



# **UNIVERSIDAD DE CIENCIAS Y ARTES DE CHIAPAS**

**INSTITUTO DE CIENCIAS BÁSICAS Y APLICADA**

**CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DESARROLLO  
TECNOLÓGICO EN ENERGÍAS RENOVABLES**

## **T E S I S**

### **OPTIMIZACIÓN DE UN FLUJO EN UN MICROCANAL CON DESLIZAMIENTO Y ENFRIAMIENTO ASIMÉTRICO**

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

**MAESTRO EN MATERIALES Y SISTEMAS  
ENERGÉTICOS RENOVABLES**

**PRESENTA**

**ARACELY LÓPEZ GRIJALVA**

**DIRECTOR**

**DR. GUILLERMO R. IBÁÑEZ DUHARTE**

TUXTLA GUTIÉRREZ, CHIAPAS.

Junio 2015

Quiero expresar mi profundo agradecimiento

A mi Director de Tesis, el Doctor Guillermo R. Ibáñez Duharte por su excelente dirección en esta investigación, su profunda entereza para alcanzar cada una de las metas planteadas durante mi formación académica. Por su gran visión, guía pero sobre todo por brindarme siempre un asesoramiento y conocimiento de calidad.

Hago extensivo mi agradecimiento al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por haberme otorgado una beca para la realización de mis estudios.

Al proyecto CONACYT-AECID “Uso Integral de las fuentes renovables de energía en comunidades de alta marginación en Chiapas” por su apoyo en el financiamiento para la difusión y presentación de los resultados de esta investigación.

Al programa de apoyos económicos complementarios para estudiantes de posgrado de la UNICACH 2015-1 y 2015-2.

A mis queridos padres por enseñarme con su ejemplo que la perseverancia y el esfuerzo son el camino para lograr objetivos.

Junio 2015

## ÍNDICE GENERAL

<b>Introducción</b> .....	5
<b>Objetivos</b> .....	7
<b>Justificación</b> .....	8
<b>Capítulo 1: Fundamentos teóricos</b>	
1.1 Introducción.....	10
1.2 Termodinámica clásica.....	11
1.3 Termodinámica Irreversible Lineal.....	14
1.4 Método de Minimización de la Producción de Entropía.....	18
1.5 Conclusiones.....	18
<b>Capítulo 2: Optimización del flujo de un fluido viscoso que se mueve entre dos planos paralelos de espesor finito considerando deslizamiento y condiciones térmicas de frontera de tercer tipo</b>	
2.1 Resumen.....	20
2.2 Introducción.....	21
2.3 Problema de transporte.....	24
2.3.1 Ecuación de balance de momento. Campo de velocidad.....	24
2.3.2 Ecuación de balance de energía. Campo de temperatura.....	27
2.4 Producción local y global de entropía.....	30
2.4.1 Análisis de resultados.....	31
2.5 Transferencia de calor interna. Número de Nusselt.....	37
2.5.1 Análisis de resultados.....	37
2.6 Conclusiones.....	40

**Capítulo 3: Efectos combinados del deslizamiento y las condiciones térmicas de frontera de flujo de calor uniforme sobre la temperatura y la generación de entropía**

3.1 Resumen.....	42
3.2 Introducción.....	43
3.3 Campo de temperatura.....	44
3.4 Producción local y global de entropía.....	47
3.4.1 Análisis de resultados.....	48
3.5 Conclusiones.....	54
<b>Conclusiones y comentarios finales.....</b>	<b>55</b>
Nomenclatura.....	57
Lista de figuras.....	59
Referencias.....	60
Anexos.....	65

## INTRODUCCIÓN

En el camino hacia la sostenibilidad, la investigación aplicada tiene por retos la búsqueda de eficiencia de los sistemas energéticos y el desarrollo de tecnologías, que permitan minimizar impactos negativos sobre el ecosistema y potenciar la rentabilidad económica, todo ello sin olvidar la responsabilidad social del sistema producto. Pero al hablar de la eficiencia de los sistemas productivos no nos referimos a una medida de cantidad de energía sino a la calidad de esta, es ahí donde se tiene que trabajar con la exergía, como la cantidad de trabajo útil máximo que se puede obtener de un sistema [1], energía de calidad, es por ello que un análisis exergético del ciclo de vida en sistemas de producción de energía es una herramienta fundamental en la evaluación de la calidad de energía y tiene como objetivo buscar la reducción de la destrucción de exergía minimizando la generación de entropía, y por tanto, mejorar la eficiencia de procesos y sistemas.

Hay que resaltar que la investigación teórica y la práctica se conjugan y son inseparables, el trabajar un desarrollo teórico, elaborar un modelo matemático para simulación y optimización, garantiza que la tecnología que se obtenga como producto final producirá importantes impactos positivos durante su vida útil. Del lado contrario el no contar con un sustento teórico en la elaboración de algún dispositivo, realizar elaboración de dispositivos por default, conlleva no sólo a un dispositivo sin calidad sino a una serie de implicaciones negativas que lo vuelven cada día menos sustentable.

Es primordial invertir en investigación y a través de ella desarrollar productos y procesos que nos permitan lograr una competitividad autónoma y suficiente. La solución no está en comprar tecnología, sino en desarrollarla, esto nos permitirá crear tecnología al alcance de todos. Sin investigación es imposible avanzar, si no innovamos, sino desarrollamos nuevas tecnologías que lleguen a todos los extractos sociales y no sólo se quede en manos de unos cuantos. Por ello es realmente importante y vale la pena reflexionar si en nuestro campo de acción estamos contribuyendo a dicho desarrollo. Particularmente, en nuestro trabajo de investigación tomamos en cuenta todos estos elementos y se optimizan los sistemas, tanto desde el punto de vista de parámetros técnicos a alcanzar, como del costo de materiales a emplear. Esto permite que un mayor número de personas que no cuenten con recursos económicos puedan tener acceso a dicha tecnología.

Hacer un uso eficiente de la energía, a través de un diseño adecuado potencializa el desarrollo y trae beneficios. La eficiencia energética sustentable nos ofrece la posibilidad de alcanzar beneficios financieros, medioambientales y relacionados con la salud.

No está demás señalar que un producto eficientemente energético es más confiable, manifiesta mayor vida útil, menores riesgos de fallas y por ende menor frecuencia de mantenimiento, y un ahorro derivado de este. Esto se engloba dentro de un ahorro en términos de conservación de energía y costos operacionales. Estamos también generando la posibilidad de realizar proyecciones para eventos futuros y por tanto contamos con información adecuada de diseño.

En la investigación de sistemas energéticos no sólo se busca validar modelos matemáticos para productos eficientes sino de eficiencia Premium, es decir una eficiencia exergética o de Segunda Ley de la Termodinámica. El trabajar con un respaldo y comprobación de un modelo matemático permite dar validez a la teoría, comprobar un sustento teórico basado en la realidad. Un modelo matemático nos da la base para predecir que material usar, perdurabilidad, eficiencia a través del tiempo y nos lleva a una adecuada toma de decisiones.

Nuestro propósito en este trabajo es por una parte describir una metodología de optimización de procesos y dispositivos basada en la termodinámica de los procesos irreversibles y por otra proporcionar ejemplos de aplicación de esta metodología en los que hemos trabajado y que nos ha permitido concluir la importancia del enfriamiento convectivo asimétrico para dicha optimización.

El trabajo está organizado como sigue. Primeramente, en el capítulo I, se presenta una somera revisión de los conceptos y aspectos más importantes de la termodinámica clásica incluyendo la formulación en postulados y también la usual de las cuatro leyes. A continuación se muestra algo similar con la termodinámica de los procesos irreversibles y luego se describe la metodología de optimización energética basada en la minimización de la producción de entropía. Posteriormente, se ilustra la aplicación de la metodología con el análisis de la transferencia de calor conjugada y optimización de un fluido viscoso que se mueve entre dos planos paralelos de un microcanal considerando deslizamiento del fluido en las paredes. Se exploran dos tipos diferentes de condiciones de frontera térmicas. En el capítulo II se utilizan condiciones de frontera térmicas de tercer tipo mientras que en el

capítulo III se utilizan condiciones de frontera de flujo de calor uniforme a través de las paredes del microcanal. Esto permite generalizar nuestra investigación ya que se pueden abarcar todos los posibles tipos de condiciones de fronteras térmicas que existen, es decir, condiciones de frontera de temperatura constante (se obtiene aplicando el límite cuando el número de Biot tiende a infinito a nuestra solución del capítulo II), de aislamiento térmico (se obtiene aplicando el límite cuando el número de Biot tiende a cero a nuestra solución del capítulo II), de flujo de calor constante y de convección. El trabajo se cierra con algunos comentarios finales.

### **OBJETIVO GENERAL**

Optimizar los procesos de transferencia de calor en un sistema en el cual existe un fluido viscoso moviéndose entre dos planos paralelos de un microcanal basado en la producción de entropía y considerando deslizamiento en las paredes y enfriamiento asimétrico por convección.

### **OBJETIVOS PARTICULARES**

- Obtener el comportamiento dinámico y térmico del sistema, es decir, el campo de velocidad del fluido y los campos de temperatura del fluido y las paredes del microcanal.
- Calcular la función producción de Entropía Local y Global del sistema en función de todos los parámetros relevantes del problema.
- Determinar condiciones óptimas de operación con mínima producción de entropía.

## **JUSTIFICACIÓN**

El trabajo permitirá obtener para el sistema de transferencia y conversión de energía que se analiza condiciones óptimas de operación en las cuales las pérdidas de energía no utilizable serán mínimas y en tal sentido permitirá disminuir la energía que es necesario suministrar para lograr en el sistema la transferencia de calor y flujo deseados. Esto constituye un ahorro de energía y un incremento en la eficiencia de Segunda Ley y Energética del sistema.

*Toda la disipación de energía en un sistema donde se mueve un fluido debe ser considerada en el suministro de la cantidad de energía de entrada requerida para lograr el flujo de masa a través del ducto, y por tanto, si estas disipaciones de energía se minimizan menor será la cantidad de energía de entrada requerida para lograr el mismo flujo de masa.*



# Capítulo 1

# FUNDAMENTOS TEÓRICOS

## 1.1. INTRODUCCIÓN

La termodinámica es la rama de las ciencias físicas que estudia los diversos fenómenos de conversión y transferencia de la energía, especialmente las leyes de transformación del calor en otras formas de energía, y viceversa. Ejemplos de tales transformaciones cotidianas son los procesos de conversión del calor en electricidad (en la generación termodinámica de energía eléctrica), de trabajo eléctrico en efecto de enfriamiento (en el acondicionamiento de aire), de trabajo en energía cinética (en la transportación automotriz), etc.

Una respuesta breve y simple es que su objeto de estudio son los sistemas macroscópicos clásicos y los estados de equilibrio de éstos, es decir aquellos estados en los que las magnitudes termodinámicas del sistema no dependen del tiempo [2]. Y aunque sabemos que todo sistema físico está constituido por átomos o moléculas, para abundar en esta cuestión recurriremos a las siguientes aseveraciones (que provienen de una traducción libre de párrafos tomados del libro de Callen citado en la bibliografía [3]):

- La termodinámica es una disciplina que se encarga del estudio de las consecuencias macroscópicas de miríadas de coordenadas atómicas las cuales, gracias al promedio estadístico, no aparecen explícitamente en la descripción macroscópica de un sistema.
- El problema básico de la termodinámica es la determinación del estado de equilibrio que finalmente resulta de la remoción de constricciones internas en un sistema cerrado compuesto.

El primer principio de la termodinámica establece que la energía interna puede aumentar porque se realice trabajo sobre el sistema o porque se introduzca calor en él. Desde este punto de vista calor y trabajo son equivalentes. Sin embargo, la experiencia diaria nos muestra que no es así, sino que existe una diferencia esencial entre ambos mecanismos de transferencia de energía. Podemos transformar todo el trabajo en calor, pero no podemos transformar todo el calor en trabajo. Igualmente, la experiencia nos muestra que existe una dirección en la que ocurren los fenómenos. Por ejemplo, sabemos que el calor va de los

cuerpos calientes a los fríos y no al revés y que un gas tiende a expandirse ocupando todo el volumen posible, y no a contraerse. Este sentido de evolución de los sistemas no está contenido en el primer principio de la termodinámica, sino que requiere un principio adicional, conocido como Segundo Principio de la Termodinámica.

En lo que se expone a continuación, primeramente se aborda los conceptos y definiciones básicas relacionadas con la termodinámica clásica, luego se describe la teoría de la Termodinámica Irreversible Lineal con sus cuatro postulados y se muestran las ecuaciones de balance de masa, momento y energía que se cumplen para un sistema en el cual existe un fluido en movimiento, y finalmente se explica en qué consiste el método de minimización de la Producción de Entropía y como haciendo uso de dicho método se pueden optimizar los procesos y/o sistemas utilizando como criterio de optimización mínima generación de entropía o mínima destrucción de exergía.

## 1.2. TERMODINÁMICA CLÁSICA

Como marco teórico, es posible formular a la termodinámica clásica de diferentes maneras. Una de ellas, particularmente elegante desde el punto de vista matemático, consiste en partir de los siguientes cuatro postulados [4]:

1. Existen estados particulares de un sistema (llamados estados de equilibrio) que macroscópicamente están caracterizados al especificar la energía interna  $E$  y un conjunto de variables extensivas  $X_1, X_2, \dots, X_t$ .
2. Existe una función (llamada la entropía  $S$ ) de los parámetros extensivos, definida para todos los estados de equilibrio, con la siguiente propiedad: los valores que toman los parámetros extensivos en ausencia de constricciones son aquéllos que maximizan la entropía sobre la variedad de estados de equilibrio constreñidos.
3. La entropía de un sistema compuesto es aditiva (es la suma de la entropía de los subsistemas que lo constituyen; por lo tanto la entropía de cada subsistema es una función homogénea de primer orden de los parámetros extensivos). La entropía es continua y diferenciable y una función monótona decreciente de la energía.

