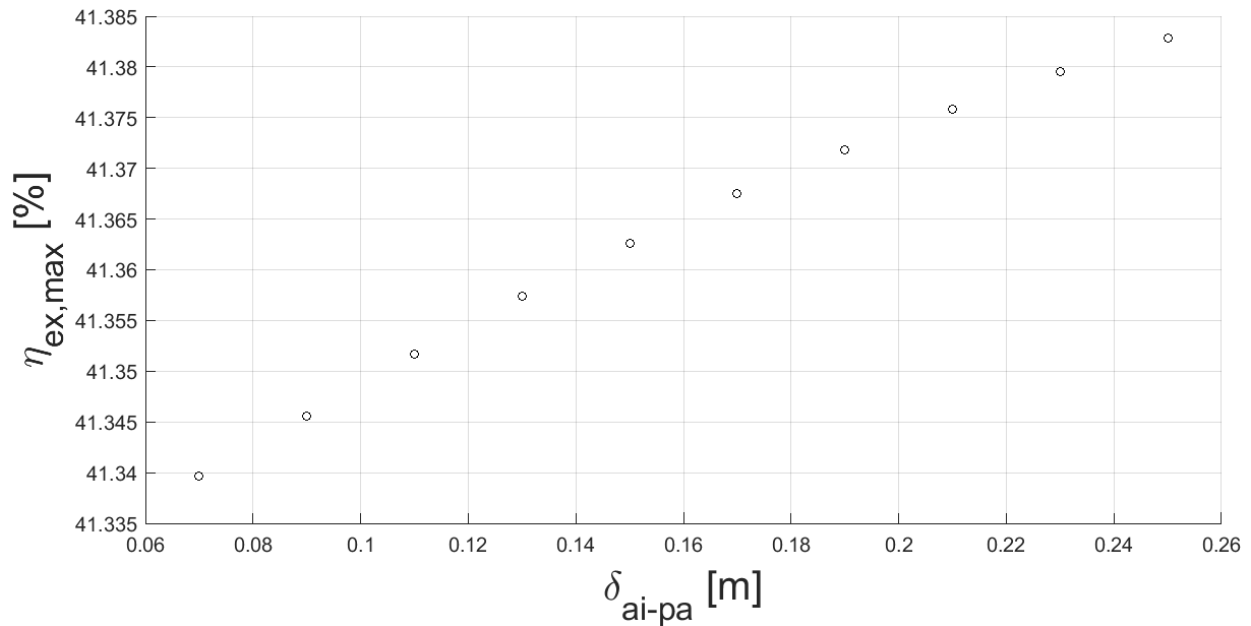


Figura 53 Variación distancia entre aislante y placa absorbidora.

En la figura 54 vemos el efecto de la variación de la distancia entre el aislante y la placa absorbidora en las temperaturas.

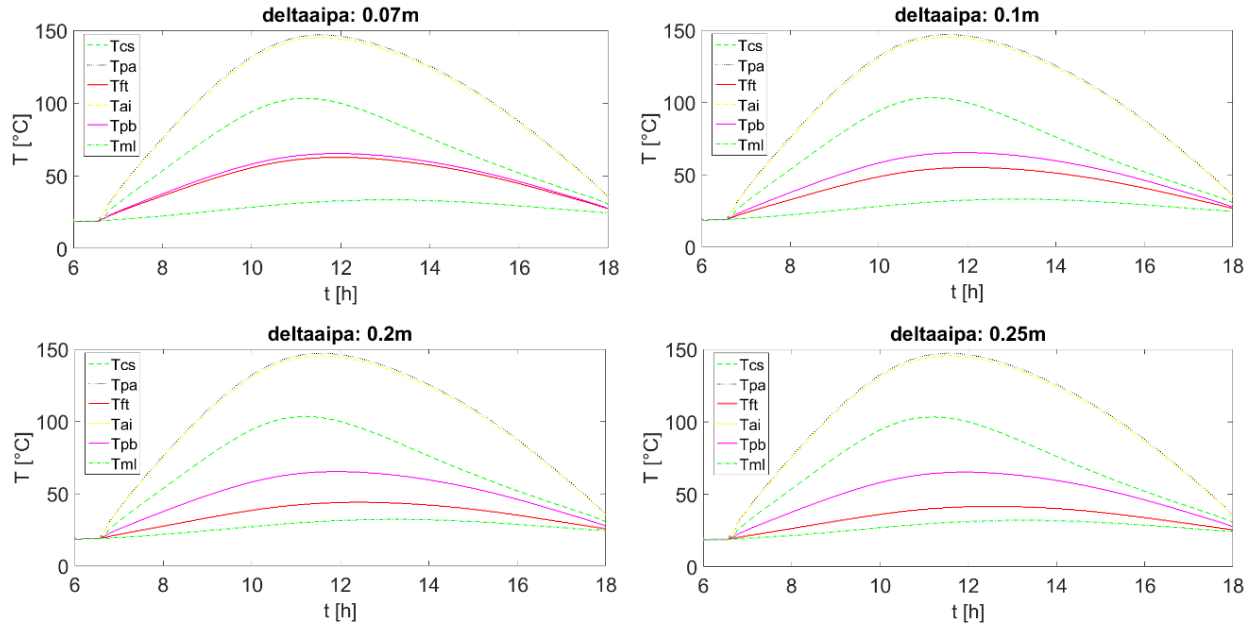
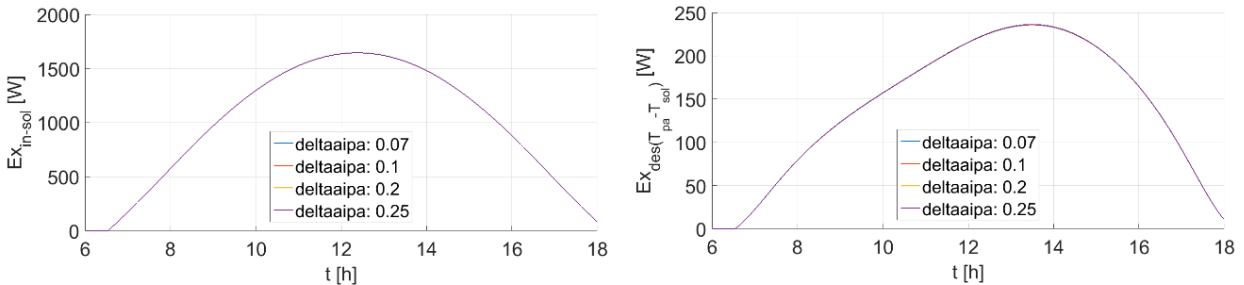
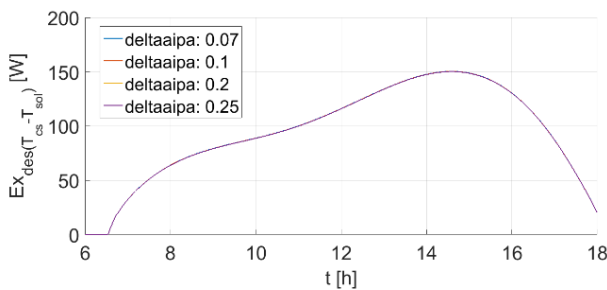


Figura 54 Variación de temperaturas en diferentes puntos del colector para las diferentes distancias entre el aislante y la placa absorbidora.

En la figura 55 se ve cómo se comporta la exergía de entrada y cada destrucción exérgica.

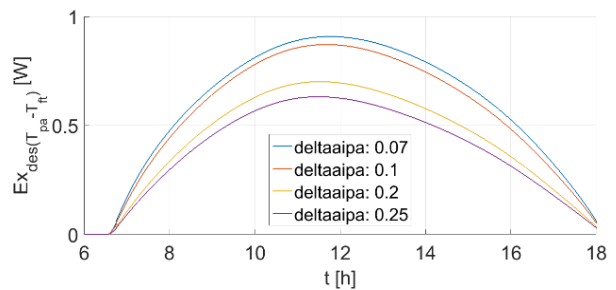


Exergía de entrada

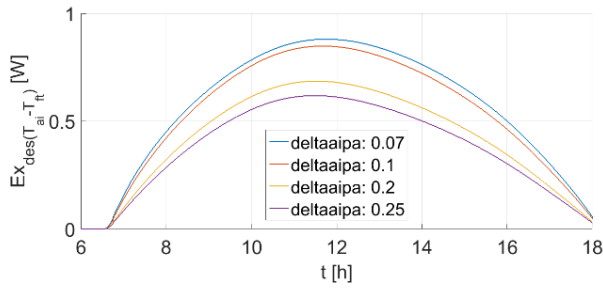


Destrucción de exergía entre la cubierta superior y el sol

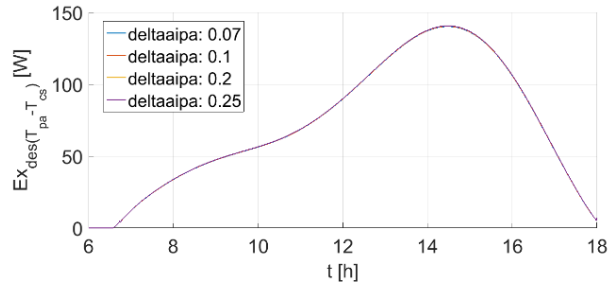
Destrucción de exergía entre el sol y la placa absorbidora



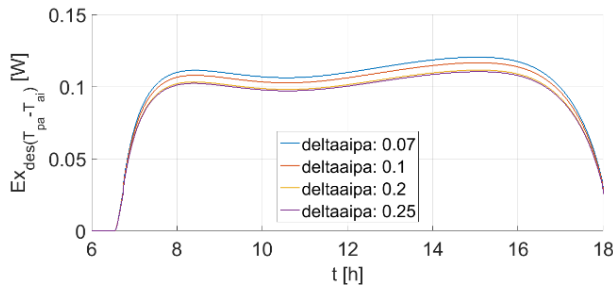
Destrucción de exergía entre la placa absorbidora y el fluido de trabajo