4. La entropía de cualquier sistema se anula en el estado para el que  $T = \left( \frac{\partial E}{\partial S} \right)_{X_1, X_2, \dots} = 0$

Dentro de este marco, es necesario contar con la ecuación denominada fundamental que proporciona la relación entre la energía interna  $E$  y la entropía y los demás parámetros extensivos, es decir  $E = E(S, X_1, X_2, \dots, X_t)$  o, equivalentemente, la ecuación  $TdS$  correspondiente.

$$dE = TdS + \sum_{k=1}^t P_k dX_k \quad \text{Ec. (1.1)}$$

siendo  $T$  la temperatura y  $P_k$  el conjunto de los parámetros intensivos o ecuaciones de estado correspondientes. De las condiciones involucradas en los postulados y de la ecuación fundamental se siguen también la llamada relación de Euler  $E = TS + \sum_{k=1}^t P_k dX_k$  y la ecuación de Gibbs-Duhem  $SdT + \sum_{k=1}^t X_k dP_k = 0$ . Para ilustrar lo anterior, tomemos el ejemplo de una mezcla fluida de  $t$  componentes. En este caso es necesario conocer  $E = E(S, V, N_1, N_2, \dots, N_t)$  (siendo  $V$  el volumen y  $N_i$  el número de moles de la especie  $i$ ) mientras que los parámetros intensivos son, además de la temperatura  $T = \left( \frac{\partial E}{\partial S} \right)_{V, N_1, N_2, \dots, N_t} = 0$ , la presión

$P = \left( \frac{\partial E}{\partial V} \right)_{S, N_1, N_2, \dots, N_t} = 0$  y los potenciales químicos  $\mu_i = \left( \frac{\partial E}{\partial N_i} \right)_{S, V, N_j \neq N_i} = 0$  correspondientes a cada

especie  $i$ .

Evidentemente una forma posible de determinar  $E(S, X_1, X_2, \dots, X_t)$  es conociendo todas las ecuaciones de estado. También es conveniente apuntar que la ecuación fundamental puede ser asimismo expresada como  $S = S(E, X_1, X_2, \dots, X_t)$  y que una vez determinada esta relación es posible calcular todas las propiedades termodinámicas del sistema en cuestión.

Antes de cerrar esta sección y con la finalidad de proporcionar una perspectiva un poco más amplia del tema (aún siendo conscientes de que hemos omitido referirnos a cuestiones importantes como las relaciones de Maxwell, los potenciales termodinámicos o el tratamiento de las transiciones de fase y los fenómenos críticos), a continuación incluiremos los enunciados y consecuencias más relevantes de las leyes de la termodinámica como se suelen presentar en los cursos universitarios elementales [5]:

1. Ley Cero. Para un sistema en equilibrio (aquél para el que como se indicó sus variables características no dependen del tiempo) existe una variable  $\theta$ , la temperatura, que es una función uniforme de las variables independientes. Para el caso de un fluido simple, por ejemplo,  $\theta = \theta(P, V)$  y, en la escala del gas ideal  $\theta \equiv T$ . Esto permite caracterizar el equilibrio termodinámico entre sistemas y la utilización de termómetros.
2. Primera Ley. Esta ley enuncia la conservación de la energía e introduce la energía interna  $E$  como función de estado. (En el caso del fluido simple, por ejemplo,  $E \equiv E(P, V)$ ). Así, si los subíndices  $i$  y  $f$  denotan los estados de equilibrio inicial y final de un sistema, respectivamente y  $E_i$  y  $E_f$  las energías internas correspondientes a los mismos,  $\Delta E \equiv E_f - E_i = W + Q$  donde  $Q$  representa la energía absorbida o cedida por el sistema en forma de calor (energía no mecánica) y  $W$  es el trabajo que los alrededores reciben del sistema o ceden al mismo cuando el sistema pasa del estado de equilibrio  $i$  al estado de equilibrio  $f$ . Si el proceso es adiabático, es decir sin intercambio de calor,  $\Delta E = W_{ad}$ , siendo  $W_{ad}$  el trabajo adiabático total transferido entre el sistema y sus alrededores, lo que proporciona una forma operacional de determinar numéricamente la energía interna de un sistema.
3. Segunda Ley. Introduce la entropía  $S$  como función de estado e indica cuándo y en qué condiciones puede ocurrir un proceso dado en un sistema. Permite interpretar a la entropía como una medida del grado de restricción presente en el sistema. Denotando por el subíndice  $0$  uno de los estados de equilibrio arbitrariamente seleccionado de un sistema como estado estándar, la entropía de otro estado de equilibrio cualquiera  $A$  del sistema con respecto al estándar está dada por  $S_A = \int_0^A \frac{dQ_{rev}}{T}$  siendo  $dQ_{rev}$  el calor cedido o absorbido por los alrededores en una porción infinitesimal de una trayectoria reversible (esto es cuasiestática y que solamente pasa por estados de equilibrio) cualquiera que vaya de  $0$  a  $A$  y la prima indica que se trata de una diferencial inexacta. Así pues, para cualquier trayectoria que vaya de un estado de equilibrio  $A$ , a otro estado de equilibrio  $B$  del mismo sistema,  $\int_A^B \frac{dQ}{T} \leq S_B - S_A$  dándose la igualdad únicamente cuando la trayectoria es

reversible. Es claro que en todo proceso reversible entre  $A$  y  $B$  la trayectoria es tal que el sistema no tiene acceso a estados de entropía mayor con lo que  $\Delta S = 0$ . Por el contrario, se dice que el proceso es irreversible si lleva asociado un aumento en la entropía y para invertirlo es necesario que ocurra un incremento de entropía en algún sistema acoplado al primero. Una consecuencia inmediata de todo esto es que en un sistema cerrado y aislado la entropía nunca puede disminuir mientras que si el sistema es cerrado pero no está aislado, todo proceso que ocurra en él debe ser tal que la entropía del universo no disminuya.

4. Tercera Ley. Se trata del postulado de Nernst-Simon que indica que el límite del cambio de la entropía para un sistema termodinámico en cualquier proceso reversible e isotérmico entre estados de equilibrio, tiende a cero cuando  $T \rightarrow 0^\circ K$  y se introdujo para explicar efectos observados experimentalmente a bajas temperaturas.

### 1.3. TERMODINÁMICA IRREVERSIBLE LINEAL

Cuando se describen y estudian los estados fuera de equilibrio y procesos que ocurren en un sistema macroscópico dado, un problema fundamental radica en la elección y el número de variables que es necesario considerar [6-8]. Una idea natural es la de usar las mismas variables que se emplean para describir los estados de equilibrio. Así pues, hay dos hipótesis que subyacen en el marco teórico de la termodinámica de procesos irreversibles: Por un lado, para cada posición  $r$  (concebida como representativa de un elemento de volumen lo suficientemente pequeño desde el punto de vista macroscópico de forma que se le pueda considerar puntual), y tiempo  $t$  se supone que es posible definir unívocamente los parámetros termodinámicos [7]. La otra hipótesis, llamada de *equilibrio local*, consiste en suponer que fuera de equilibrio las variables termodinámicas guardan la misma relación funcional entre sí que cuando el sistema está en equilibrio. En particular, esta suposición implica la validez local (en tiempo y espacio) de la relación de Gibbs. De igual forma, también implica que el cambio de la entropía local por unidad de volumen y unidad de tiempo es igual al flujo de entropía por unidad de área y unidad de tiempo más la

producción de entropía por unidad de tiempo. De acuerdo con la segunda ley de la termodinámica, se supone que esta producción de entropía local es no negativa.

Las fuerzas que se requieren para llevar a un sistema fuera de equilibrio termodinámico están relacionadas en general con las variaciones espaciales o temporales de las variables termodinámicas. Cuando el sistema intenta de manera natural regresar a un estado de equilibrio, su respuesta a dichas fuerzas se traduce en flujos apropiados que intentan contrarrestar el efecto producido por las fuerzas. Al emplear las ecuaciones correspondientes de evolución de las variables conservadas en el sistema, se encuentra que la producción de entropía es una suma de productos de flujos por fuerzas termodinámicas. Como primera aproximación, se puede suponer razonablemente que las fuerzas (sean éstas gradientes o derivadas temporales) y los flujos están linealmente relacionados. Los coeficientes (fenomenológicos) de acoplamiento correspondientes son los llamados coeficientes de transporte. Un teorema debido a Curie indica que es posible tener también acoplamientos entre todos los flujos y fuerzas de la misma naturaleza tensorial. De hecho, dentro de ciertos límites, las dos consideraciones anteriores han sido ampliamente soportadas por resultados experimentales. Una suposición adicional, que descansa en la hipótesis de regresión de fluctuaciones de Onsager y en el principio de reversibilidad microscópica de la mecánica estadística pero que también ha sido confirmada experimentalmente, es que los coeficientes fenomenológicos asociados con acoplamientos de efectos cruzados de fuerzas termodinámicas con flujos de la misma naturaleza tensorial son iguales. Esto último se conoce como las relaciones de reciprocidad de Onsager [7]. Todas las suposiciones anteriores, junto con el requisito de que la producción de entropía sea no negativa, imponen restricciones en el signo de los coeficientes de transporte.

Para ilustrar el marco teórico anterior, considérese una mezcla multicomponente de  $N$  fluidos químicamente inertes. Las ecuaciones de balance para las cantidades conservadas en este sistema (masa, cantidad de movimiento y energía) están dadas por:

$$\frac{d\rho_i}{dt} + \nabla \cdot \mathbf{J}_i = -\rho_i \nabla \cdot \mathbf{u} \quad \text{Ec. (1.2)}$$

$$\rho \frac{d\mathbf{u}}{dt} + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}^v = -\nabla p + \sum_{k=1}^N \rho_k \mathbf{F}_k^{ex} \quad \text{Ec. (1.3)}$$

$$\rho \frac{de}{dt} = -\nabla \cdot \mathbf{J}_q - p \nabla \cdot \mathbf{u} - \boldsymbol{\tau}^v : \nabla \mathbf{u} + \sum_{k=1}^N \mathbf{J}_k \cdot \mathbf{F}_k^{ex} \quad \text{Ec. (1.4)}$$

En las ecuaciones anteriores,  $\rho_i$  es la densidad de la especie  $i$ ,  $\mathbf{J}_i$  es el flujo de masa de la especie  $i$ ,  $\mathbf{u}$  la velocidad hidrodinámica,  $\rho \equiv \sum_{i=1}^N \rho_i$  es la densidad total,  $\tau^V = \tau \mathbf{1} + \tau'$  es el tensor de esfuerzos viscosos ( $\tau$  es su traza,  $\tau \mathbf{1}$  el tensor unidad y  $\tau'$  la parte sin traza),  $p$  es la presión (local),  $F_i^{ex}$  es la fuerza externa actuando sobre la especie  $i$ ,  $e$  es la densidad de energía interna,  $\mathbf{J}_q$  el flujo de calor y  $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla$  representa la llamada derivada material.

Debido a que  $\sum_{i=1}^N \mathbf{J}_i = 0$ , la ecuación de continuidad usual se sigue inmediatamente de la Ec. (1.2).

La descripción termodinámica se completa con la relación local de Gibbs que en este caso es [6,7].

$$T \frac{ds}{dt} = \frac{de}{dt} - \frac{p}{\rho^2} \frac{d\rho}{dt} - \sum_{i=1}^N \mu_i \frac{dc_i}{dt} \quad \text{Ec. (1.5)}$$

donde  $s$  es la densidad de entropía y  $\mu_i$  y  $c_i = \rho_i / \rho$  son el potencial químico local y la concentración de la especie  $i$ , respectivamente. La evolución temporal de la densidad de entropía dada por la Ec. (1.5) está íntimamente relacionada con las ecuaciones de balance, Ecs. (1.2)-(1.4). Adicionalmente, si se reescribe en la forma de una ecuación de balance, de la relación de Gibbs se sigue que el flujo de entropía  $\mathbf{J}_s$  está dado por:

$$\mathbf{J}_s = \frac{1}{T} \left( \mathbf{J}_q - \sum_{k=1}^N \mu_k \mathbf{J}_k \right), \quad \text{Ec. (1.6)}$$

mientras que la producción de entropía  $\sigma$  es [6]:

$$\sigma = -\frac{1}{T^2} \mathbf{J}_q \cdot \nabla T - \frac{1}{T} \sum_{k=1}^N \mathbf{J}_k \cdot \left( T \nabla \frac{\mu_k}{T} - \mathbf{F}_k^{ex} \right) - \frac{1}{T} \tau \nabla \cdot \mathbf{u} - \frac{1}{T} \tau' : \nabla \mathbf{u} \quad \text{Ec. (1.7)}$$

Las Ecs. (1.2)-(1.7) no constituyen un conjunto cerrado a menos que se pueda expresar a la presión  $p$ , los potenciales químicos  $\mu_i$  y los flujos disipativos  $\mathbf{J}_i$ ,  $\tau$ ,  $\tau'$  y  $\mathbf{J}_q$  en función de  $\rho_i$ ,  $\mathbf{u}$  y  $e$ . Con ayuda de la hipótesis de equilibrio local, se puede eliminar  $p$ ,  $\mu_i$  y  $e$ , y escribir todo en términos de  $\rho$ , las  $N-1$  concentraciones  $c_1, c_2 \dots c_{N-1}$  y la temperatura  $T$



usando las relaciones usuales de la termodinámica clásica. Por otra parte, la suposición de las leyes lineales y el teorema de Curie llevan en este caso a:

$$\boldsymbol{\tau} = -\xi \nabla \cdot \mathbf{u}, \quad \text{Ec. (1.8)}$$

$$\mathbf{J}_i = -\sum_{k=1}^{N-1} L_{ik} \left( T \nabla \frac{\mu_k}{T} - \mathbf{F}_k^{ex} \right) - L_{iq}^T \nabla T, \quad \text{Ec. (1.9)}$$

$$\mathbf{J}_q = -\lambda \nabla T - \sum_{k=1}^N L_{qk} \left( T \nabla \frac{\mu_k}{T} - \mathbf{F}_k^{ex} \right) \quad \text{Ec. (1.10)}$$

$$\tau' = -2\eta \left[ \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T) - \frac{1}{3} \nabla \cdot \mathbf{u} \mathbf{1} \right] \quad \text{Ec. (1.11)}$$

donde  $\xi$  es la viscosidad volumétrica, los coeficientes  $L_{ik}$  están relacionados con los coeficientes de difusión, los coeficientes  $L_{iq}^T$  están relacionados con coeficientes generalizados de Soret,  $\lambda$  es la conductividad térmica, los coeficientes  $L_{qk}$  están relacionados con coeficientes generalizados de Dufour y  $\eta$  es la viscosidad cortante. Nótese que el requisito de que  $\sigma$  sea semipositiva definida significa que  $\xi$ ,  $\lambda$  y  $\eta$  son positivos,  $L_{ik} = L_{ki}$  mientras que las relaciones de reciprocidad de Onsager implican que  $L_{qi} = L_{iq}^T$ . Nótese también que, aunque se pueden tomar otras (quizás incluso más convenientes) elecciones para fuerzas y flujos dependiendo del problema físico que se desee abordar, la producción de entropía debe permanecer invariante independientemente de cual sea la elección realizada. Cuando se sustituyen las leyes lineales, Ecs. (1.8)-(1.11), en las Ecs. (1.2)-(1.4) se obtienen las ecuaciones de Navier-Stokes para la mezcla multicomponente de fluidos inertes. Su forma explícita no es importante para nuestros propósitos y por lo tanto será omitida. Baste señalar que desde el punto de vista matemático, dichas ecuaciones son ecuaciones diferenciales en derivadas parciales de tipo parabólico, de forma que los procesos irreversibles se describen como fenómenos difusivos. Su aplicación a problemas particulares involucra la especificación de condiciones iniciales y de contorno para  $\rho$ ,  $c_i$ ,  $\mathbf{u}$  y  $T$ , y la disponibilidad de valores o expresiones para todos los coeficientes de transporte. Estos últimos pueden provenir de determinaciones experimentales o, en algunos casos, de los resultados de un enfoque microscópico.

## **1.4. MÉTODO DE MINIMIZACIÓN DE LA PRODUCCIÓN DE ENTROPÍA**

En esencia, la metodología de la minimización de la producción de entropía para optimizar procesos o dispositivos, combina desde el inicio las leyes de la termodinámica clásica con los principios de fenómenos de transporte englobados en la termodinámica de los procesos irreversibles (por ejemplo aquéllos relativos a la transferencia de calor y la mecánica de fluidos) para construir modelos simples [9-11]. En estos modelos se expresa a la producción de entropía como función de los parámetros físicos (geometría, tamaño, materiales) del proceso o dispositivo para finalmente proceder a su minimización.

Puesto de esta manera, el procedimiento a seguir no parece ser en principio complicado. Sin embargo, la obtención de la producción de entropía en términos de las cantidades relevantes involucra la resolución de las ecuaciones de transporte asociadas (generalmente ecuaciones diferenciales en derivadas parciales) y es ésta la etapa difícil. Más aún, no en todos los casos es posible obtener un mínimo diferente del trivial. De todas formas, del estudio de problemas utilizando este método ha sido posible extraer resultados interesantes y actualmente representa una herramienta indispensable en ingeniería.

## **1.5. CONCLUSIONES**

En este capítulo se brindan los fundamentos teóricos en los cuales se basa el Método de Minimización de la Producción de Entropía, se muestra que el método se sustenta científicamente en la conocida teoría de la Termodinámica Irreversible Lineal y que para su aplicación es necesario primeramente obtener los comportamientos dinámico y térmico de los sistemas y/o procesos que se desean optimizar. Luego partiendo de estos comportamientos se puede llegar a una expresión explícita para la función entropía y de alguna manera minimizar dicha cantidad en función de parámetros de diseño y propiedades físicas de materiales relevantes del sistema que se analiza. En lo que sigue describiremos los problemas que nosotros hemos abordado con dicha herramienta y que nos permitirán ilustrar algunas de las bondades de este enfoque.

# Capítulo 2

# **OPTIMIZACIÓN DEL FLUJO DE UN FLUIDO VISCOSO QUE SE MUEVE ENTRE DOS PLANOS PARALELOS DE ESPESOR FINITO CONSIDERANDO DESLIZAMIENTO Y CONDICIONES TÉRMICAS DE FRONTERA DE TERCER TIPO**

## **2.1 RESUMEN**

Se analizan los efectos del flujo de deslizamiento sobre la transferencia de calor y la producción de entropía en un sistema formado por un fluido que se mueve a través de un microcanal de paredes de espesor finito considerando el problema de transferencia de calor conjugado. Las ecuaciones de transferencia de calor en el fluido y las paredes de espesor finito del microcanal se resuelven analíticamente usando condiciones térmicas de frontera de tercer tipo en las superficies exteriores de las paredes y continuidad de temperatura y flujo de calor en las interfaces fluido-pared. Después que las soluciones analíticas para la velocidad del fluido y campos de temperatura en el fluido y paredes del microcanal son obtenidas, se calcula e investiga la producción de entropía en detalle considerando el flujo de deslizamiento y efectos convectivos, simultáneamente. Los resultados muestran que la producción de entropía global del sistema es minimizada para cierta combinación adecuada de los parámetros geométricos y físicos del sistema. Es posible encontrar una velocidad de deslizamiento óptima que conduce a una mínima producción de entropía global. Además, con el objetivo de evaluar la transferencia de calor interna del sistema, se calcula el número adimensional de Nusselt para diferentes condiciones de operación. Se obtiene un valor óptimo de la longitud de deslizamiento que maximiza la transferencia de calor.

## 2.2 INTRODUCCIÓN

El rendimiento de los dispositivos térmicos es siempre afectado por pérdidas irreversibles que conducen a un incremento de Entropía y reducen su eficiencia. Por lo tanto, en los problemas de optimización relacionados con el uso de la energía y con el diseño de muchos dispositivos ingenieriles tradicionales de transferencia de calor, es necesario evaluar la generación de entropía o destrucción de exergía debido a transferencia de calor y fricción viscosa como una función de variables de diseño seleccionadas para el análisis de optimización. Una gran variedad de sistemas de flujo de fluidos han sido analizados y optimizados usando el Método de Minimización de Producción de Entropía (MMPE). Este método originalmente formulado por Bejan [12,13], ya ha sido aplicado a intercambiadores de calor [14], flujos de dos fases [15], celdas de combustible [16-18], flujos magnetohidrodinámicos (MHD) sometidos a disipación óhmica [19,23], problemas de transferencia de calor con temperatura dependiente de fuentes de calor [24], casos donde existe conductividad térmica no uniforme [25], flujos con temperatura dependiente de la viscosidad del fluido [26,27], flujos de convección natural [28-30], así como también en nanofluidos entre cilindros que rotan con flujo de calor constante en las paredes [31].

Es conveniente señalar que una revisión de la literatura muestra que otro procedimiento de optimización usando técnicas de optimización multiobjetivo ha sido investigado para evaluar no sólo la producción de entropía sino también otras funciones, simultáneamente. En particular, Ahmadi et al. [32] usaron un algoritmo genético multiobjetivo para minimizar la producción de entropía y el costo total anual en un intercambiador de calor de aletas planas con flujo cruzado, simultáneamente. Más recientemente, Guo et al. [33] introdujeron una nueva teoría de optimización tomada como criterio de optimización alternativo en procesos de transferencia de calor, conocida como Entransy. Basado en esta teoría varios trabajos recientes han sido reportados en la literatura [34-37]. Los resultados indican que cuando el objetivo de un intercambiador de calor es lograr un calentamiento o un enfriamiento de algún medio, la irreversibilidad debería ser determinada utilizando la teoría de Entransy, mientras que para procesos de transferencia donde el objetivo sea la conversión calor-trabajo, la irreversibilidad debería ser descrita por la producción de entropía. Por ejemplo Cheng et al. [36] compararon el Principio de Generación de Mínima Entropía y el Principio de Disipación Entransy, y analizaron sus implicaciones físicas y

aplicabilidad en la optimización de procesos donde está presente la convección de calor. Su análisis indica que el Principio de Disipación Entropía es más adecuado para maximizar el rendimiento de transferencia de calor, mientras que el principio de producción de mínima entropía es más adecuado para maximizar la conversión de calor en trabajo. En el presente trabajo nosotros aplicamos el MMPE para minimizar la producción de Entropía en microcanales de placas paralelas.

En años recientes, los microfluidos han llegado a ser un área atractiva de investigación. Los estudios de la transferencia de calor y el flujo de fluidos a microescala son de gran importancia por su aplicación en intercambiadores de calor de dimensiones muy pequeñas. Particularmente, el estudio del flujo de fluido por convección forzada en régimen laminar y estacionario a través de placas paralelas en un microcanal tiene muchas aplicaciones significativas en ingeniería. Comenzando desde el diseño de sistemas de enfriamiento para dispositivos electrónicos hasta diferentes sistemas electromecánicos a escala microscópica tales como micro bombas y micro turbinas, este tipo de geometría puede ser observada. La reducción de la producción de entropía en el movimiento de un fluido a través de microcanales puede tener un impacto beneficioso en la potencia de entrada necesaria para lograr, tanto el intercambio de calor, como las tasas de flujo de masa deseado. Estudios anteriores, teóricos y experimentales, han identificado la importancia de la producción de entropía en diseños óptimos de dispositivos de microfluidos. En particular, algunos trabajos recientes han abordado el análisis de producción de entropía en microcanales considerando principalmente los efectos de irreversibilidades viscosa y térmica [38-44]. A su vez, procesos disipativos que surgen en un flujo de microcanal sometidos a interacciones electromagnéticas han sido analizados en las referencias [45-50]. Aunque la producción de entropía es calculada en estos dispositivos de microfluidos, condiciones de frontera de “no deslizamiento” son consideradas para el campo de velocidad.

En algunas aplicaciones de microfluidos y nanofluidos donde la proporción de superficie a volumen es grande las condiciones de deslizamiento en el fluido son más típicas y la condición de frontera de deslizamiento es usada para determinar el campo de velocidad [51-55]. El grado de deslizamiento es normalmente cuantificado a través de la longitud de deslizamiento, definida como la distancia del líquido a la superficie dentro de la fase sólida donde la velocidad del flujo extrapolado es cero [53]. En flujos líquidos, la longitud de

deslizamiento puede ser afectada por muchos parámetros físico-químicos que incluyen humedad, rugosidad de superficie, impurezas, razón de esfuerzo, presión, temperatura, entre muchos otros. El análisis de la producción de entropía a microescala con la inclusión de la velocidad de deslizamiento es reportado por varios autores. Ogedengbe et al. [56] investigaron los mecanismos de la velocidad de deslizamiento cercano a la pared y sus efectos en la conversión de energía que ocurre en microcanales a través de los cuales circula un fluido. Ellos encontraron que diferentes parámetros de diseño (tales como presión de operación y geometría de canal) pueden ser modificados para reducir la producción de entropía en microcanales por los que se mueve un gas. En otro trabajo [57], ellos realizaron un estudio numérico de los efectos de irreversibilidad del flujo de deslizamiento en un microcanal calentado a contraflujo. Los efectos de la perturbación del tamaño del canal, del número de Reynolds y de las razones de presión en la destrucción de exergía son presentados. Hooman [58] estudió la producción de entropía para el caso de convección forzada en sistemas microelectromecánicos en régimen de flujo de deslizamiento. Él analizó dos diferentes secciones transversales: i) microductos (compuestos de dos placas paralelas) y ii) microtubos, encontró que el número adimensional de producción de entropía ( $N_s$ ) siempre decrece con el número de Knudsen ( $Kn$ ). Yazdi et al. [59] analizaron la producción de entropía en un flujo líquido externo sobre una superficie de microcanales paralelos que contiene incrustaciones. Los resultados mostraron que la producción de entropía siempre decrece con el incremento de la longitud de deslizamiento.