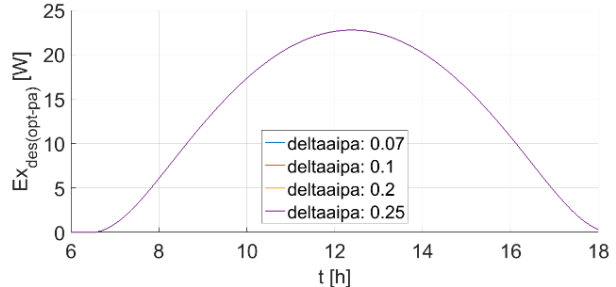
Destrucción de exergía entre el aislante y el fluido de trabajo



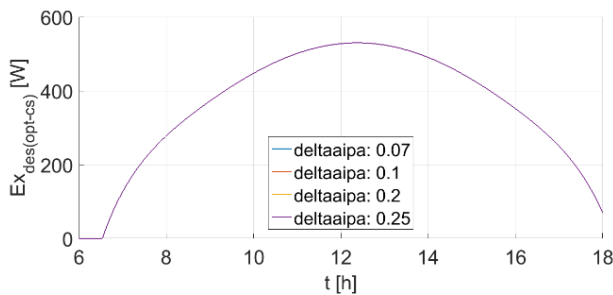
Destrucción de exergía entre la cubierta superior y la placa absorbedora



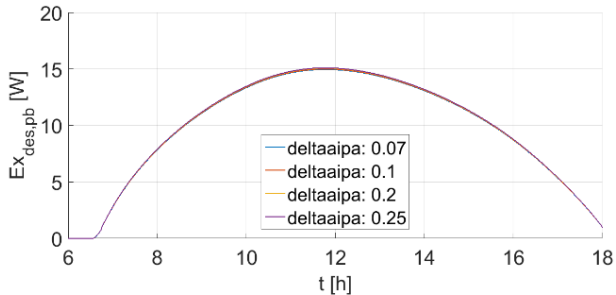
Destrucción de exergía entre la placa absorbedora y el aislante



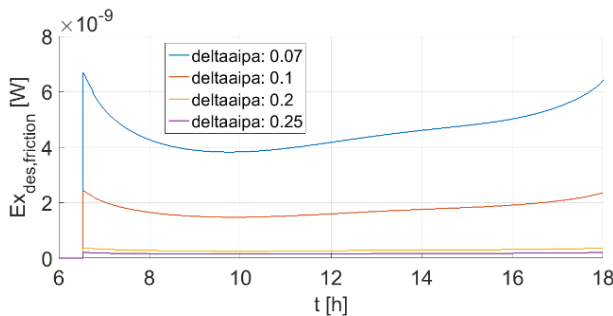
Destrucción de exergía óptica de la placa absorbedora



Destrucción de exergía óptica de la cubierta superior



Destrucción de exergía dentro de la placa base



Destrucción de exergía por caída de presión en el conducto

Figura 55 Variación de las destrucciones exergéticas para diferentes distancias entre el aislante y la placa absorbedora.

Se puede observar en las figuras 52 y 53 que mientras más aumenta la distancia entre el aislante y la placa absorbedora la eficiencia exergética aumenta, sin embargo, el cambio es demasiado

pequeño. En las destrucciones exergéticas, se ve que al aumentar la distancia entre la placa absorbadora y el aislante se aumenta el diámetro hidráulico (D_h) el cual reduce el coeficiente de transferencia de calor por convección entre la placa absorbadora y el fluido de trabajo ($h_{c,paft}$) y el coeficiente de transferencia de calor por convección entre el fluido de trabajo y el aislante ($h_{c,ftai}$). Estos dos coeficientes afectan la pérdida exergética entre la placa absorbadora y el fluido de trabajo ($\dot{E}x_{des(T_{pa}-T_{ft})}$), y del aislante al fluido de trabajo ($\dot{E}x_{des(T_{ai}-T_{ft})}$). Las demás pérdidas se mantienen prácticamente constantes.

4.5 Algoritmo genético.

Ahora, si se varían las nueve variables elegidas al mismo tiempo de manera que se observe a que valor converge cada variable cuando la eficiencia exergética tiende a su valor máximo, se podrá saber cuál es la combinación que brinda la mayor eficiencia exergética. Para esto se implementa un algoritmo genético.

Un algoritmo genético es un método de búsqueda utilizado para obtener una solución óptima. El método se basa en técnicas evolutivas que son similares a los procesos en la biología evolutiva, incluida la herencia, el aprendizaje, la selección y la mutación.

La evolución comienza con una población inicial que es una matriz donde las filas las determina el número de individuos (o cromosomas) y las columnas el número de variables a considerar en el programa. Esta población inicial se introduce en un proceso iterativo donde cada iteración es llamada generación. En cada generación, se evalúa la aptitud de cada individuo de la población; cada individuo de la población es un vector fila compuesto de nueve columnas que representa una combinación de nueve valores para las nueve variables del sistema, cada valor es un elemento o gen; la aptitud suele ser el valor de la función objetivo en el problema de optimización por resolver. Luego, se seleccionan múltiples individuos de la generación actual basada en la aptitud física y se modifican para formar una nueva población. Esta nueva población se usa en la siguiente iteración y el algoritmo progresa hacia el punto óptimo deseado. Comúnmente, el algoritmo finaliza cuando se ha producido un número máximo de generaciones o se ha alcanzado un nivel de aptitud física satisfactorio para la población. [1]

Para el análisis se ejecutó un algoritmo genético con 40 cromosomas y 50 generaciones. Además, se indicaron los rangos de valores que cada variable puede tomar. Los rangos son los siguientes:

Tabla 11 Rango de los valores de variables.

Elemento del colector	Valores en metros
Cubierta superior	De 0.002 a 0.04
Placa absorbedora	De 0.002 a 0.1
Aislante	De 0.002 a 0.3
Placa base	De 0.02 a 0.3
Marco lateral	De 0.002 a 0.1
Placa absorbedora a cubierta superior	De 0.01 a 0.3
Longitud colector	De 0.5 a 3
Ancho colector	De 0.5 a 3
Aislante a placa absorbedora	De 0.05 a 0.3

Se obtuvo el comportamiento siguiente

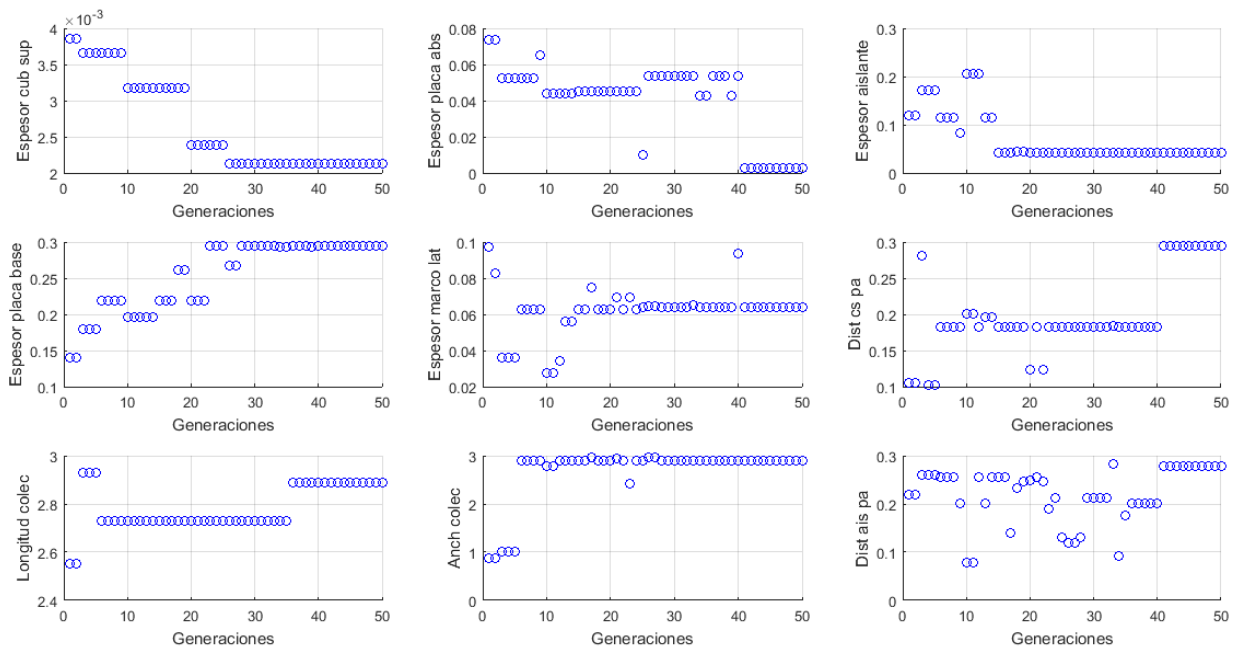


Figura 56 Valor de variables en cada generación.

Cada generación se obtienen 40 valores para cada variable (40 cromosomas) y graficar esto en cada generación se obtienen gráficos poco claros. En la figura se graficó para cada generación sólo el valor de cada variable correspondiente a la mayor eficiencia exérgica encontrada en dicha generación. El espesor óptimo de cubierta superior fue 0.0021, de placa absorbedora fue 0.0029, del aislante fue 0.0423, de placa base fue 0.2952 y de marco lateral fue 0.0640. La distancia óptima entre la placa absorbedora y la cubierta superior fue de 0.2942, la longitud óptima del colector fue 2.8880, el ancho óptimo del colector fue 2.8937 y la distancia óptima del aislante a la placa absorbedora fue de 0.2778.

El tiempo de ejecución fue de 109625.224765 segundos, y la eficiencia exérgica máxima obtenida con estos valores fue de 54.9253.