En la presente contribución, el objetivo principal es explorar los efectos de la condición del flujo de deslizamiento tanto en la transferencia de calor como en la producción de entropía, y mostrar la existencia de valores óptimos de esta cantidad consistentes con mínima producción de entropía y máxima transferencia de calor en el comportamiento térmico de un fluido viscoso en un microcanal de paredes paralelas. El problema de transferencia de calor conjugado en el fluido y las paredes de espesor finito del microcanal es resuelto analíticamente, y la transferencia de calor por convección es considerada asumiendo flujo térmico completamente desarrollado. Soluciones analíticas exactas son presentadas para los campos de velocidad y temperatura del fluido y de temperatura de las paredes sólidas. Se observa que la solución que se presenta se reduce a nuestros resultados previos [60]

tomando el parámetro de deslizamiento iguala a cero lo cual proporciona una comprobación matemática útil. Además, se explora el comportamiento del número local de Nusselt y un valor óptimo de longitud de deslizamiento que maximiza la transferencia de calor es obtenido. Lo anterior muestra que las contribuciones fundamentales de este trabajo son:

- a) La producción de entropía es determinada del problema de transferencia de calor conjugado considerando deslizamiento del fluido y efectos de transferencia de calor convectivos, simultáneamente.
- b) Los parámetros de diseño relevantes del sistema son optimizados minimizando la producción global de entropía. Particularmente, un valor óptimo de longitud de deslizamiento que minimiza la producción de entropía es encontrado.
- c) Un valor óptimo de longitud de deslizamiento que maximiza la transferencia de calor es obtenido.
- d) Los efectos del flujo de deslizamiento en los valores óptimos de otros parámetros son analizados.

En las siguientes secciones, el problema es formulado, analizado, resuelto y discutido. La sección 2 consiste en el análisis del problema de transporte que contiene las ecuaciones de balance de energía y momento y sus soluciones. La sección 3 contiene la determinación de la producción de entropía y el número de Nusselt, así como la representación grafica de los resultados y su discusión. La sección 4 contiene las conclusiones finales.

## **2.3 PROBLEMA DE TRANSPORTE**

### **2.3.1 Ecuación de balance de momento. Campo de velocidad**

Se considera el flujo estacionario completamente desarrollado de un fluido viscoso en un microcanal de pared paralela de espesor finito en presencia de un gradiente longitudinal de presión constante  $dp/dx'$ . La pared superior está localizada en  $y' = a$  y la pared inferior en  $y' = -a$ ,  $y'$ , denotando la coordenada transversal (ver Fig.2.1). También se asume que las propiedades físicas del fluido son constantes y que el fluido es incomprensible y monocomponente, de modo que el fenómeno de difusión de masa es despreciado. En las interfases pared-fluido, se aplica la condición de deslizamiento en la velocidad. Con todas estas consideraciones, la ecuación de momento que se resuelve es:



$$0 = \frac{dp}{dx'} + \eta \frac{d^2 u'}{dy'^2} \quad (2.1)$$

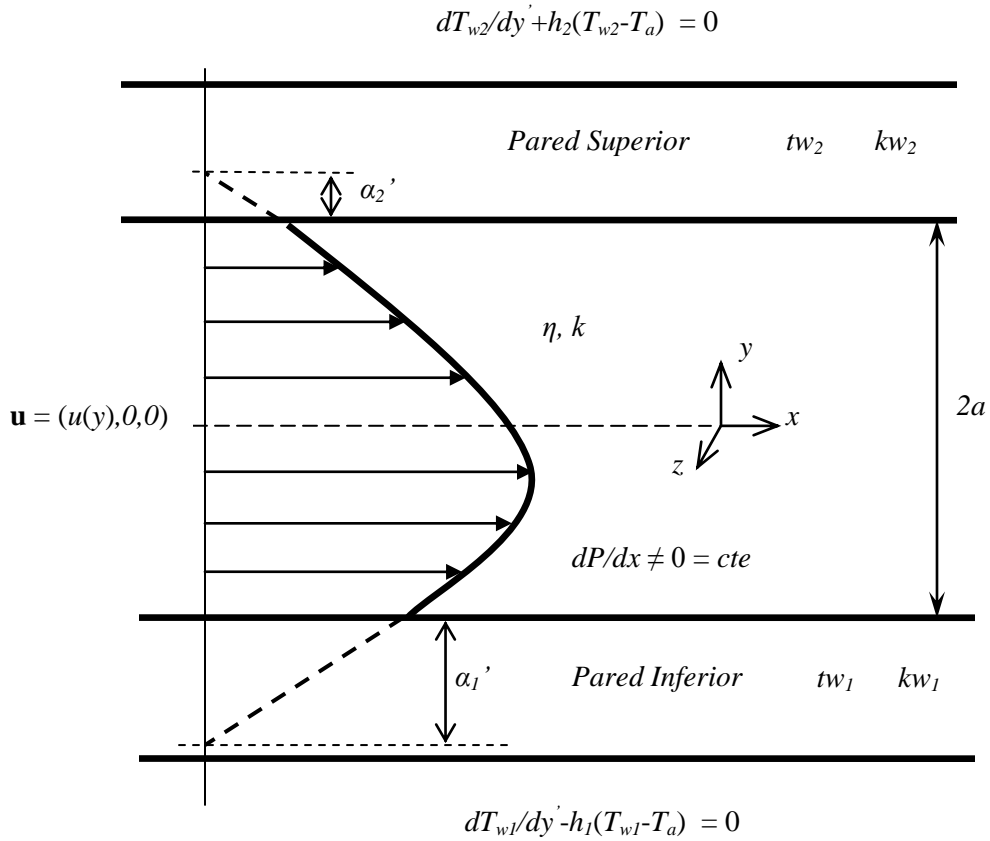


Fig.2.1. Diagrama del sistema

Nos permite asumir que la superficie rugosa de cada pared es en general diferente. Entonces, la longitud de deslizamiento, aunque se toma como constante, no tiene el mismo valor en ambas paredes. Por lo tanto, la ecuación (2.1) debe satisfacer las condiciones de frontera.

$$u' + \alpha'_1 \frac{du'}{dy'} = 0, \quad \text{en } y' = a \quad (2.2)$$

$$u' - \alpha'_2 \frac{du'}{dy'} = 0, \text{ en } y' = a \quad (2.3)$$

Aquí,  $a$  y  $\eta$  son las separaciones entre las paredes y la viscosidad dinámica del fluido, respectivamente, mientras que  $\alpha'_1$  y  $\alpha'_2$  son las longitudes de deslizamiento de las paredes superior e inferior respectivamente, que en general se consideran que son diferentes.

La solución analítica de la ecuación (2.1) que satisface las condiciones de frontera de deslizamiento, ecuaciones (2.2) y (2.3), es:

$$u' = -\frac{a^2 dp}{2n dx'} \left[ \frac{3(\alpha'_1 + \alpha'_2) + \frac{4}{a}(\alpha'_1 \alpha'_2) + 2a}{2a + \alpha'_1 + \alpha'_2} + \frac{2(\alpha'_1 - \alpha'_2)}{2a + \alpha'_1 + \alpha'_2} \left( \frac{y'}{a} \right) - \left( \frac{y'}{a} \right)^2 \right] \quad (2.4)$$

La velocidad promedio en la sección transversal del microcanal está dada por:

$$U = \frac{1}{2a} \int_{-a}^{+a} u' dy' = -\frac{a^2 dp}{2n dx'} \left[ \frac{3(\alpha'_1 + \alpha'_2) + \frac{4}{a}(\alpha'_1 \alpha'_2) + 2a}{2a + \alpha'_1 + \alpha'_2} - \frac{1}{3} \right]$$

Por lo tanto, en términos de las variables adimensionales  $u = u'/U$ ,  $y = y'/a$ ,  $\alpha_1 = \alpha'_1/a$  y  $\alpha_2 = \alpha'_2/a$ , la ecuación (2.4) se convierte en:

$$u = -\frac{3}{3F_1 - 1} [F_1 + F_2 y + y^2] \quad (2.5)$$

Donde:

$$F_1 = \frac{3(\alpha_1 + \alpha_2) + 4(\alpha_1 \alpha_2) + 2}{2 + \alpha_1 + \alpha_2}$$

$$F_2 = \frac{2(\alpha_1 - \alpha_2)}{2 + \alpha_1 + \alpha_2}$$

Con  $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$ , el perfil de velocidad dado por la ecuación (2.5) se reduce a el conocido flujo de Poiseuille (no deslizamiento) a través de un microcanal de placas paralelas.

En la figura 2.2 se muestra el perfil de velocidad del fluido para diferentes valores de deslizamiento en la pared inferior,  $\alpha_2$ , y deslizamiento cero en la pared superior,  $\alpha_1 = 0$ . Se observa que en la zona de contacto del fluido con la pared inferior la velocidad del fluido ya no es cero y que mientras mayor es el deslizamiento evidentemente mayor es la velocidad en dicha zona. Por otro lado, la existencia del deslizamiento en la pared inferior provoca que el gradiente de la velocidad en la dirección transversal disminuya. Esto pudiera influir significativamente sobre la producción de entropía.

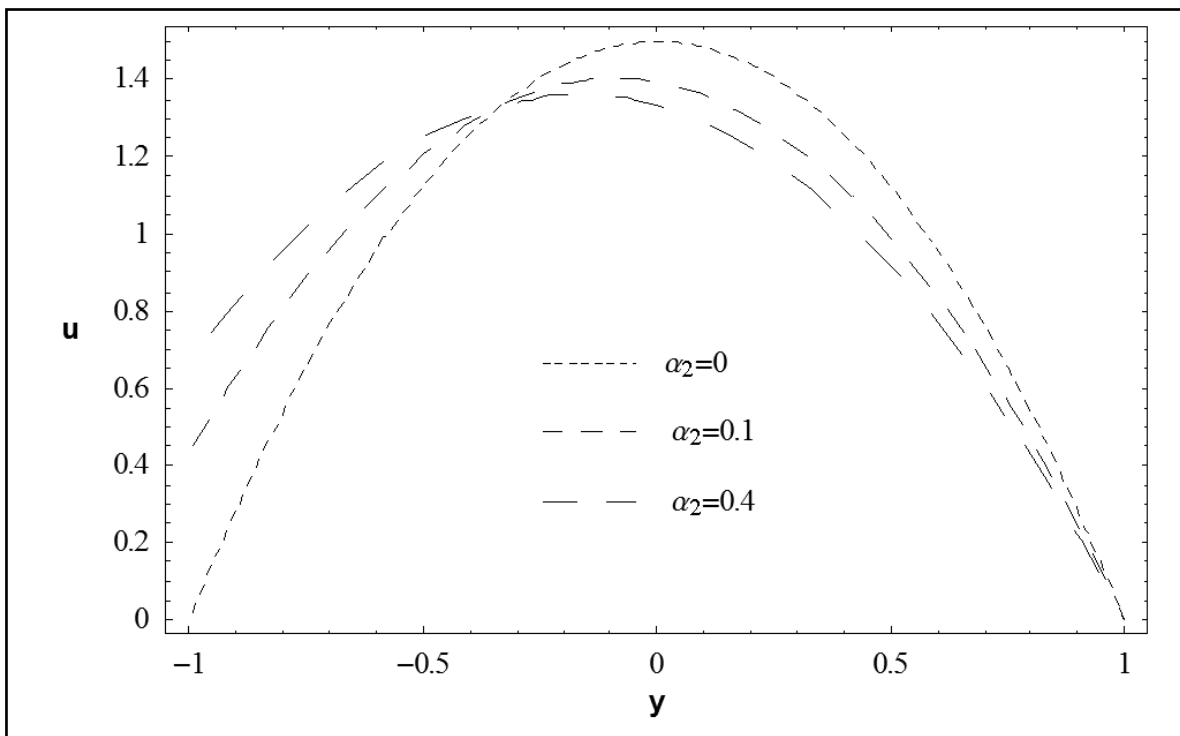


Fig.2.2. Perfil de velocidad para diferentes valores de  $\alpha_2$  cuando  $\alpha_1 = 0$

### 2.3.2 Ecuación de balance de energía. Campo de temperatura

Una vez que se conoce el campo de velocidad, son determinados los campos de temperatura para el fluido y las paredes sólidas para la solución del problema de transferencia de calor conjugada. Procedemos a resolver la ecuación de balance de energía

dentro de microcanal considerando la disipación viscosa y efectos convectivos. En términos adimensionales, la ecuación de transferencia de calor en el fluido se reduce a [60]:

$$(Pe)u \frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \left( \frac{du}{dy} \right)^2 \quad (2.6)$$

Donde la temperatura adimensional está dada ahora por  $\theta = k(T - T_a)/\eta U^2$ , siendo  $T$  la temperatura del fluido y  $k$  la conductividad térmica del fluido. Aquí,  $Pe = Ua\rho C/k$  es el número de Péclet donde  $\rho$  y  $C$  son la densidad del fluido y el calor específico del fluido respectivamente. Como en [49,60], la ecuación de transferencia de calor en ambas paredes del microcanal también se requiere en la solución del problema de transferencia de calor conjugado. Para las paredes inferior y superior, respectivamente, tenemos

$$\frac{d^2 \theta_{w1}}{dy^2} = 0 \quad (2.7)$$

$$\frac{d^2 \theta_{w2}}{dy^2} = 0 \quad (2.8)$$

Donde  $\theta_{wi} = kT_{wi}/\eta U^2$  es la temperatura adimensional de la pared. El subíndice  $i = 1,2$  se refiere a las paredes inferior y superior respectivamente.