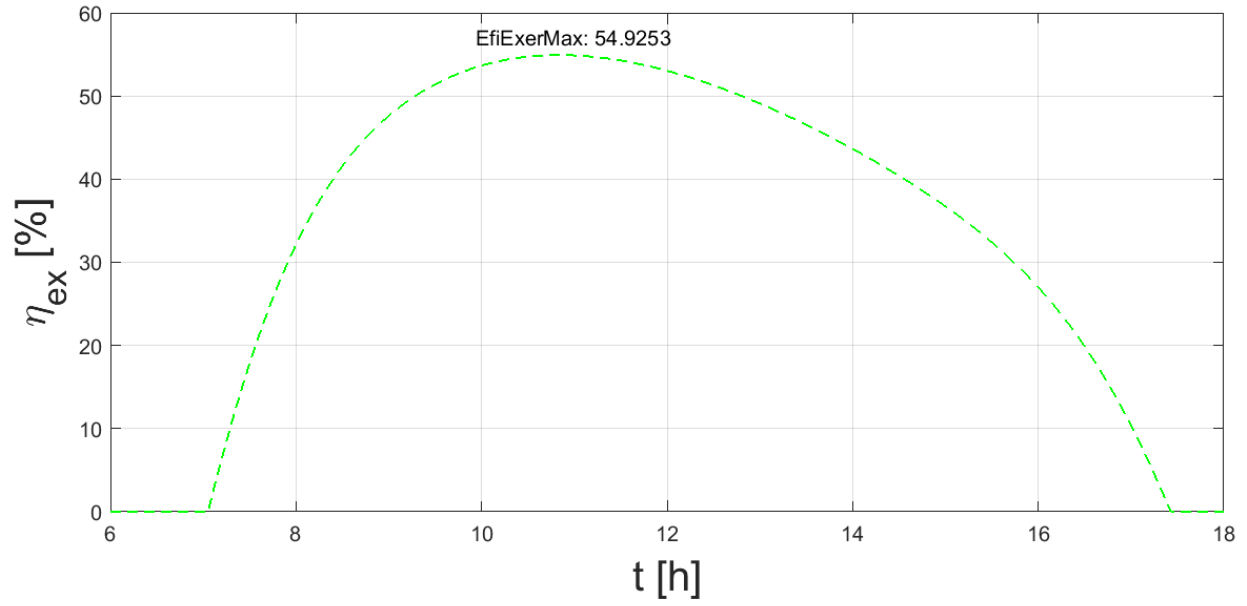
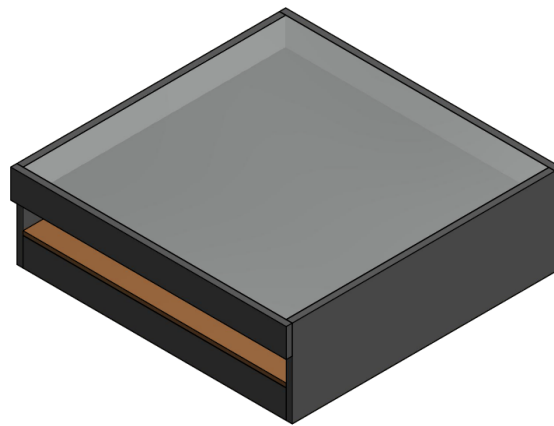
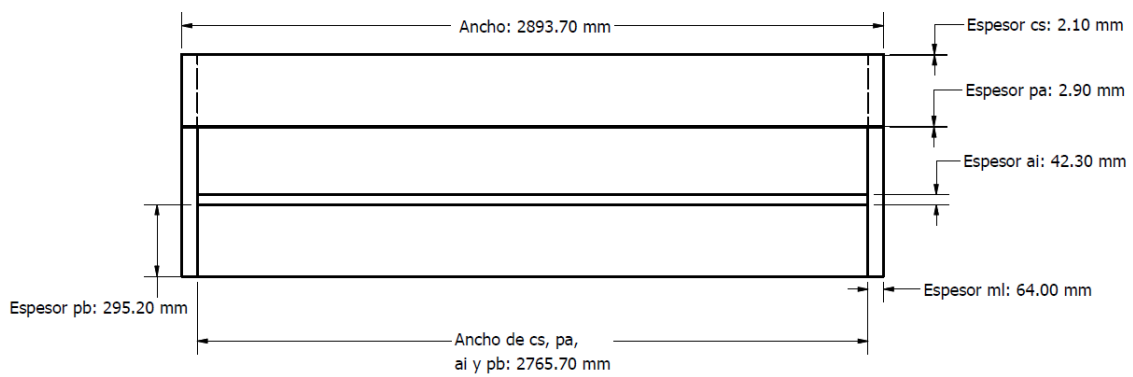


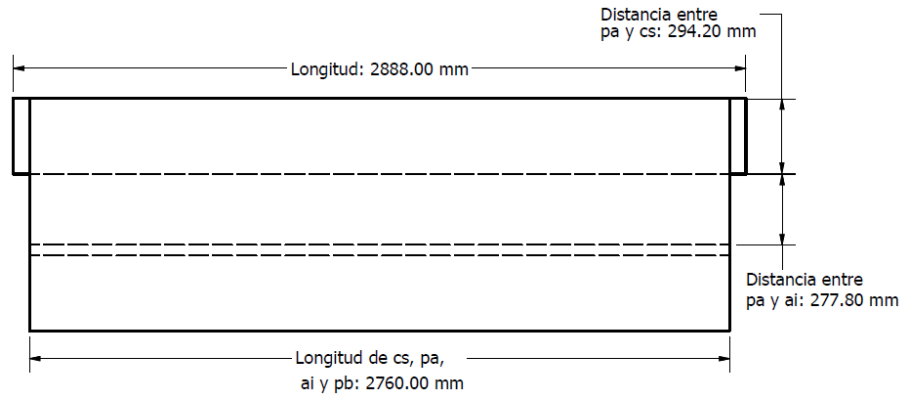
Figura 57 Curva de eficiencia exergetica máxima alcanzada con el AG.



a)



b)



b)

Figura 58 Diseño basado en dimensiones obtenidas a) vista superior b) vista frontal y c) vista lateral.

4.6 Conclusión.

El análisis de resultados planteado en este capítulo consistió en la variación de los materiales y las geometrías del colector. De todos los resultados planteados, al variar los materiales de cada elemento del colector se obtuvo que los materiales relacionados a la cubierta superior y a la placa absorbadora tienen mayor importancia al tener mayor impacto en la eficiencia exergética. Y entre las variaciones de la geometría, el elemento que tiene mayor influencia es la cubierta superior. Las demás variaciones geométricas tienen un efecto muy pequeño. Además, se implementó un algoritmo genético con lo que se obtuvo un dimensionamiento óptimo del colector.

4.7 Referencias:

- [1] Optimization of Energy Systems. Ibrahim Dincer and Marc A. Rosen. University of Ontario Institute of Technology, Canada. Pouria Ahmadi Simon Fraser University, Canada. This edition first published 2017. © 2017 JohnWiley & Sons
- [2] <https://es.wikipedia.org/wiki/Polimetilmetacrilato>
- [3] <https://www.infraredheaters.com/manual13.html>
- [4] LIBRO DE COCCION SOLAR (RICSACYTED). Editores: Alfredo Esteves y Roberto Román.
- [5] <http://tecnologiadelosplasticos.blogspot.com/2011/06/propiedades-termicas.html>
- [6] <https://es.wikipedia.org/wiki/Policarbonato>
- [7] https://es.wikipedia.org/wiki/Vidrio#Propiedades_del_vidrio
- [8] TRANSFERENCIA DE CALOR Y MASA: FUNDAMENTOS Y APLICACIONES. Cuarta edición. YUNUS A. ÇENGEL, AFSHIN J. GHAJAR.
- [9] Principles of SOLAR ENGINEERING. D. Yogi Goswami. 2015 by Taylor & Francis Group, LLC.
- [10] <https://es.wikipedia.org/wiki/Aluminio>
- [11] PROCESS HEAT TRANSFER. PRINCIPLES, APPLICATIONS AND RULES OF THUMB. Robert W. Serth, Thomas G. Lestina. 2014 Elsevier Inc.
- [12] Solar Energy Engineering Processes and Systems. Second Edition. Soteris A. Kalogirou. 2014 Elsevier Inc.
- [13] <http://aislatex.com/materiales/lana-mineral/>
- [14] https://www.testo.com/es-ES/Emisividades+de+los+materiales+m%C3%A1s+importantes/services_knowledgeable_thermography_emissivity_table
- [15] <http://www.elicrom.com/content/EMISIVIDADES%20NORMALES.pdf>
- [16] http://www.vaxasoftware.com/doc_edu/fis/inrefraccion.pdf

5 CONCLUSIONES.

1 Se logró plantear un modelo de colector determinado por un sistema de seis ecuaciones diferenciales donde cada ecuación es un balance de energía de un elemento del colector; integrando el modelo de radiación directa y difusa, las ecuaciones del comportamiento del viento y la temperatura ambiente, y el balance exergético.

2 Para el segundo objetivo se desarrolló un código en Matlab logrando así la optimización del colector solar de aire, realizando las variaciones correspondientes.

3 Como se mencionó anteriormente, en los resultados obtenidos al variar los materiales de cada elemento se obtuvo que los materiales relacionados a la cubierta superior y a la placa absorbadora tienen mayor importancia al tener mayor impacto en la eficiencia exergética. Y entre las variaciones de la geometría, el elemento que tiene mayor influencia es la cubierta superior.

4 La máxima eficiencia alcanzada en la parametrización fue al variar la cubierta superior con un valor aproximado del 50% de eficiencia. Con el algoritmo genético se encontró una eficiencia mayor de 54.92% con los mismos materiales.

5 La metodología presentada es útil para proponer diseños, incluso con el uso de métodos numéricos como el algoritmo genético se puede proponer el diseño ya dimensionado.