Las condiciones de frontera que las ecuaciones (2.6)-(2.8) tienen que satisfacer son las siguientes:

$$\theta = \theta_{w1}, \quad \text{en } y = -1 \quad (2.9)$$

$$\theta = \theta_{w2}, \quad \text{en } y = 1 \quad (2.10)$$

$$\frac{d\theta}{dy} = \gamma_1 \frac{d\theta_{w1}}{dy}, \quad \text{en } y = -1 \quad (2.11)$$

$$\frac{d\theta}{dy} = \gamma_2 \frac{d\theta_{w2}}{dy}, \quad \text{en } y = 1 \quad (2.12)$$

$$\frac{d\theta_{w1}}{dy} - Bi_1(\theta_{w1} - \theta_a) = 0, \quad \text{en } y = -(1 + \delta_1) \quad (2.13)$$

$$\frac{d\theta_{w2}}{dy} + Bi_2(\theta_{w2} - \theta_a) = 0, \quad \text{en } y = (1 + \delta_2) \quad (2.14)$$

Donde  $\theta_a = kT_a/\eta U^2$  es la temperatura ambiente adimensional. Las ecuaciones (2.9)-(2.12) expresan condiciones de continuidad para la temperatura y flujo de calor a través de las interfaces pared-fluido donde  $\gamma = k_w/k$  es la relación que existe entre las conductividades térmicas de la pared y la del fluido,  $k_w$  es la conductividad térmica de la pared. A su vez, las condiciones (2.13) y (2.14) en la superficie exterior de las paredes establece que la cantidad de calor que entra o sale del sistema depende de la temperatura externa así como del coeficiente de transferencia de calor por convección, expresado en términos adimensionales a través del número de Biot,  $Bi_i$ , para cada pared ( $i = 1,2$ ) [49]. Con el fin de resolver las ecuaciones (2.6)-(2.8) con las condiciones de frontera (2.9)-(2.14), sólo analizamos la región térmica completamente desarrollada de modo que la temperatura adimensional puede ser expresada como  $\theta(x,y) = Ax + \theta(y)$ , donde el gradiente de temperatura axial  $A$  es asumido como constante [61]. Los campos de temperatura para el fluido y las paredes sólidas son determinados de la solución del problema de valor de frontera previo.

Para la región del fluido, obtenemos:

$$\theta(y) = \frac{3}{4(3F_1-1)^2} [6(F_1F_3 - F_2^2)y^2 + 2F_2(4 + F_3)y^3 - (4 - F_3)y^4] + C_1y + C_2 \quad (2.15)$$

A su vez, la temperatura en las paredes del microcanal están dadas por:

$$\theta_{w1} = C_3y + C_4 \quad (2.16)$$

$$\theta_{w2} = C_5y + C_6 \quad (2.17)$$

Donde:

$$C_1 = \frac{3}{2(3F_1-1)^2} \left[ \frac{F_5Bi_1\gamma_1(Bi_2\delta_2 + 1) - F_4Bi_2\gamma_2(Bi_1\delta_1 + 1) - 2F_2(4 + F_3)(Bi_1Bi_2\gamma_1\gamma_2)}{2Bi_1B_2\gamma_1\gamma_2 + Bi_2\gamma_2(Bi_1\delta_1 + 1) + Bi_1\gamma_1(Bi_2\delta_2 + 1)} \right]$$

$$C_2 = C_5 + C_6 - C_1 + \frac{3}{2(3F_1 - 1)^2} [-6(F_1F_3 - F_2^2) + (4 + F_3)(1 - 2F_2)]$$

$$C_3 = -\frac{3F_4}{2\gamma_1(3F_1 - 1)^2} + \frac{C_1}{\gamma_1}$$

$$C_4 = \frac{c_3}{Bi_1} [1 + Bi_1(\delta_1 + 1)] + \theta_a$$

$$C_5 = -\frac{3F_5}{2\gamma_2(3F_1 - 1)^2} + \frac{C_1}{\gamma_2}$$

$$C_6 = -\frac{c_5}{Bi_2} [1 + Bi_2(\delta_2 + 1)] + \theta_a$$

Con

$$F_3 = APe \frac{3F_1 - 1}{3}$$

$$F_4 = 6(F_1F_3 - F_2^2) - (4 + F_3)(2 + 3F_2)$$

$$F_5 = 6(F_1F_3 - F_2^2) + (4 + F_3)(2 + 3F_2)$$

Aunque no se muestra aquí, la temperatura del sistema disminuye con la longitud de deslizamiento ya que la fricción del fluido disminuye. Además, la temperatura del sistema también disminuye con el aumento de las conductividades térmicas de las paredes y el número de Biot ya que el flujo de calor hacia el entorno es mayor; sin embargo, cuando el espesor de las paredes es mayor la temperatura del sistema aumenta ya que la resistencia térmica de las paredes aumenta lo que se opone a la salida del calor hacia el entorno.

## 2.4 PRODUCCIÓN LOCAL Y GLOBAL DE ENTROPÍA

La velocidad y los campos de temperatura ya obtenidos serán usados para determinar la producción de entropía dentro del microcanal. En el flujo de un fluido viscoso, incompresible y monocomponente, la producción de entropía, puede ser escrita explícitamente en términos adimensionales como [60,62]

$$\dot{S} = \frac{1}{\theta^2} \left[ \left( \frac{\partial \theta}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \theta}{\partial y} \right)^2 \right] + \frac{\gamma_1}{\theta_{w1}^2} \left( \frac{d\theta_{w1}}{dy} \right)^2 + \frac{\gamma_2}{\theta_{w2}^2} \left( \frac{d\theta_{w2}}{dy} \right)^2 + \frac{1}{\theta} \left( \frac{du}{dy} \right)^2 \quad (2.18)$$

Donde  $\dot{S}$  es normalizado por  $k/a^2$ . En la ecuación (2.18), los primeros tres términos explican las irreversibilidades causadas por el flujo de calor en el fluido y las paredes mientras que el término cuatro expresa las irreversibilidades debidas a disipación viscosa en el fluido respectivamente. En el primer término, se considera la producción de entropía por transferencia de calor en el fluido debido a conducción del calor en dirección axial y transversal. La producción de entropía global,  $\langle \dot{S} \rangle$ , es una vez más obtenida por integración de  $\dot{S}$  en todo el volumen que ocupa el microdispositivo. Una vez integrada, esta cantidad sólo depende de los parámetros  $A, Pe, \gamma_i, Bi_i, \delta_i, \alpha_i$  y  $\theta_a$  que caracterizan el desempeño del sistema. En todos los casos, la temperatura ambiente adimensional se ha fijado en  $\theta_a = 5$  usando las propiedades físicas del aceite de motor [63] a una temperatura ambiente  $T_a = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ . Ya que la producción de entropía global considera toda la disipación producida por irreversibilidades en el sistema, podemos buscar valores de los parámetros que minimizan esta función.

#### 2.4.1 Análisis de resultados

En la figura 2.3 la producción global de entropía es reportada como una función de la longitud de deslizamiento de la pared superior,  $\alpha_1$ , para tres valores diferentes de la longitud de deslizamiento de la pared inferior,  $\alpha_2$ .  $Pe = 0.1$ ,  $A = 7.8$ ,  $\gamma_1 = \gamma_2 = 12$ ,  $Bi_1 = Bi_2 = 2$  y  $\delta_1 = \delta_2 = 0.05$ . Observamos, que la producción de entropía global disminuye con  $\alpha_1$ , alcanzando un mínimo para todos los valores de  $\alpha_2$  y entonces muestra un incremento.

Con el fin de comprender la naturaleza de este comportamiento, se analizan las contribuciones independientes a la producción de entropía global en el sistema asociadas a la conducción de calor en el fluido y paredes sólidas y a la disipación viscosa en el fluido. La producción de entropía producida por la transferencia de calor en el fluido siempre incrementa con  $\alpha_1$  debido a la disminución en la temperatura, lo cual produce un incremento en la producción de entropía debido a su dependencia inversa; sin embargo, los términos asociados a transferencia de calor en la pared inferior y disipación viscosa en el fluido siempre disminuye con  $\alpha_1$  debido a la reducción del gradiente de temperatura en la pared inferior y el gradiente de velocidad, respectivamente. Por otro lado, la producción de entropía asociada a la transferencia de calor en la pared superior disminuye para valores

pequeños de  $\alpha_1$  y alcanza un valor mínimo. Una vez que el valor mínimo es alcanzado, este término muestra un aumento a medida que  $\alpha_1$  crece. Para valores pequeños de  $\alpha_1$ , la reducción en las irreversibilidades asociadas a disipación viscosa y transferencia de calor en las paredes inferior y superior domina sobre el incremento en el término asociado a transferencia de calor en el fluido de tal forma que  $\langle \dot{S} \rangle$  muestra un valor mínimo. Una vez que el valor mínimo es alcanzado, el aumento en el término asociado a transferencia de calor en el fluido domina y  $\langle \dot{S} \rangle$  exhibe un aumento cuando  $\alpha_1$  crece. Además, se encuentra que la mayor contribución corresponde a las irreversibilidades debidas a transferencia de calor en el fluido. Este término aumenta con  $\alpha_2$  cuando  $\alpha_1$  es constante, por lo tanto en la figura 2.3 cuanto mayor sea la longitud de deslizamiento de la pared inferior,  $\alpha_2$ , mayor es el valor de entropía donde se alcanza el mínimo. Por otro lado, cuando  $\alpha_2$  aumenta, el aumento en el término asociado a transferencia de calor en el fluido domina sobre otros términos en valores inferiores de  $\alpha_1$ , por lo tanto, cuanto mayor sea el valor de  $\alpha_2$  menor es el valor óptimo de  $\alpha_1$  donde se alcanza el mínimo.

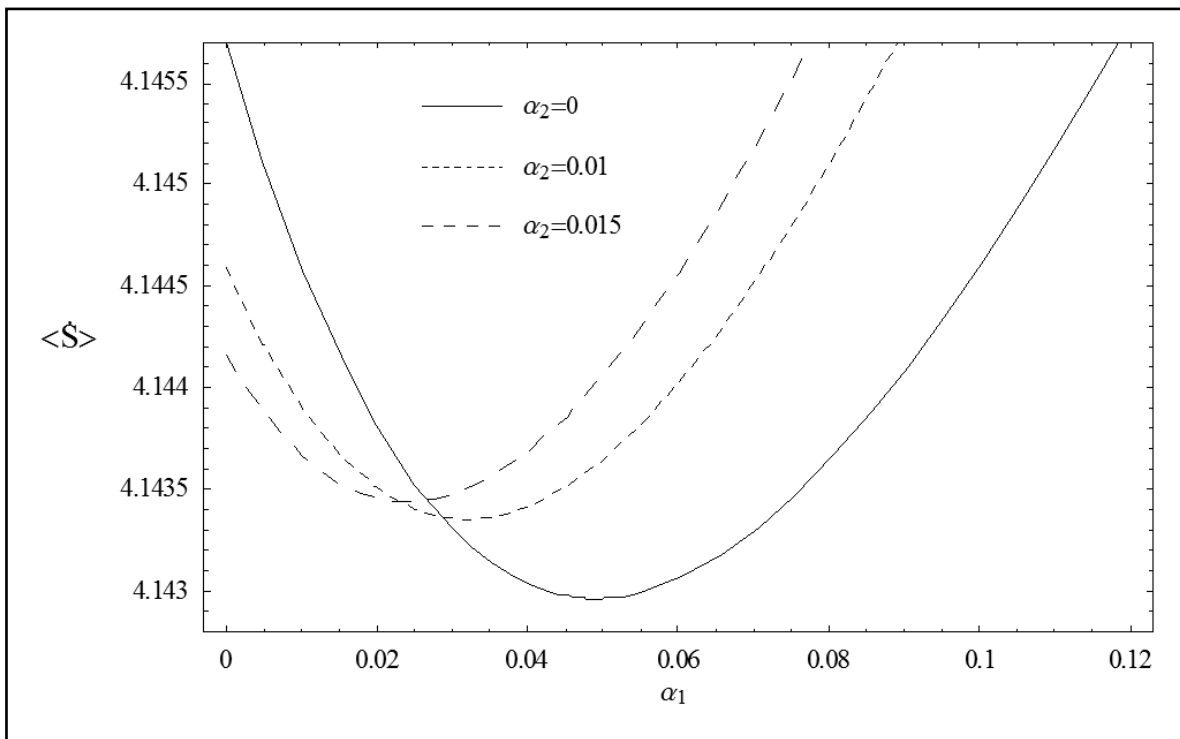


Fig.2.3. Producción de entropía global como una función de la longitud de deslizamiento de la pared superior,  $\alpha_1$ , para diferentes valores de  $\alpha_2$ .  $Pe=0.1$ ,  $A = 7.8$ ,  $\gamma_1 = \gamma_2 = 12$ ,  $Bi_1 = Bi_2 = 2$  y  $\delta_1 = \delta_2 = 0.05$ .



En la figura 2.4 la producción de entropía se presenta como una función de la longitud de deslizamiento cuando el deslizamiento es el mismo en ambas paredes (condiciones de deslizamiento simétricas),  $\alpha$ , para tres diferentes valores de  $\delta_1 = \delta_2$ , y  $Pe=0.1$ ,  $A=7.8$ ,  $\gamma_1 = \gamma_2 = 12$  y  $Bi_1 = Bi_2 = 2$ . Una vez más, la producción de entropía alcanza valores mínimos. Estos mínimos se mueven a valores mayores de  $\alpha$  cuando  $\delta_1 = \delta_2$  disminuye.