6 Los resultados obtenidos están en función de los parámetros de operación establecidos, las condiciones ambientales y los materiales. Por ejemplo, para el modelo de la tesis se establece el flujo másico hacia el colector, la temperatura de entrada y salida del fluido en el colector, las temperaturas iniciales de cada elemento del colector, las propiedades de los materiales, albedo, latitud, longitud, número de día, ángulo de inclinación del colector, constantes del modelo de radiación como el tipo de atmósfera del lugar, el comportamiento de la temperatura ambiente y la velocidad del viento. Cambiar alguno de estos parámetros obliga a realizar nuevamente todo el proceso para obtener los nuevos resultados.

ANEXO A

Las seis ecuaciones acopladas de primer orden son

Cubierta superior:

$$\frac{dT_{cs}}{dt} = \frac{1}{m_{cs}c_{cs}} [G_{cs}A_{cs} + h_{c,pa-cs}A_{cs}(T_{pa} - T_{cs}) + h_{r,pa-cs}A_{cs}(T_{pa} - T_{cs}) - h_{c1}A_{cs-ml}(T_{cs} - T_{ml}) - U_t A_{cs}(T_{cs} - T_a)] = f_1(T_{pa}, T_{cs}, T_{ml}) \quad (1)$$

Placa absorbente:

$$\frac{dT_{pa}}{dt} = \frac{1}{m_{pa}c_{pa}} [G_{pa}(\beta)A_{pa} - h_{c,pa-cs}A_{pa}(T_{pa} - T_{cs}) - h_{r,pa-cs}A_{pa}(T_{pa} - T_{cs}) - h_{c,pa-ft}A_{pa}(T_{pa} - T_{ft}) - h_{r,pa-ai}A_{pa}(T_{pa} - T_{ai}) - h_{c2}A_{pa-ml}(T_{pa} - T_{ml})] = f_2(T_{pa}, T_{cs}, T_{ft}, T_{ai}, T_{ml}) \quad (2)$$

Fluido de trabajo:

$$\frac{dT_{ft}}{dt} = \frac{1}{m_{ft}c_{ft}} [h_{c,pa-ft}A_{pa}(T_{pa} - T_{ft}) - h_{c,ft-ai}A_{ai}(T_{ft} - T_{ai}) - h_{ft}(T_{fts} - T_{fte})] = f_3(T_{pa}, T_{ft}, T_{ai}, T_{fts}, T_{fte}) \quad (3)$$

Aislamiento inferior:

$$\frac{dT_{ai}}{dt} = \frac{1}{m_{ai}c_{ai}} [h_{r,pa-ai}A_{pa}(T_{pa} - T_{ai}) + h_{c,ft-ai}A_{ai}(T_{ft} - T_{ai}) - h_{c3}A_{ai-pb}(T_{ai} - T_{pb}) - h_{c4}A_{ai-ml}(T_{ai} - T_{ml})] = f_4(T_{pa}, T_{ai}, T_{ft}, T_{pb}, T_{ml}) \quad (4)$$

Placa base:

$$\frac{dT_{pb}}{dt} = \frac{1}{m_{pb}c_{pb}} [h_{c3}A_{ai-pb}(T_{ai} - T_{pb}) - U_{pb}A_{pb}(T_{pb} - T_a) - h_{c5}A_{pb-ml}(T_{pb} - T_{ml})] = f_5(T_{ai}, T_{pb}, T_{ml}) \quad (5)$$

Marco lateral:

$$\frac{dT_{ml}}{dt} = \frac{1}{m_{ml}c_{ml}} [h_{c1}A_{cs-ml}(T_{cs} - T_{ml}) + h_{c2}A_{pa-ml}(T_{pa} - T_{ml}) + h_{c4}A_{ai-ml}(T_{ai} - T_{ml}) + h_{c5}A_{pb-ml}(T_{pb} - T_{ml}) - U_s A_{ml}(T_{ml} - T_a)] = f_6(T_{cs}, T_{ml}, T_{pa}, T_{ai}, T_{pb}) \quad (6)$$

Las seis ecuaciones contraídas son

$$\frac{dT_{cs}}{dt} = f_1(t, T_{pa}, T_{cs}, T_{ml}, T_a) \rightarrow \frac{dy_1}{dt} = f_1(t, y_1, y_2, y_6) \quad (7)$$

$$\frac{dT_{pa}}{dt} = f_2(t, T_{pa}, T_{cs}, T_{ft}, T_{ai}, T_{ml}) \rightarrow \frac{dy_2}{dt} = f_2(t, y_1, y_2, y_3, y_4, y_6) \quad (8)$$

$$\frac{dT_{ft}}{dt} = f_3(t, T_{pa}, T_{ft}, T_{ai}, T_{fts}, T_{fte}) \rightarrow \frac{dy_3}{dt} = f_3(t, y_2, y_3, y_4, T_{fts}, T_{fte}) \quad (9)$$

$$\frac{dT_{ai}}{dt} = f_4(t, T_{pa}, T_{ai}, T_{ft}, T_{pb}, T_{ml}) \rightarrow \frac{dy_4}{dt} = f_4(t, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6) \quad (10)$$

$$\frac{dT_{pb}}{dt} = f_5(t, T_{ai}, T_{pb}, T_a, T_{ml}) \rightarrow \frac{dy_5}{dt} = f_5(t, y_4, y_5, y_6) \quad (11)$$

$$\frac{dT_{ml}}{dt} = f_6(t, T_{cs}, T_{ml}, T_{pa}, T_{ai}, T_{pb}, T_a) \rightarrow \frac{dy_6}{dt} = f_6(t, y_1, y_2, y_4, y_5, y_6) \quad (12)$$

Dentro del código se deben de especificar las condiciones iniciales para las variables. Sean k 's, l 's, m 's, o 's, p 's y q 's las funciones asociadas con las funciones f_1, f_2, f_3, f_4, f_5 y f_6 , respectivamente. El RKF se anotará de la siguiente manera

$$t_{n+1} = t_n + h \quad (13)$$

$$k_1 = h * f_1(t_n, y_{1,n}, y_{2,n}, y_{6,n}) \quad (14)$$

$$l_1 = h * f_2(t_n, y_{1,n}, y_{2,n}, y_{3,n}, y_{4,n}, y_{6,n}) \quad (15)$$

$$m_1 = h * f_3(t_n, y_{2,n}, y_{3,n}, y_{4,n}, T_{fts}, T_{fte}) \quad (16)$$

$$o_1 = h * f_4(t_n, y_{2,n}, y_{3,n}, y_{4,n}, y_{5,n}, y_{6,n}) \quad (17)$$

$$p_1 = h * f_5(t_n, y_{4,n}, y_{5,n}, y_{6,n}) \quad (18)$$

$$q_1 = h * f_6(t_n, y_{1,n}, y_{2,n}, y_{4,n}, y_{5,n}, y_{6,n}) \quad (19)$$

$$k_2 = hf_1\left(t_n + \frac{h}{4}, y_{1,n} + \frac{k_1}{4}, y_{2,n} + \frac{l_1}{4}, y_{6,n} + \frac{q_1}{4}\right) \quad (20)$$

$$l_2 = hf_2\left(t_n + \frac{h}{4}, y_{1,n} + \frac{k_1}{4}, y_{2,n} + \frac{l_1}{4}, y_{3,n} + \frac{m_1}{4}, y_{4,n} + \frac{o_1}{4}, y_{6,n} + \frac{q_1}{4}\right) \quad (21)$$

$$m_2 = hf_3\left(t_n + \frac{h}{4}, y_{2,n} + \frac{l_1}{4}, y_{3,n} + \frac{m_1}{4}, y_{4,n} + \frac{o_1}{4}\right) \quad (22)$$

$$o_2 = hf_4\left(t_n + \frac{h}{4}, y_{2,n} + \frac{l_1}{4}, y_{3,n} + \frac{m_1}{4}, y_{4,n} + \frac{o_1}{4}, y_{5,n} + \frac{p_1}{4}, y_{6,n} + \frac{q_1}{4}\right) \quad (23)$$

$$p_2 = hf_5\left(t_n + \frac{h}{4}, y_{4,n} + \frac{o_1}{4}, y_{5,n} + \frac{p_1}{4}, y_{6,n} + \frac{q_1}{4}\right) \quad (24)$$

$$q_2 = hf_6\left(t_n + \frac{h}{4}, y_{1,n} + \frac{k_1}{4}, y_{2,n} + \frac{l_1}{4}, y_{4,n} + \frac{o_1}{4}, y_{5,n} + \frac{p_1}{4}, y_{6,n} + \frac{q_1}{4}\right) \quad (25)$$

$$k_3 = hf_1\left(t_n + \frac{3h}{2}, y_{1,n} + \frac{3k_1}{32} + \frac{9k_2}{32}, y_{2,n} + \frac{3l_1}{32} + \frac{9l_2}{32}, y_{6,n} + \frac{3q_1}{32} + \frac{9q_2}{32}\right) \quad (26)$$

$$l_3 = hf_2\left(t_n + \frac{3h}{2}, y_{1,n} + \frac{3k_1}{32} + \frac{9k_2}{32}, y_{2,n} + \frac{3l_1}{32} + \frac{9l_2}{32}, y_{3,n} + \frac{3m_1}{32} + \frac{9m_2}{32}, y_{4,n} + \frac{3o_1}{32} + \frac{9o_2}{32}, y_{6,n} + \frac{3q_1}{32} + \frac{9q_2}{32}\right) \quad (27)$$

$$m_3 = hf_3\left(t_n + \frac{3h}{2}, y_{2,n} + \frac{3l_1}{32} + \frac{9l_2}{32}, y_{3,n} + \frac{3m_1}{32} + \frac{9m_2}{32}, y_{4,n} + \frac{3o_1}{32} + \frac{9o_2}{32}\right) \quad (28)$$

$$o_3 = hf_4\left(t_n + \frac{3h}{2}, y_{2,n} + \frac{3l_1}{32} + \frac{9l_2}{32}, y_{3,n} + \frac{3m_1}{32} + \frac{9m_2}{32}, y_{4,n} + \frac{3o_1}{32} + \frac{9o_2}{32}, y_{5,n} + \frac{3p_1}{32} + \frac{9p_2}{32}, y_{6,n} + \frac{3q_1}{32} + \frac{9q_2}{32}\right) \quad (29)$$

$$p_3 = hf_5\left(t_n + \frac{3h}{2}, y_{4,n} + \frac{3o_1}{32} + \frac{9o_2}{32}, y_{5,n} + \frac{3p_1}{32} + \frac{9p_2}{32}, y_{6,n} + \frac{3q_1}{32} + \frac{9q_2}{32}\right) \quad (30)$$

$$q_3 = hf_6\left(t_n + \frac{3h}{2}, y_{1,n} + \frac{3k_1}{32} + \frac{9k_2}{32}, y_{2,n} + \frac{3l_1}{32} + \frac{9l_2}{32}, y_{4,n} + \frac{3o_1}{32} + \frac{9o_2}{32}, y_{5,n} + \frac{3p_1}{32} + \frac{9p_2}{32}, y_{6,n} + \frac{3q_1}{32} + \frac{9q_2}{32}\right) \quad (31)$$

$$k_4 = hf_1 \left(t_n + \frac{12h}{13}, y_{1,n} + \frac{1932k_1}{2197} - \frac{7200k_2}{2197} + \frac{7296k_3}{2197}, y_{2,n} + \frac{1932l_1}{2197} - \frac{7200l_2}{2197} + \frac{7296l_3}{2197}, y_{6,n} + \frac{1932q_1}{2197} - \frac{7200q_2}{2197} + \frac{7296q_3}{2197} \right) \quad (32)$$

$$l_4 = hf_2 \left(t_n + \frac{12h}{13}, y_{1,n} + \frac{1932k_1}{2197} - \frac{7200k_2}{2197} + \frac{7296k_3}{2197}, y_{2,n} + \frac{1932l_1}{2197} - \frac{7200l_2}{2197} + \frac{7296l_3}{2197}, y_{3,n} + \frac{1932m_1}{2197} - \frac{7200m_2}{2197} + \frac{7296m_3}{2197}, y_{4,n} + \frac{1932o_1}{2197} - \frac{7200o_2}{2197} + \frac{7296o_3}{2197}, y_{6,n} + \frac{1932q_1}{2197} - \frac{7200q_2}{2197} + \frac{7296q_3}{2197} \right) \quad (33)$$

$$m_4 = hf_3 \left(t_n + \frac{12h}{13}, y_{2,n} + \frac{1932l_1}{2197} - \frac{7200l_2}{2197} + \frac{7296l_3}{2197}, y_{3,n} + \frac{1932m_1}{2197} - \frac{7200m_2}{2197} + \frac{7296m_3}{2197}, y_{4,n} + \frac{1932o_1}{2197} - \frac{7200o_2}{2197} + \frac{7296o_3}{2197} \right) \quad (34)$$

$$o_4 = hf_4 \left(t_n + \frac{12h}{13}, y_{2,n} + \frac{1932l_1}{2197} - \frac{7200l_2}{2197} + \frac{7296l_3}{2197}, y_{3,n} + \frac{1932m_1}{2197} - \frac{7200m_2}{2197} + \frac{7296m_3}{2197}, y_{4,n} + \frac{1932o_1}{2197} - \frac{7200o_2}{2197} + \frac{7296o_3}{2197}, y_{5,n} + \frac{1932p_1}{2197} - \frac{7200p_2}{2197} + \frac{7296p_3}{2197}, y_{6,n} + \frac{1932q_1}{2197} - \frac{7200q_2}{2197} + \frac{7296q_3}{2197} \right) \quad (35)$$

$$p_4 = hf_5 \left(t_n + \frac{12h}{13}, y_{4,n} + \frac{1932o_1}{2197} - \frac{7200o_2}{2197} + \frac{7296o_3}{2197}, y_{5,n} + \frac{1932p_1}{2197} - \frac{7200p_2}{2197} + \frac{7296p_3}{2197}, y_{6,n} + \frac{1932q_1}{2197} - \frac{7200q_2}{2197} + \frac{7296q_3}{2197} \right) \quad (36)$$

$$q_4 = hf_6 \left(t_n + \frac{12h}{13}, y_{1,n} + \frac{1932k_1}{2197} - \frac{7200k_2}{2197} + \frac{7296k_3}{2197}, y_{2,n} + \frac{1932l_1}{2197} - \frac{7200l_2}{2197} + \frac{7296l_3}{2197}, y_{4,n} + \frac{1932o_1}{2197} - \frac{7200o_2}{2197} + \frac{7296o_3}{2197}, y_{5,n} + \frac{1932p_1}{2197} - \frac{7200p_2}{2197} + \frac{7296p_3}{2197}, y_{6,n} + \frac{1932q_1}{2197} - \frac{7200q_2}{2197} + \frac{7296q_3}{2197} \right) \quad (37)$$

$$k_5 = hf_1 \left(t_n + h, y_{1,n} + \frac{439k_1}{216} - 8k_2 + \frac{3680k_3}{513} - \frac{845k_4}{4104}, y_{2,n} + \frac{439l_1}{216} - 8l_2 + \frac{3680l_3}{513} - \frac{845l_4}{4104}, y_{6,n} + \frac{439q_1}{216} - 8q_2 + \frac{3680q_3}{513} - \frac{845q_4}{4104} \right) \quad (38)$$

$$l_5 = hf_2 \left(t_n + h, y_{1,n} + \frac{439k_1}{216} - 8k_2 + \frac{3680k_3}{513} - \frac{845k_4}{4104}, y_{2,n} + \frac{439l_1}{216} - 8l_2 + \frac{3680l_3}{513} - \frac{845l_4}{4104}, y_{3,n} + \frac{439m_1}{216} - 8m_2 + \frac{3680m_3}{513} - \frac{845m_4}{4104}, y_{4,n} + \frac{439o_1}{216} - 8o_2 + \frac{3680o_3}{513} - \frac{845o_4}{4104}, y_{6,n} + \frac{439q_1}{216} - 8q_2 + \frac{3680q_3}{513} - \frac{845q_4}{4104} \right) \quad (39)$$

$$m_5 = hf_3 \left(t_n + h, y_{2,n} + \frac{439l_1}{216} - 8l_2 + \frac{3680l_3}{513} - \frac{845l_4}{4104}, y_{3,n} + \frac{439m_1}{216} - 8m_2 + \frac{3680m_3}{513} - \frac{845m_4}{4104}, y_{4,n} + \frac{439o_1}{216} - 8o_2 + \frac{3680o_3}{513} - \frac{845o_4}{4104} \right) \quad (40)$$

$$\begin{aligned}
o_5 = hf_4 \left(t_n + h, y_{2,n} + \frac{439l_1}{216} - 8l_2 + \frac{3680l_3}{513} - \frac{845l_4}{4104}, y_{3,n} + \frac{439m_1}{216} - 8m_2 + \frac{3680m_3}{513} - \frac{845m_4}{4104}, y_{4,n} + \frac{439o_1}{216} \right. \\
\left. - 8o_2 + \frac{3680o_3}{513} - \frac{845o_4}{4104}, y_{5,n} + \frac{439p_1}{216} - 8p_2 + \frac{3680p_3}{513} - \frac{845p_4}{4104}, y_{6,n} + \frac{439q_1}{216} - 8q_2 \right. \\
\left. + \frac{3680q_3}{513} - \frac{845q_4}{4104} \right) \quad (41)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
p_5 = hf_5 \left(t_n + h, y_{4,n} + \frac{439o_1}{216} - 8o_2 + \frac{3680o_3}{513} - \frac{845o_4}{4104}, y_{5,n} + \frac{439p_1}{216} - 8p_2 + \frac{3680p_3}{513} - \frac{845p_4}{4104}, y_{6,n} + \frac{439q_1}{216} \right. \\
\left. - 8q_2 + \frac{3680q_3}{513} - \frac{845q_4}{4104} \right) \quad (42)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
q_5 = hf_6 \left(t_n + h, y_{1,n} + \frac{439k_1}{216} - 8k_2 + \frac{3680k_3}{513} - \frac{845k_4}{4104}, y_{2,n} + \frac{439l_1}{216} - 8l_2 + \frac{3680l_3}{513} - \frac{845l_4}{4104}, y_{4,n} + \frac{439o_1}{216} \right. \\
\left. - 8o_2 + \frac{3680o_3}{513} - \frac{845o_4}{4104}, y_{5,n} + \frac{439p_1}{216} - 8p_2 + \frac{3680p_3}{513} - \frac{845p_4}{4104}, y_{6,n} + \frac{439q_1}{216} - 8q_2 \right. \\
\left. + \frac{3680q_3}{513} - \frac{845q_4}{4104} \right) \quad (43)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k_6 = hf_1 \left(t_n + \frac{h}{2}, y_{1,n} - \frac{8k_1}{27} + 2k_2 - \frac{3544k_3}{2565} + \frac{1859k_4}{4104} - \frac{11k_5}{40}, y_{2,n} - \frac{8l_1}{27} + 2l_2 - \frac{3544l_3}{2565} + \frac{1859l_4}{4104} \right. \\
\left. - \frac{11l_5}{40}, y_{6,n} - \frac{8q_1}{27} + 2q_2 - \frac{3544q_3}{2565} + \frac{1859q_4}{4104} - \frac{11q_5}{40} \right) \quad (44)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
l_6 = hf_2 \left(t_n + \frac{h}{2}, y_{1,n} - \frac{8k_1}{27} + 2k_2 - \frac{3544k_3}{2565} + \frac{1859k_4}{4104} - \frac{11k_5}{40}, y_{2,n} - \frac{8l_1}{27} + 2l_2 - \frac{3544l_3}{2565} + \frac{1859l_4}{4104} \right. \\
\left. - \frac{11l_5}{40}, y_{3,n} - \frac{8m_1}{27} + 2m_2 - \frac{3544m_3}{2565} + \frac{1859m_4}{4104} - \frac{11m_5}{40}, y_{4,n} - \frac{8o_1}{27} + 2o_2 - \frac{3544o_3}{2565} \right. \\
\left. + \frac{1859o_4}{4104} - \frac{11o_5}{40}, y_{6,n} - \frac{8q_1}{27} + 2q_2 - \frac{3544q_3}{2565} + \frac{1859q_4}{4104} - \frac{11q_5}{40} \right) \quad (45)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m_6 = hf_3 \left(t_n + \frac{h}{2}, y_{2,n} - \frac{8l_1}{27} + 2l_2 - \frac{3544l_3}{2565} + \frac{1859l_4}{4104} - \frac{11l_5}{40}, y_{3,n} - \frac{8m_1}{27} + 2m_2 - \frac{3544m_3}{2565} + \frac{1859m_4}{4104} \right. \\
\left. - \frac{11m_5}{40}, y_{4,n} - \frac{8o_1}{27} + 2o_2 - \frac{3544o_3}{2565} + \frac{1859o_4}{4104} - \frac{11o_5}{40} \right) \quad (46)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
o_6 = hf_4 \left(t_n + \frac{h}{2}, y_{2,n} - \frac{8l_1}{27} + 2l_2 - \frac{3544l_3}{2565} + \frac{1859l_4}{4104} - \frac{11l_5}{40}, y_{3,n} - \frac{8m_1}{27} + 2m_2 - \frac{3544m_3}{2565} + \frac{1859m_4}{4104} \right. \\
\left. - \frac{11m_5}{40}, y_{4,n} - \frac{8o_1}{27} + 2o_2 - \frac{3544o_3}{2565} + \frac{1859o_4}{4104} - \frac{11o_5}{40}, y_{5,n} - \frac{8p_1}{27} + 2p_2 - \frac{3544p_3}{2565} + \frac{1859p_4}{4104} \right. \\
\left. - \frac{11p_5}{40}, y_{6,n} - \frac{8q_1}{27} + 2q_2 - \frac{3544q_3}{2565} + \frac{1859q_4}{4104} - \frac{11q_5}{40} \right) \quad (47)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
p_6 = hf_5 \left(t_n + \frac{h}{2}, y_{4,n} - \frac{8o_1}{27} + 2o_2 - \frac{3544o_3}{2565} + \frac{1859o_4}{4104} - \frac{11o_5}{40}, y_{5,n} - \frac{8p_1}{27} + 2p_2 - \frac{3544p_3}{2565} + \frac{1859p_4}{4104} \right. \\
\left. - \frac{11p_5}{40}, y_{6,n} - \frac{8q_1}{27} + 2q_2 - \frac{3544q_3}{2565} + \frac{1859q_4}{4104} - \frac{11q_5}{40} \right) \quad (48)
\end{aligned}$$