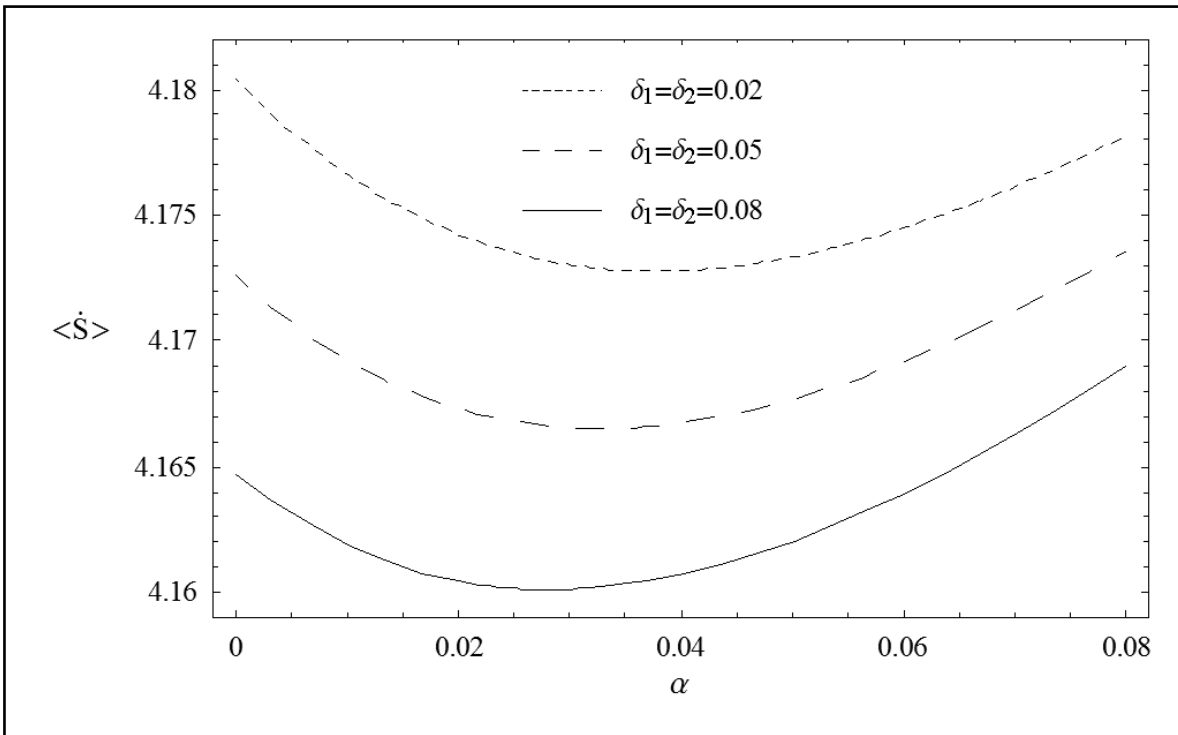


Fig.2.4. Producción global de entropía como una función de la longitud simple de deslizamiento,  $\alpha$ , para diferentes valores de  $\delta_1 = \delta_2$ .  $Pe=0.1$ ,  $A = 7.8$ ,  $\gamma_1 = \gamma_2 = 12$ ,  $Bi_1 = Bi_2 = 2$  (condición de deslizamiento simétrica).

La figura 2.5 muestra la producción de entropía global normalizada como una función del número de Biot de la pared inferior,  $Bi_1$ , para diferentes valores de  $\alpha_1 = \alpha_2$ . Los otros parámetros son  $Pe=0.1$ ,  $A=1$ ,  $\gamma_1 = \gamma_2 = 2$  y  $Bi_2 = 10$  y  $\delta_1 = \delta_2 = 0.05$ . Como se puede observar en la figura 2.5, para este caso la producción global de entropía presenta un valor mínimo para los tres diferentes valores de  $\alpha_1 = \alpha_2$ . Es posible encontrar un número de Biot óptimo para la superficie inferior,  $Bi_{1opt}$ , que conduce a una producción de entropía global mínima  $\langle \dot{S} \rangle$ . De manera similar a lo que ocurre en el problema de transferencia de calor

[64,65] se encontró que en el presente ejemplo, cuando los números de Biot de ambas paredes son iguales, la producción de entropía global es siempre una función monótona creciente de  $Bi$  y alcanza un valor límite cuando  $Bi \rightarrow \infty$ .

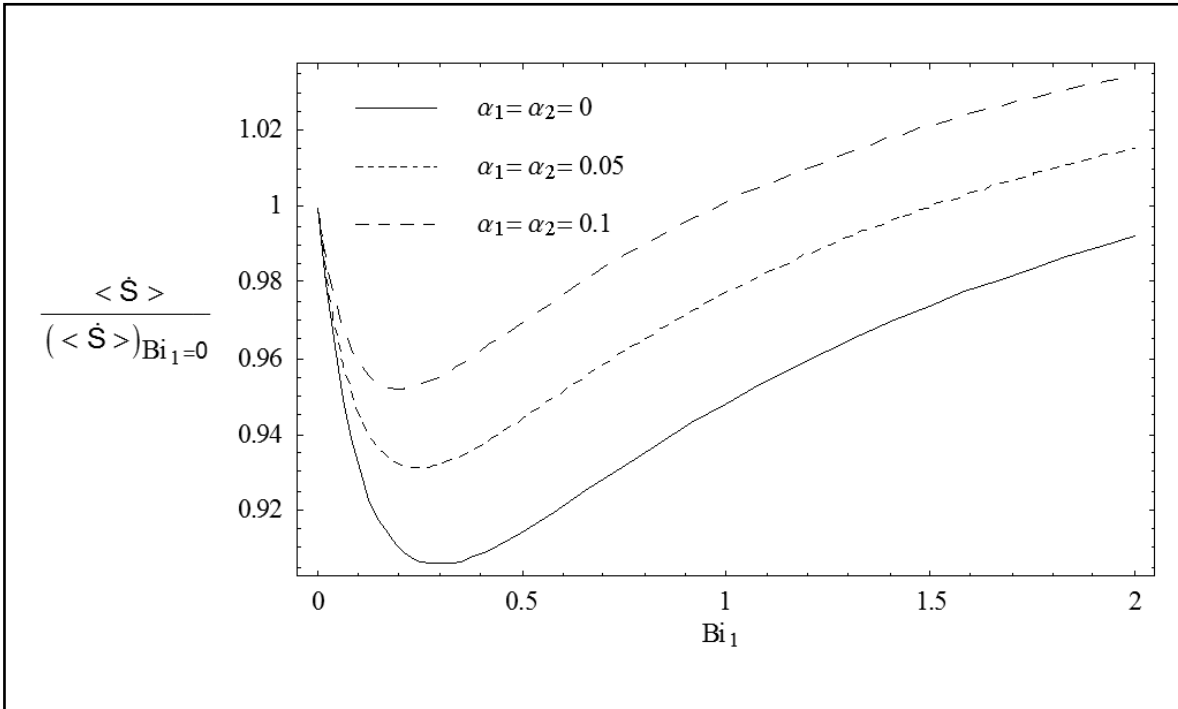


Fig.2.5. Producción de entropía global normalizada como una función del número de Biot de la pared inferior,  $Bi_1$ , para diferentes valores de  $\alpha_1 = \alpha_2$ .  $Pe=0.1, A = 1, \gamma_1 = \gamma_2 = 2, Bi_2 = 10$  y  $\delta_1 = \delta_2$ .

La figura 2.6 muestra la producción de entropía global como una función de la conductividad térmica de la pared inferior,  $\gamma_1$ , normalizada por su valor cuando  $\gamma_1 = 0$ , para diferentes valores de  $\alpha_1 = \alpha_2$  y  $Bi_1 = Bi_2$ , es decir condiciones simétricas de deslizamiento y enfriamiento convectivo, respectivamente. Los otros parámetros son  $Pe=0.1, A=1, \gamma_2 = 10$  y  $\delta_1 = \delta_2 = 0.1$ . Se puede notar que aunque el enfriamiento de las paredes es simétrico,  $\langle \dot{S} \rangle$  presenta valores mínimos para los tres valores de  $Bi_1 = Bi_2$  y  $\alpha_1 = \alpha_2$  examinados. Esto significa que para un fluido dado, las irreversibilidades pueden ser minimizadas con una adecuada selección de las conductividades térmicas de las paredes. La conductividad térmica óptima,  $\gamma_{1opt}$ , tiene mayores valores con la disminución de los valores de  $\alpha$  y  $Bi$ , respectivamente.

En las figuras 2.7 y 2.8, se muestran los efectos del gradiente de temperatura axial,  $A$ , y del número adimensional de Péclet,  $Pe$ , sobre la producción de entropía global para tres valores

diferentes de  $\alpha_1 = \alpha_2$ . La figura 2.7 se refiere a  $Pe=0.1$ ,  $\gamma_1 = \gamma_2 = 2$  y  $Bi_1 = Bi_2 = 4$  y  $\delta_1 = \delta_2 = 0.1$ . Mientras la figura 2.8 se refiere a  $A=1$ ,  $\gamma_1 = \gamma_2 = 10$ ,  $Bi_1 = Bi_2 = 3$  y  $\delta_1 = \delta_2 = 0.1$ . En ambas figuras 2.7 y 2.8,  $\langle \dot{S} \rangle$  disminuye para valores pequeños de  $A$  y

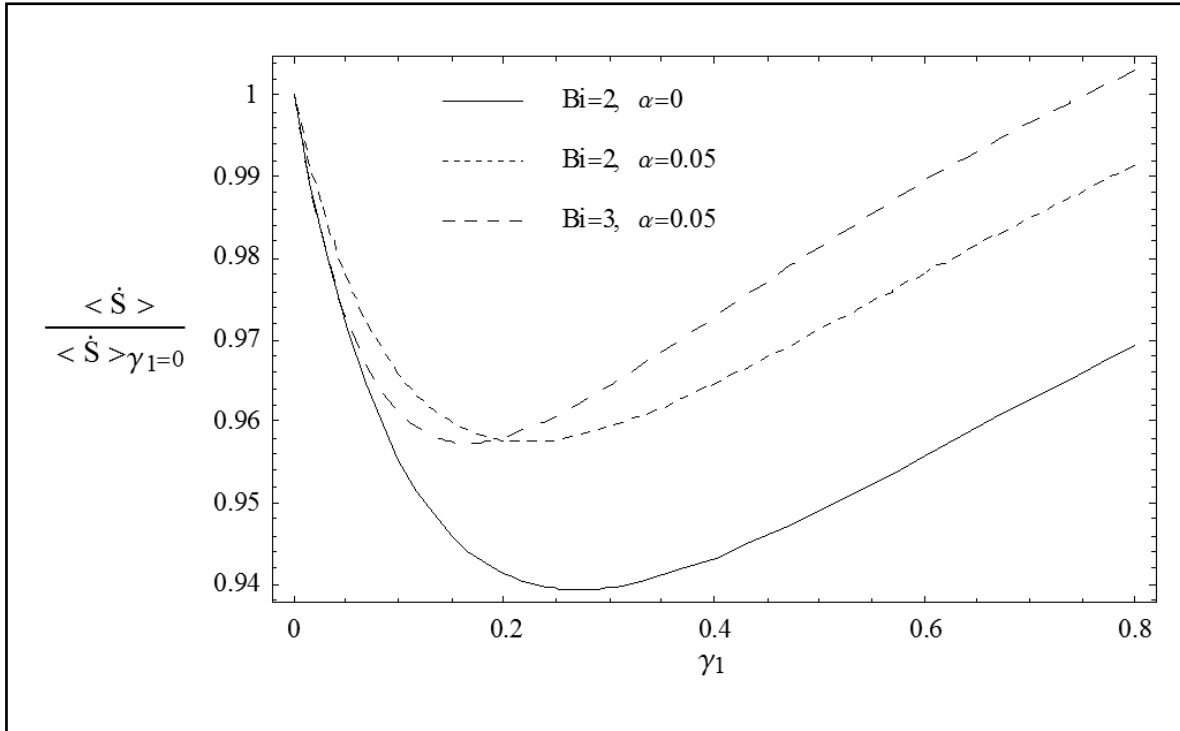


Fig.2.6. Producción de entropía global normalizada como una función de la conductividad térmica de la pared inferior,  $\gamma_1$ , para diferentes valores de  $Bi_1 = Bi_2$  y  $\alpha_1 = \alpha_2$ .  $Pe = 0.1, A = 1, \gamma_2 = 10$  y  $\delta_1 = \delta_2 = 0.1$ .

$Pe$ , respectivamente, y alcanza un valor mínimo. Una vez que el valor mínimo es alcanzado,  $\langle \dot{S} \rangle$  muestra un aumento cuando  $A$  y  $Pe$  crecen. Esto significa que existe un valor óptimo de  $A$  y  $Pe$ , que minimiza las irreversibilidades asociadas a este sistema, siempre que los otros parámetros permanezcan fijos. Estos valores óptimos de  $A$  y  $Pe$ , donde la producción de entropía es mínima disminuyen con la longitud de deslizamiento. En la figura 2.7, la producción de entropía más pequeña se obtiene en el valor más alto de  $\alpha_1 = \alpha_2$ . Aunque aquí no se muestra, la mínima producción de entropía global en la figura 2.8 se mueve hacia valores más bajos del número de Péclet cuando  $\delta_1 = \delta_2$  aumenta. Además, cuando se considera el caso donde los números de Biot para cada pared son iguales, es decir condiciones de enfriamiento convectivo simétrico, es posible encontrar de nuevo un valor óptimo del número de Péclet que conduce a una producción global de entropía mínima.