$$q_6 = hf_6 \left(t_n + \frac{h}{2}, y_{1,n} - \frac{8k_1}{27} + 2k_2 - \frac{3544k_3}{2565} + \frac{1859k_4}{4104} - \frac{11k_5}{40}, y_{2,n} - \frac{8l_1}{27} + 2l_2 - \frac{3544l_3}{2565} + \frac{1859l_4}{4104} - \frac{11l_5}{40}, y_{4,n} - \frac{8o_1}{27} + 2o_2 - \frac{3544o_3}{2565} + \frac{1859o_4}{4104} - \frac{11o_5}{40}, y_{5,n} - \frac{8p_1}{27} + 2p_2 - \frac{3544p_3}{2565} + \frac{1859p_4}{4104} - \frac{11p_5}{40}, y_{6,n} - \frac{8q_1}{27} + 2q_2 - \frac{3544q_3}{2565} + \frac{1859q_4}{4104} - \frac{11q_5}{40} \right) \quad (49)$$

$$y_{1,n+1} = y_{1,n} + \frac{25k_1}{216} + \frac{1408k_3}{2565} + \frac{2197k_4}{4101} - \frac{k_5}{5} \quad (50)$$

$$y_{2,n+1} = y_{2,n} + \frac{25l_1}{216} + \frac{1408l_3}{2565} + \frac{2197l_4}{4101} - \frac{l_5}{5} \quad (51)$$

$$y_{3,n+1} = y_{3,n} + \frac{25m_1}{216} + \frac{1408m_3}{2565} + \frac{2197m_4}{4101} - \frac{m_5}{5} \quad (52)$$

$$y_{4,n+1} = y_{4,n} + \frac{25o_1}{216} + \frac{1408o_3}{2565} + \frac{2197o_4}{4101} - \frac{o_5}{5} \quad (53)$$

$$y_{5,n+1} = y_{5,n} + \frac{25p_1}{216} + \frac{1408p_3}{2565} + \frac{2197p_4}{4101} - \frac{p_5}{5} \quad (54)$$

$$y_{6,n+1} = y_{6,n} + \frac{25q_1}{216} + \frac{1408q_3}{2565} + \frac{2197q_4}{4101} - \frac{q_5}{5} \quad (55)$$

$$\epsilon_{y_1} = \frac{k_1}{360} - \frac{128k_3}{4275} - \frac{2197k_4}{75240} + \frac{k_5}{50} + \frac{k_6}{55} \quad (56)$$

$$\epsilon_{y_2} = \frac{l_1}{360} - \frac{128l_3}{4275} - \frac{2197l_4}{75240} + \frac{l_5}{50} + \frac{l_6}{55} \quad (57)$$

$$\epsilon_{y_3} = \frac{m_1}{360} - \frac{128m_3}{4275} - \frac{2197m_4}{75240} + \frac{m_5}{50} + \frac{m_6}{55} \quad (58)$$

$$\epsilon_{y_4} = \frac{o_1}{360} - \frac{128o_3}{4275} - \frac{2197o_4}{75240} + \frac{o_5}{50} + \frac{o_6}{55} \quad (59)$$

$$\epsilon_{y_5} = \frac{p_1}{360} - \frac{128p_3}{4275} - \frac{2197p_4}{75240} + \frac{p_5}{50} + \frac{p_6}{55} \quad (60)$$

$$\epsilon_{y_6} = \frac{q_1}{360} - \frac{128q_3}{4275} - \frac{2197q_4}{75240} + \frac{q_5}{50} + \frac{q_6}{55} \quad (61)$$

ANEXO B

Descripción matemática del problema.

Toda función f de varias variables puede tener máximos relativos y mínimos relativos. Para funciones de dos variables x y y , la definición de extremos relativos o locales es la siguiente:

1. Un número $f(a, b)$ es un máximo relativo de una función $z = f(x, y)$, si $f(x, y) \leq f(a, b)$ para todo (x, y) en algún disco abierto que contenga a (a, b) .
2. Un número $f(a, b)$ es un mínimo relativo de una función $z = f(x, y)$, si $f(x, y) \geq f(a, b)$ para todo (x, y) en algún disco abierto que contenga a (a, b) .

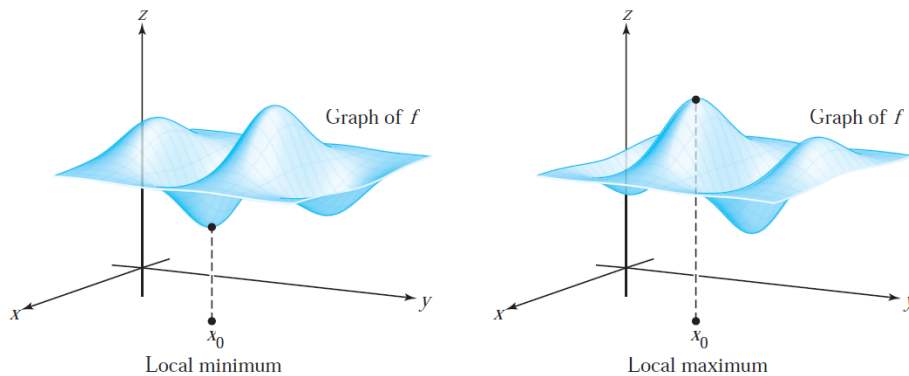


Figura A1. Puntos mínimos locales y máximos locales para una función de dos variables.

Un extremo relativo en el punto (a, b) tiene como propiedad que, si las primeras derivadas parciales existen en ese punto, entonces

$$f_x(a, b) = 0 \text{ y } f_y(a, b) = 0$$

Esto permite definir lo que es un punto crítico.

- Un punto crítico de una función $z = f(x, y)$ es un punto (a, b) en el dominio de f para el cual $f_x(a, b) = 0$ y $f_y(a, b) = 0$.

Los puntos críticos corresponden a puntos donde f podría posiblemente tener un extremo relativo.

Para el caso general de una función de n variables $f(x_1, \dots, x_n)$, las N primeras derivadas parciales serán 0. Para determinar con certeza la naturaleza de un extremo relativo (a_1, \dots, a_n) de una función $f(x_1, \dots, x_n)$ se utilizan las segundas derivadas de ésta. El criterio de la segunda derivada es útil para determinar la naturaleza del punto crítico: máximo o mínimo local (figura A1), o punto silla (figura A2).

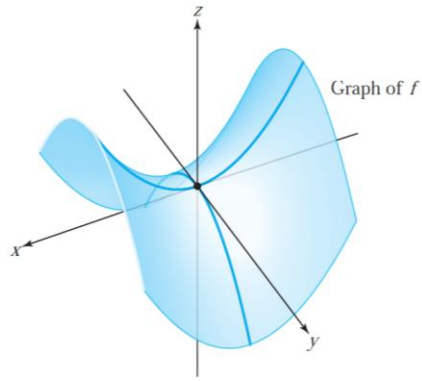


Figura A2. Función de dos variables con un punto silla.

El análisis se basa en las propiedades de la matriz de segundas derivadas de la función.