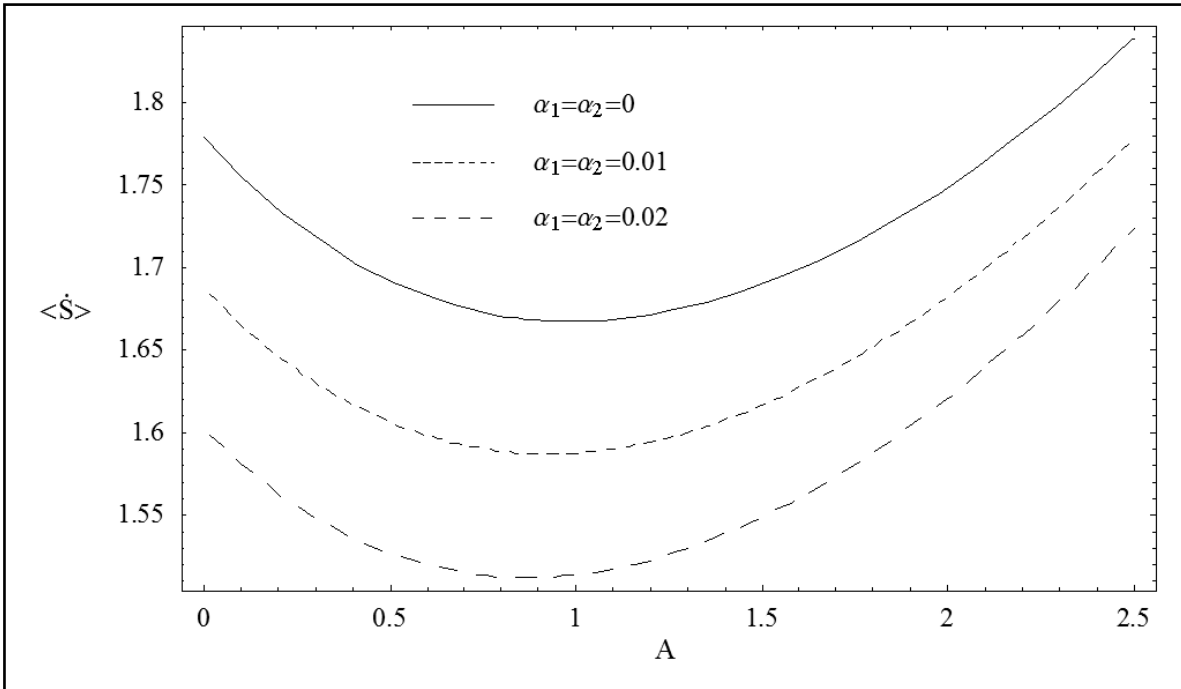


Fig.2.7. Producción de entropía global como una función del gradiente de temperatura axial,  $A$ , para diferentes valores de  $\alpha_1 = \alpha_2$ .  $Pe = 0.1, \gamma_1 = \gamma_2 = 2, Bi_1 = Bi_2 = 4$  y  $\delta_1 = \delta_2 = 0.1$ .

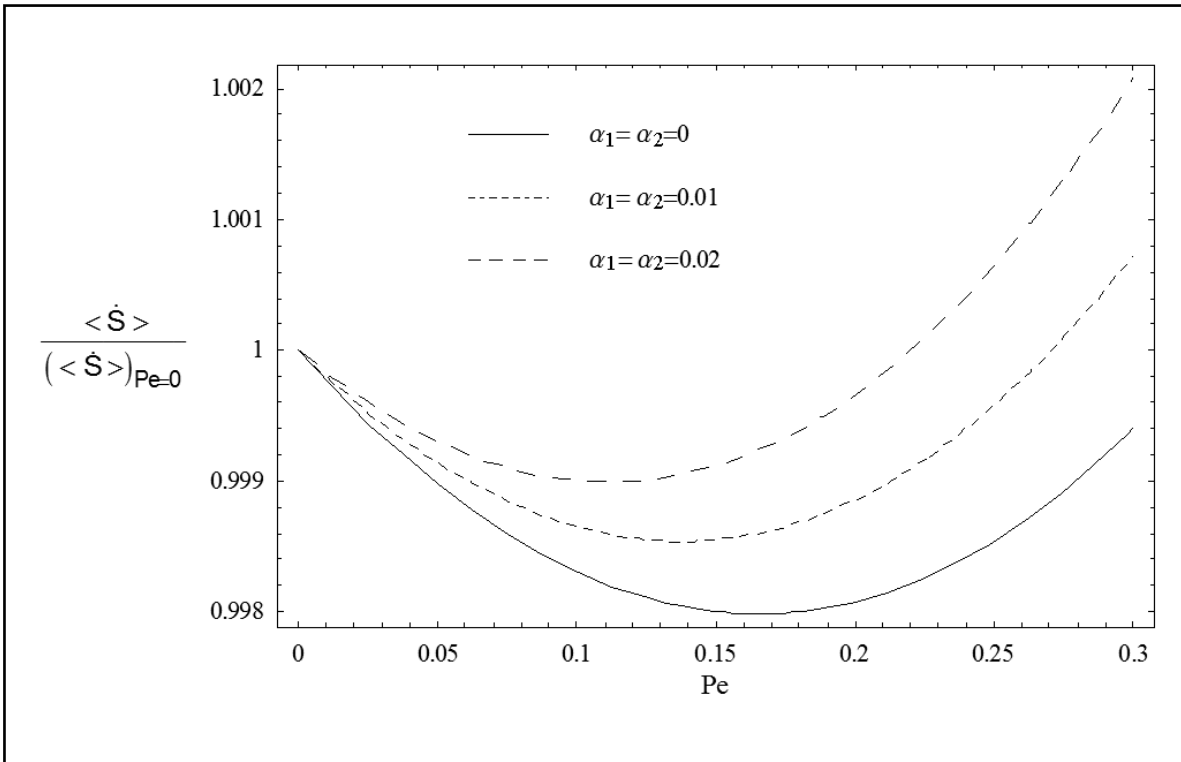


Fig.2.8. Producción de entropía global normalizada como una función del número de Péclet, para diferentes valores de  $\alpha_1 = \alpha_2$ .  $A = 1, \gamma_1 = \gamma_2 = 10, Bi_1 = Bi_2 = 3$  y  $\delta_1 = \delta_2 = 0.1$ .

## 2.5 TRANSFERENCIA DE CALOR INTERNA. NÚMERO DE NUSSELT

El número local de Nusselt en la pared superior está dado por [60]:

$$Nu = -\frac{k}{T_{w(y'=a)} - T_b} \left( \frac{\partial T}{\partial y'} \right)_{y'} = -\frac{\left( \frac{d\theta}{dy} \right)_{y=1}}{2 \left( (\theta_{y=1}) - \theta_b \right)} \quad (2.19)$$

Donde  $T_b$  y  $T_{w(y'=a)}$  son las expresiones dimensionales de la temperatura de bulbo (es decir la sección transversal de la temperatura promedio de la corriente) y la temperatura de la interface pared-fluido en  $y' = a$ , respectivamente.

La temperatura promedio de la sección transversal del microcanal se define como:

$$\theta_b = \frac{\int_{-1}^1 u \theta dy}{\int_{-1}^1 u dy} \quad (2.20)$$

### 2.5.1 Análisis de resultados

El número de Nusselt como una función de la longitud de deslizamiento de la pared superior,  $\alpha_1$ , para diferentes valores de la longitud de deslizamiento de la pared inferior,  $\alpha_2$ , y  $Pe=0.1$ ,  $A = 10$ ,  $\gamma_1 = 1$ ,  $\gamma_2 = 0.2$ ,  $Bi_1 = Bi_2 = 2$  y  $\delta_1 = \delta_2 = 0.05$  se presenta en la figura 2.9. El número de Nusselt ha sido normalizado por su valor cuando  $\alpha_1 = 0$ . Este número de Nusselt local muestra un valor máximo, es decir, hay un valor óptimo de la longitud de deslizamiento de la pared superior adimensional,  $\alpha_1$ , donde la transferencia de calor es máxima. También, cuanto mayor sea el valor de  $\alpha_2$ , cuanto menor es el valor óptimo de  $\alpha_1$  donde la transferencia de calor es máxima.

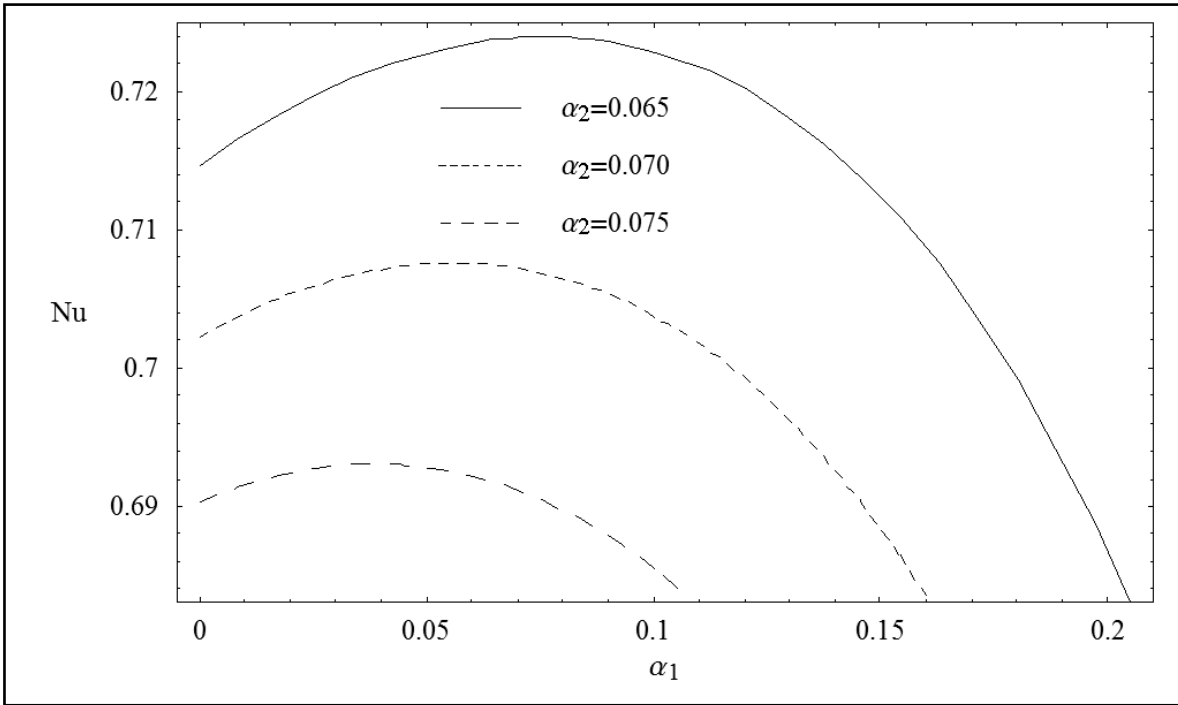


Fig.2.9. Número de Nusselt como una función de la longitud de deslizamiento de la pared superior,  $\alpha_1$ , para diferentes valores de la longitud de deslizamiento de la pared inferior  $\alpha_2$ .  $Pe = 0.1$ ,  $A = 10$ ,  $\gamma_1 = 1$ ,  $\gamma_2 = 0.2$ ,  $Bi_1 = Bi_2 = 2$  y  $\delta_1 = \delta_2 = 0.05$ .

En la figura 2.10 se muestra el número de Nusselt normalizado como una función de la longitud de deslizamiento de la pared superior,  $\alpha_1$ , para diferentes valores del espesor de las paredes cuando ambas paredes tienen el mismo espesor  $\delta_1 = \delta_2$ , y  $Pe=0.1$ ,  $A = 10$ ,  $\gamma_1 = 1$ ,  $\gamma_2 = 0.2$ ,  $Bi_1 = Bi_2 = 2$  y  $\alpha_2 = 0.05$ . El número de Nusselt normalizado alcanza valores máximos que llegan a ser más altos como  $\delta_1 = \delta_2$  aumenta. El valor óptimo de  $\alpha_1$ , donde la transferencia de calor es máxima, aumenta con los espesores de la pared.