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_1} & \dots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \vdots & \dots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_1} & \dots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_n} \end{pmatrix}_{N \times N}$$

Cada derivada de segundo orden $\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j}\right)$ para $i, j=1, \dots, n$ se evalúa en el punto crítico (a_1, \dots, a_n) para obtener una matriz $n \times n$ simétrica de escalares. Considerando las n submatrices cuadradas a lo largo de la diagonal (véase figura A3). El punto extremo (a_1, \dots, a_n) es un mínimo de $f(x_1, \dots, x_n)$ sí y solo sí los determinantes de estas submatrices diagonales son todos mayores que cero. El extremo (a_1, \dots, a_n) será un máximo de $f(x_1, \dots, x_n)$ sí y solo sí los determinantes son <0 y >0 de forma alternada. Si los determinantes de las submatrices diagonales son todos distintos de cero, pero la matriz no es definida ni positiva ni negativa, el punto crítico es de tipo silla.

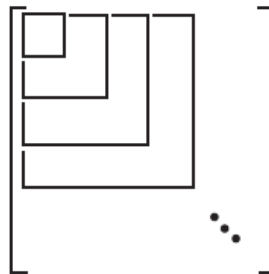


Figura A3. Las submatrices diagonales se utilizan en el criterio de definición positiva.

La función que se optimiza en esta tesis es la ecuación 3.14.18 la cual es la siguiente:

$$\eta_{ex} = 1 - \frac{\sum \dot{E}x_{des}}{\sum \dot{E}x_{i,net}} \quad (1)$$

La cual está constituida por las ecuaciones 3.14.12, 3.14.11, 3.14.9, 3.14.8, 3.14.7, 3.14.6, 3.14.5, 3.14.4, 3.14.3, 3.14.2 y 3.14.1, formando:

$$\begin{aligned} \eta_{ex} &= 1 - \frac{\sum \dot{E}x_{des}}{\sum \dot{E}x_{i,net}} & (2) \\ &= 1 \\ &- \left[\frac{1}{\dot{E}x_{in-sol}} \left(\dot{E}x_{des,friction} + \dot{E}x_{des,pb} + \dot{E}x_{des(opt-cs)} + \dot{E}x_{des(opt-pa)} \right. \right. \\ &+ \dot{E}x_{des(T_{pa}-T_{ai})} + \dot{E}x_{des(T_{pa}-T_{cs})} + \dot{E}x_{des(T_{ai}-T_{ft})} + \dot{E}x_{des(T_{pa}-T_{ft})} \\ &\left. \left. + \dot{E}x_{des(T_{cs}-T_{sol})} + \dot{E}x_{des(T_{pa}-T_{sol})} \right) \right] \end{aligned}$$

Sustituyendo cada ecuación toma la forma siguiente

$$\begin{aligned} \eta_{ex} &= 1 - \left[\frac{1}{G_T A_{cs} \left(1 - \frac{T_a}{T_{sol}} \right)} \left(\frac{T_a \dot{m}_{ft} \Delta P_{ft}}{T_{ft} \rho_{ft}} + U_{pb} A_{cs} T_a (T_{ai} - T_{pb}) \left(\frac{1}{T_{pb}} - \frac{1}{T_{ai}} \right) \right. \right. & (3) \\ &+ \left(1 - \left(\frac{\tau_{cs} \alpha_{pa}}{1 - (1 - \alpha_{pa}) r_{cs}} \right) \right) \dot{E}x_{in-sol} + (1 - \alpha_{pa}) \tau_{cs} \dot{E}x_{in-sol} \\ &+ h_{r,pa-ai} A_{cs} T_a (T_{pa} - T_{ai}) \left(\frac{1}{T_{ai}} - \frac{1}{T_{pa}} \right) \\ &+ (h_{r,pa-cs} + h_{c,pa-cs}) A_{cs} T_a (T_{pa} - T_{cs}) \left(\frac{1}{T_{cs}} - \frac{1}{T_{pa}} \right) \\ &+ h_{c,ft-ai} A_{cs} T_a (T_{ai} - T_{ft}) \left(\frac{1}{T_{ft}} - \frac{1}{T_{ai}} \right) \\ &+ h_{c,pa-ft} A_{cs} T_a (T_{pa} - T_{ft}) \left(\frac{1}{T_{ft}} - \frac{1}{T_{pa}} \right) + \alpha_{cs} G_T A_{cs} T_a \left(\frac{1}{T_{cs}} - \frac{1}{T_{sol}} \right) \\ &\left. \left. + \tau_{cs} \alpha_{pa} G_T A_{cs} T_a \left(\frac{1}{T_{pa}} - \frac{1}{T_{sol}} \right) \right) \right] \end{aligned}$$

Al fijar una configuración geométrica aparentemente la eficiencia exergética está en función de diecisiete variables:

$$\eta_{ex} = f(T_{pa}, T_a, T_{ft}, T_{ai}, T_{pb}, T_{cs}, h_{r,pa-ai}, h_{r,pa-cs}, h_{c,pa-cs}, h_{c,ft-ai}, h_{c,pa-ft}, G_T, r_{cs}, \rho_{ft}, \Delta P_{ft}, \tau_{cs}, \alpha_{cs}) = f(x_1, \dots, x_{17}) \quad (4)$$

donde el vector de diecisiete variables

$$(x_1, \dots, x_{17}) \in \mathbb{R}^{17}$$

El dominio de la función

$$f: D \subset \mathbb{R}^{17} \rightarrow \mathbb{R}$$

Es el subconjunto D de \mathbb{R}^{17} sobre el que se considera la función o sobre el que está bien definida. Se podría simplificar aún más al sustituir cada termino con lo que la función quedaría en con las siguientes variables

$$\eta_{ex} = f(t, T_{pa}, T_{ft}, T_{ai}, T_{pb}, T_{cs}, \delta_{cs}, Long, Anch, \delta_{ai-pa}, \delta_{pa-cs}, \delta_{pa}, \delta_{ai}, \delta_{pb}, \delta_{ml}) \quad (5)$$

Sin embargo, el análisis se puede realizar con las diecisiete variables indicadas en (4), dejando claro como las variables geométricas, las temperaturas y el tiempo inducen la variación de éstas.

Continuando con el análisis se tiene que las derivadas parciales de (3) son las siguientes

$$\frac{\partial \eta_{ex}}{\partial T_{pa}} = - \left[\frac{1}{G_T A_{cs} \left(1 - \frac{T_a}{T_{sol}}\right)} \left(h_{r,pa-ai} A_{cs} T_a \left[\frac{1}{T_{ai}} - \frac{T_{ai}}{T_{pa}^2} \right] + (h_{r,pa-cs} + h_{c,pa-cs}) A_{cs} T_a \left[\frac{1}{T_{cs}} - \frac{T_{cs}}{T_{pa}^2} \right] + h_{c,pa-ft} A_{cs} T_a \left[\frac{1}{T_{ft}} - \frac{T_{ft}}{T_{pa}^2} \right] + \tau_{cs} \alpha_{pa} G_T A_{cs} T_a \left(\frac{1}{T_{pa}^2} \right) \right) \right] \quad (6)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \eta_{ex}}{\partial T_a} = & - \left[\frac{1}{\left(1 - \frac{T_a}{T_{sol}}\right)} + \frac{T_a}{T_{sol} \left(1 - \frac{T_a}{T_{sol}}\right)^2} \right] \left[\frac{\dot{m}_{ft} \Delta P_{ft}}{T_{ft} \rho_{ft} G_T A_{cs}} + \frac{U_{pb} A_{cs} (T_{ai} - T_{pb}) \left(\frac{1}{T_{pb}} - \frac{1}{T_{ai}}\right)}{G_T A_{cs}} \right. \\
& + \frac{h_{r,pa-ai} A_{cs} (T_{pa} - T_{ai}) \left(\frac{1}{T_{ai}} - \frac{1}{T_{pa}}\right)}{G_T A_{cs}} \\
& + \frac{(h_{r,pa-cs} + h_{c,pa-cs}) A_{cs} (T_{pa} - T_{cs}) \left(\frac{1}{T_{cs}} - \frac{1}{T_{pa}}\right)}{G_T A_{cs}} \\
& + \frac{h_{c,ft-ai} A_{cs} (T_{ai} - T_{ft}) \left(\frac{1}{T_{ft}} - \frac{1}{T_{ai}}\right)}{G_T A_{cs}} + \frac{h_{c,pa-ft} A_{cs} (T_{pa} - T_{ft}) \left(\frac{1}{T_{ft}} - \frac{1}{T_{pa}}\right)}{G_T A_{cs}} \\
& \left. + \frac{\alpha_{cs} G_T A_{cs} \left(\frac{1}{T_{cs}} - \frac{1}{T_{sol}}\right)}{G_T A_{cs}} + \frac{\tau_{cs} \alpha_{pa} G_T A_{cs} \left(\frac{1}{T_{pa}} - \frac{1}{T_{sol}}\right)}{G_T A_{cs}} \right] \quad (7)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \eta_{ex}}{\partial T_{ft}} = & - \left[\frac{1}{G_T A_{cs} \left(1 - \frac{T_a}{T_{sol}}\right)} \left(\frac{T_a \dot{m}_{ft} \Delta P_{ft}}{\rho_{ft}} \left[-\frac{1}{T_{ft}^2} \right] + h_{c,ft-ai} A_{cs} T_a \left[\frac{1}{T_{ai}} - \frac{T_{ai}}{T_{ft}^2} \right] \right. \right. \\
& \left. \left. + h_{c,pa-ft} A_{cs} T_a \left[\frac{1}{T_{pa}} - \frac{T_{pa}}{T_{ft}^2} \right] \right) \right] \quad (8)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \eta_{ex}}{\partial T_{ai}} = & - \left[\frac{1}{G_T A_{cs} \left(1 - \frac{T_a}{T_{sol}}\right)} \left(U_{pb} A_{cs} T_a \left[\frac{1}{T_{pb}} - \frac{T_{pb}}{T_{ai}^2} \right] + h_{r,pa-ai} A_{cs} T_a \left[\frac{1}{T_{pa}} - \frac{T_{pa}}{T_{ai}^2} \right] \right. \right. \\
& \left. \left. + h_{c,ft-ai} A_{cs} T_a \left[\frac{1}{T_{ft}} - \frac{T_{ft}}{T_{ai}^2} \right] \right) \right] \quad (9)
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial \eta_{ex}}{\partial T_{pb}} = - \left[\frac{1}{G_T A_{cs} \left(1 - \frac{T_a}{T_{sol}}\right)} \left(U_{pb} A_{cs} T_a \left[\frac{1}{T_{ai}} - \frac{T_{ai}}{T_{pb}^2} \right] \right) \right] \quad (10)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \eta_{ex}}{\partial T_{cs}} = & - \left[\frac{1}{G_T A_{cs} \left(1 - \frac{T_a}{T_{sol}}\right)} \left((h_{r,pa-cs} + h_{c,pa-cs}) A_{cs} T_a \left[\frac{1}{T_{pa}} - \frac{T_{pa}}{T_{cs}^2} \right] \right. \right. \\
& \left. \left. + \alpha_{cs} G_T A_{cs} T_a \left(-\frac{1}{T_{cs}^2} \right) \right) \right] \quad (11)
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial \eta_{ex}}{\partial h_{r,pa-ai}} = 1 - \left[\frac{1}{G_T A_{cs} \left(1 - \frac{T_a}{T_{sol}}\right)} \left(A_{cs} T_a (T_{pa} - T_{ai}) \left(\frac{1}{T_{ai}} - \frac{1}{T_{pa}} \right) \right) \right] \quad (12)$$

$$\frac{\partial \eta_{ex}}{\partial h_{r,pa-cs}} = - \left[\frac{1}{G_T A_{cs} \left(1 - \frac{T_a}{T_{sol}}\right)} \left(A_{cs} T_a (T_{pa} - T_{cs}) \left(\frac{1}{T_{cs}} - \frac{1}{T_{pa}} \right) \right) \right] \quad (13)$$

$$\frac{\partial \eta_{ex}}{\partial h_{c,pa-cs}} = 1 - \left[\frac{1}{G_T A_{cs} \left(1 - \frac{T_a}{T_{sol}}\right)} \left(A_{cs} T_a (T_{pa} - T_{cs}) \left(\frac{1}{T_{cs}} - \frac{1}{T_{pa}} \right) \right) \right] \quad (14)$$

$$\frac{\partial \eta_{ex}}{\partial h_{c,ft-ai}} = - \left[\frac{1}{G_T A_{cs} \left(1 - \frac{T_a}{T_{sol}}\right)} \left(A_{cs} T_a (T_{ai} - T_{ft}) \left(\frac{1}{T_{ft}} - \frac{1}{T_{ai}} \right) \right) \right] \quad (15)$$

$$\frac{\partial \eta_{ex}}{\partial h_{c,pa-ft}} = - \left[\frac{1}{G_T A_{cs} \left(1 - \frac{T_a}{T_{sol}}\right)} \left(A_{cs} T_a (T_{pa} - T_{ft}) \left(\frac{1}{T_{ft}} - \frac{1}{T_{pa}} \right) \right) \right] \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \eta_{ex}}{\partial G_T} = & - \left[\frac{1}{A_{cs} \left(1 - \frac{T_a}{T_{sol}}\right)} \left[-\frac{1}{G_T^2} \right] \left(\frac{T_a \dot{m}_{ft} \Delta P_{ft}}{T_{ft} \rho_{ft}} + U_{pb} A_{cs} T_a (T_{ai} - T_{pb}) \left(\frac{1}{T_{pb}} - \frac{1}{T_{ai}} \right) \right. \right. \\ & + h_{r,pa-ai} A_{cs} T_a (T_{pa} - T_{ai}) \left(\frac{1}{T_{ai}} - \frac{1}{T_{pa}} \right) \\ & + (h_{r,pa-cs} + h_{c,pa-cs}) A_{cs} T_a (T_{pa} - T_{cs}) \left(\frac{1}{T_{cs}} - \frac{1}{T_{pa}} \right) \\ & + h_{c,ft-ai} A_{cs} T_a (T_{ai} - T_{ft}) \left(\frac{1}{T_{ft}} - \frac{1}{T_{ai}} \right) \\ & \left. \left. + h_{c,pa-ft} A_{cs} T_a (T_{pa} - T_{ft}) \left(\frac{1}{T_{ft}} - \frac{1}{T_{pa}} \right) \right) \right] \quad (17) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \eta_{ex}}{\partial r_{cs}} = - \frac{\alpha_{pa} \tau_{cs} (\alpha_{pa} - 1)}{(r_{cs} (\alpha_{pa} - 1) + 1)^2} \quad (18)$$

$$\frac{\partial \eta_{ex}}{\partial \rho_{ft}} = - \left[\frac{1}{G_T A_{cs} \left(1 - \frac{T_a}{T_{sol}}\right)} \left(\frac{T_a \dot{m}_{ft} \Delta P_{ft}}{T_{ft}} \left[-\frac{1}{\rho_{ft}^2} \right] \right) \right] \quad (19)$$

$$\frac{\partial \eta_{ex}}{\partial \Delta P_{ft}} = 1 - \left[\frac{1}{G_T A_{cs} \left(1 - \frac{T_a}{T_{sol}}\right)} \left(\frac{T_a \dot{m}_{ft}}{T_{ft} \rho_{ft}} \right) \right] \quad (20)$$

$$\frac{\partial \eta_{ex}}{\partial \tau_{cs}} = - \left[(1 - \alpha_{pa}) + \frac{\alpha_{pa} T_a \left(\frac{1}{T_{pa}} - \frac{1}{T_{sol}} \right)}{\left(1 - \frac{T_a}{T_{sol}}\right)} \right] \quad (21)$$

$$\frac{\partial \eta_{ex}}{\partial \alpha_{cs}} = - \left[\frac{T_a \left(\frac{1}{T_{cs}} - \frac{1}{T_{sol}} \right)}{\left(1 - \frac{T_a}{T_{sol}}\right)} \right] \quad (22)$$

Los datos del punto óptimo del colector para determinar si es punto crítico son los siguientes:

- Geometrías:

deltacs=0.0021; deltap=0.0029; deltaai=0.0423; deltapb=0.2952; deltaml=0.0640;
deltapacs=0.2942; Long=2.8880; Anch=2.8937; deltaaipa=0.2778;

- Variables:

$T_{pa}=154.5665$; $T_a=26.8718$; $T_{ft}=45.9981$; $T_{ai}=153.8835$; $T_{pb}=77.7607$; $T_{cs}=104.7410$;
 $h_{r,pa-ai}=14.1918$; $h_{r,pa-cs}=11.3336$; $h_{c,pa-cs}=0.1821$; $h_{c,ft-ai}=0.0023$;
 $h_{c,pa-ft}=0.0023$; $G_T=774.6788$; $r_{cs}=0.0449$; $\rho_{ft}=1.1074$; $\Delta P_{ft}=7.1323e-07$; $\tau_{cs}=0.8086$;
 $\alpha_{cs}=0.1153$; $t=10.8354$.

- Constantes:

$A_{cs}=7.6333$; $T_{sol}=5326.85$; $\alpha_{pa}=0.98$; $U_{pb}=0.1355$; $\dot{m}_{ft}=0.0001$;

Evaluando estos valores en las primeras derivadas parciales (ecuaciones 6 a 22) se obtiene que son iguales a cero, es decir, si es un punto crítico.

Para confirmar que el punto es un máximo debe cumplir, como se mencionó anteriormente, que los determinantes en la diagonal de la matriz simétrica deben alternar sus signos (<0 y >0). Con esto, se adapta el procedimiento para diecisiete variables y se calculan los determinantes de la diagonal de la matriz:

$$\begin{pmatrix} f_{x_1x_1} & f_{x_1x_2} & f_{x_1x_3} & f_{x_1x_4} & \cdots & f_{x_1x_{14}} & f_{x_1x_{15}} & f_{x_1x_{16}} & f_{x_1x_{17}} \\ f_{x_2x_1} & f_{x_2x_2} & f_{x_2x_3} & f_{x_2x_4} & \cdots & f_{x_2x_{14}} & f_{x_2x_{15}} & f_{x_2x_{16}} & f_{x_2x_{17}} \\ f_{x_3x_1} & f_{x_3x_2} & f_{x_3x_3} & f_{x_3x_4} & \cdots & f_{x_3x_{14}} & f_{x_3x_{15}} & f_{x_3x_{16}} & f_{x_3x_{17}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ f_{x_{15}x_1} & f_{x_{15}x_2} & f_{x_{15}x_3} & f_{x_{15}x_4} & \cdots & f_{x_{15}x_{14}} & f_{x_{15}x_{15}} & f_{x_{15}x_{16}} & f_{x_{15}x_{17}} \\ f_{x_{16}x_1} & f_{x_{16}x_2} & f_{x_{16}x_3} & f_{x_{16}x_4} & \cdots & f_{x_{16}x_{14}} & f_{x_{16}x_{15}} & f_{x_{16}x_{16}} & f_{x_{16}x_{17}} \\ f_{x_{17}x_1} & f_{x_{17}x_2} & f_{x_{17}x_3} & f_{x_{17}x_4} & \cdots & f_{x_{17}x_{14}} & f_{x_{17}x_{15}} & f_{x_{17}x_{16}} & f_{x_{17}x_{17}} \end{pmatrix}_{17 \times 17}$$

Los tres primeros determinantes obtenidos en Matlab son los siguientes:

- Determinante 1x1 = -0.000075605426984287626979153174033854
- Determinante 2x2 = 0.0000000010965900902167007597754983097587
- Determinante 3x3 = -0.000000000000000054678084224411775919166125794468

Se observa que se cumple el cambio de signo que por complejidad se detiene el análisis para el determinante 4x4 y posteriores, pero se infiere que este comportamiento continuara con lo cual se puede concluir que el punto crítico es un máximo.

Bibliografía:

- 1 Cálculo de varias variables. Cuarta edición. Dennis G. Zill, Warren S. Wright. 2011. McGRAW HILL.
- 2 Calculo vectorial. Quinta edicion. Jerrold E. Marsden, Anthony J. Tromba. 2004. Person Educacion.