Dos diferentes objetivos de optimización han sido considerados en el análisis, es decir, minimización de la producción de entropía y maximización de la transferencia de calor ( $Nu$ ). Estas dos funciones no son optimizadas simultáneamente porque en el presente trabajo, nuestro propósito fundamental es mostrar que existen valores óptimos de longitud de deslizamiento que minimizan la producción de entropía y hay valores óptimos de la longitud de deslizamiento que maximizan la transferencia de calor, por separado. Además, la producción de entropía mínima y la transferencia de calor máxima pueden ser dos criterios de optimización diferentes que pueden ser seleccionados de acuerdo con un caso

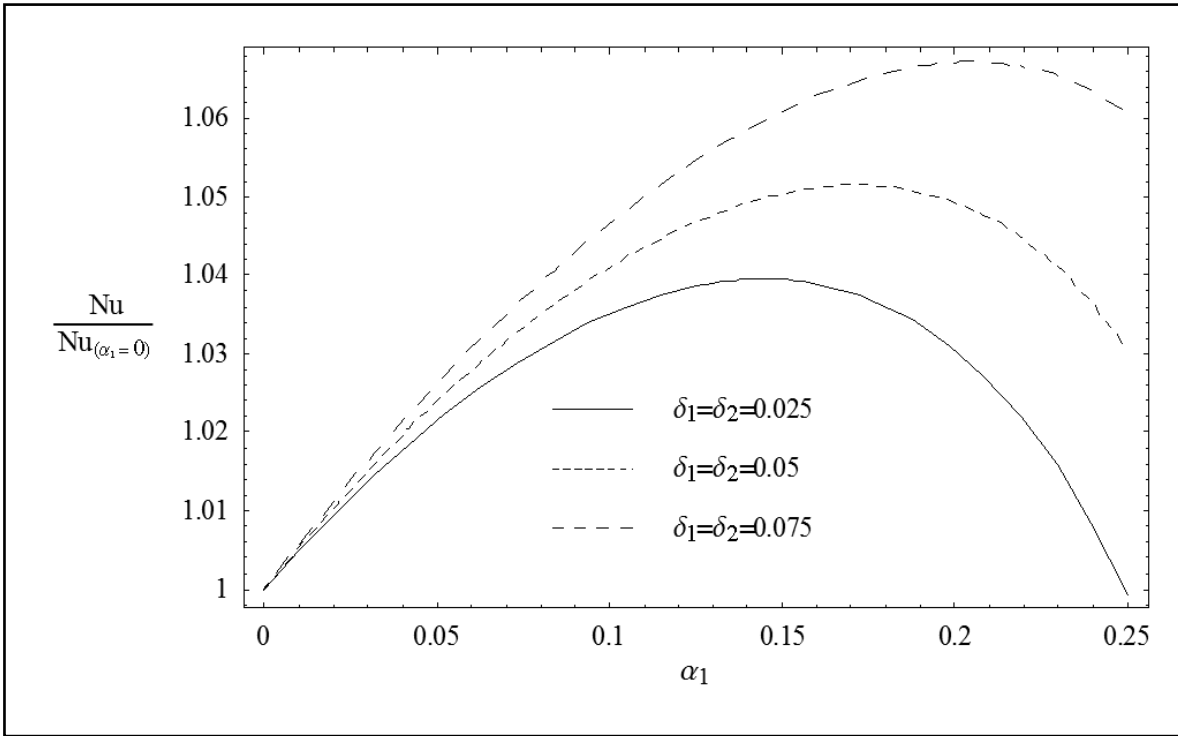


Fig.2.10. Número de Nusselt normalizado como una función de la longitud de deslizamiento de la pared superior,  $\alpha_1$ , para diferentes valores del espesor de la pared  $\delta_1 = \delta_2$ .  $Pe = 0.1$ ,  $A = 10$ ,  $\gamma_1 = 1$ ,  $\gamma_2 = 0.2$ ,  $Bi_1 = Bi_2 = 2$  y  $\alpha_2 = 0.05$ .

particular. Por ejemplo, generalmente el bien conocido Método de Minimización de la Producción de Entropía es válido para optimizar procesos térmicos donde se presente conversión del calor en trabajo, mientras que la Maximización de la transferencia de calor es más adecuada en optimizaciones de intercambiadores de calor que involucren sólo procesos de transferencia de calor. En particular, Chen y otros [35] mostraron que el principio de producción de mínima entropía es válido para optimizar intercambiadores de calor en un ciclo termodinámico mientras que la maximización de la disipación de Entropía es más adecuada en optimizaciones de intercambiadores térmicos que involucran sólo procesos de transferencia de calor.

Por otro lado, aunque se puede optimizar variando de manera simultánea todos los parámetros sin fijar alguno de ellos, por ejemplo usando la técnica de Multiplicadores de Lagrange, en este trabajo se optimizó el sistema manteniendo algunos parámetros fijos debido a que en las situaciones de diseño de sistemas térmicos es necesario fijar algunos parámetros conforme a las condiciones reales. Por otra parte, aunque los resultados en las figuras 2.3-2.7 son para un valor constante de algunos de los parámetros que caracterizan el

sistema, hemos verificado que existe un mínimo de la producción de entropía en una amplia gama de valores de estos parámetros.

## **2.6 CONCLUSIONES**

En este capítulo aplicamos el método de minimización de la producción de entropía para la optimización de un fluido viscoso que tiene lugar en un microcanal de placas paralelas con paredes de espesor finito. El campo de velocidad fue determinado usando condiciones de frontera de deslizamiento. El campo de temperatura fue determinado a partir del problema de transferencia de calor conjugado considerando transferencia de calor convectiva y asumiendo un flujo térmico completamente desarrollado. Fueron optimizados todos los parámetros relevantes para el sistema, incluyendo parámetros geométricos, propiedades de los materiales y condiciones de flujo. Demostramos que el sistema puede operar bajo mínima producción global de entropía con condiciones que corresponden a minimizar irreversibilidades debidas a fricción viscosa y flujo de calor en el fluido y paredes. En particular se obtuvo una velocidad de deslizamiento óptima que conducen a una mínima producción global de entropía y fueron analizados los efectos de la velocidad de deslizamiento en los valores óptimos de algunos de los otros parámetros. El número de Nusselt, es decir, el coeficiente de transferencia de calor adimensional en las paredes del microcanal, fue también calculado y analizado para algunos casos en específicos. Se obtuvo un valor óptimo de la longitud de deslizamiento que maximiza la transferencia de calor. Los resultados del presente estudio proporcionan información fundamental para el diseño y optimización de los equipos de transferencia de calor.



# Capítulo 3

## **EFFECTOS COMBINADOS DEL DESLIZAMIENTO Y LAS CONDICIONES TÉRMICAS DE FRONTERA DE FLUJO DE CALOR UNIFORME SOBRE LA TEMPERATURA Y LA GENERACIÓN DE ENTROPIA**

### **3.1 RESUMEN**

En este capítulo, se estudian los efectos combinados de las condiciones de frontera de flujo de calor uniforme a través de las paredes de un microcanal y del flujo de deslizamiento sobre la transferencia de calor y la producción de entropía en un sistema similar al del capítulo anterior. El procedimiento para la solución del problema conjugado de transferencia de calor y obtener los campos de temperatura del fluido y paredes del microcanal difiere del utilizado anteriormente y una ecuación adicional de balance de energía del sistema es necesaria. Una vez más, la solución analítica obtenida en el capítulo anterior del campo de velocidad considerando deslizamiento en las paredes y las soluciones analíticas que aquí se obtienen para los campos de temperatura del fluido y para la temperatura en las paredes del microcanal se utilizan para calcular la producción local y global de entropía, esta última cantidad ahora será función del flujo de calor a través de las paredes del ducto y no dependerá del número de Biot a diferencia del problema resuelto en el capítulo anterior.

Los resultados revelan que es posible encontrar valores óptimos de flujo de calor a través de las paredes del microcanal donde la producción de entropía global alcanza un mínimo. Además, se le ha dado especial atención a los efectos del flujo de calor a través de la pared sobre los valores óptimos de otros parámetros. Se obtiene que los valores óptimos tanto de la longitud de deslizamiento como de la relación de conductividades térmicas fluido-pared, donde la producción de entropía es mínima, disminuyen con el flujo de calor a través de la pared. También valores óptimos del número de Peclet con mínima entropía se encuentran para cierta combinación de parámetros geométricos y físicos del sistema.

## 3.2 INTRODUCCIÓN

Como ya se mencionó en la introducción del capítulo anterior en los problemas de optimización relacionados con el uso de la energía y con el diseño de muchos dispositivos ingenieriles tradicionales de transferencia de calor, es necesario evaluar la generación de entropía o destrucción de exergía debido a transferencia de calor y fricción viscosa como una función de variables de diseño seleccionadas para el análisis de optimización [12-32]. Para ello ha sido utilizado el MMPE y muchos trabajos han sido desarrollados por diferentes autores incluyendo estudios de la transferencia de calor y el flujo de fluidos a microescala [38-50] los que son de gran importancia por su aplicación fundamentalmente en intercambiadores de calor de dimensiones muy pequeñas.

Nuestro interés en este capítulo está fundamentalmente dirigido a explorar la influencia de las condiciones de frontera de flujo de calor uniforme a través de las paredes del microcanal sobre la transferencia de calor y la generación de entropía y mostrar la existencia de valores óptimos de esta cantidad en el microdispositivo consistentes con mínima generación de entropía. Nótese que esta solución extiende los resultados del capítulo II que aparecen en la referencia [66] incluyendo los efectos combinados de las condiciones de frontera de flujo de calor, flujo de deslizamiento y transferencia de calor por convección en la generación de entropía. Además el procedimiento en el presente análisis que se realiza en este capítulo difiere del método usado en el capítulo anterior. Esta diferencia radica en que ahora, además de las seis ecuaciones obtenidas al evaluar las seis condiciones de frontera en el modelo matemático, en el procedimiento de solución es requerida una nueva ecuación de balance de energía adicional para obtener las constantes y resolver el problema conjugado de transferencia de calor para la temperatura.

Lo anterior muestra que las contribuciones fundamentales del análisis que se realiza son:

- a) La generación de entropía es determinada de la solución analítica del problema conjugado de transferencia de calor combinando condiciones de frontera de flujo de calor con flujo de deslizamiento y transferencia de calor convectiva.
- b) Valores óptimos de flujo de calor, velocidad de deslizamiento, conductividad térmica de la pared y del número de Péclet en los cuales la entropía es mínima son encontrados.

c) Los efectos del flujo de calor sobre los valores óptimos de otros parámetros son además investigados.

### 3.3 CAMPO DE TEMPERATURA

Procedemos a resolver la ecuación de balance de energía para el fluido y las paredes del microcanal utilizando el campo de velocidad obtenido en el capítulo anterior (ecuación 2.5) y considerando nuevamente la disipación viscosa y efectos convectivos. El modelo matemático a resolver para el problema de transferencia de calor conjugado está formado por las ecuaciones (2.6) hasta la (2.12) del capítulo anterior pero ahora las ecuaciones (2.13) y (2.14) en las superficies externas de las paredes son sustituidas por condiciones de frontera de flujo de calor uniforme en lugar de condiciones de frontera de tercer tipo. En términos adimensionales, estas dos nuevas ecuaciones están dadas por:

$$\frac{d\theta_{w1}}{dy} = -q_1, \quad \text{en } y = -(1 + \delta_1) \quad (3.1)$$

$$\frac{d\theta_{w2}}{dy} = q_2, \quad \text{en } y = (1 + \delta_2) \quad (3.2)$$

Las ecuaciones (3.1) y (3.2) se dan de tal forma que  $q_1$  y  $q_2$  son positivos si las paredes están siendo enfriadas, y negativos si es un calentamiento lo que está ocurriendo.

Este cambio de las dos condiciones de frontera antes mencionadas provoca que el procedimiento de solución para el problema de transferencia de calor conjugado sea otro completamente diferente al del capítulo anterior. En este caso una nueva ecuación es necesaria para poder completar el sistema de ecuaciones y obtener las constantes que aparecen al resolver el modelo matemático para la temperatura.

El gradiente de temperatura axial  $A$  es nuevamente asumido como constante al considerarse el flujo térmico completamente desarrollado [50], pero a diferencia del problema resuelto en el capítulo anterior aquí este gradiente se puede determinar del siguiente balance de energía [67].

$$Pe \int_{-1}^1 u \frac{d\theta}{dx} dy = \int_{-1}^1 \left( \frac{du}{dy} \right)^2 dy - (\gamma_1 q_1 + \gamma_2 q_2) \quad (3.3)$$

Utilizando la solución obtenida de la velocidad (2.5) se obtiene

$$A = \frac{d\theta}{dx} = \frac{\int_{-1}^1 \left(\frac{du}{dy}\right)^2 dy - (\gamma_1 q_1 + \gamma_2 q_2)}{2Pe} \quad (3.4)$$

Las soluciones para los campos de temperatura del fluido y las paredes sólidas se muestran a continuación.

Para la región del fluido:

$$\theta(y) = -\frac{1}{4F_3^2} (F_5 y^4 - 2F_2 F_5 y^3 + 6F_4 y^2) + C_1 y + C_2 \quad (3.5)$$

A su vez, la temperatura en las paredes del microcanal están dadas por:

$$\theta_{w1}(y) = C_3 y + C_4 \quad (3.6)$$

$$\theta_{w2}(y) = C_5 y + C_6 \quad (3.7)$$

Donde:

$$F_3 = 3F_1 - 1$$

$$F_4 = 3F_2^2 - APeF_1F_3$$

$$F_5 = 12 + APeF_3$$

$$C_1 = \frac{\gamma_2 q_2 - \gamma_1 q_1}{2} - \frac{3F_2 F_5}{3F_3^2}$$

Aquí, las expresiones para  $F_1$  y  $F_2$  son las mismas del capítulo anterior y la constante  $C_2$  es determinada utilizando el balance de energía total entre los puntos  $x=0$  y  $x=x$  en la forma:

$$Pe \int_{-1}^1 u(\theta - \theta_0) dy = x \left[ \int_{-1}^1 \left( \frac{du}{dy} \right)^2 dy - (\gamma_1 q_1 + \gamma_2 q_2) \right] \quad (3.8)$$

Sustituyendo la ecuación  $(\theta - \theta_0) = Ax + \theta(y)$ , en la ecuación anterior se evalúa la constante  $C_2$  y se obtiene

$$C_2 = \int_{-1}^1 u \left[ -\frac{1}{4F_3^2} (F_5 y^4 - 2F_2 F_5 y^3 + 6F_4 y^2) + C_1 y \right] dy$$

$$C_3 = -q_1$$

$$C_4 = -\frac{1}{4F_3^2} [6F_4 - 2F_2 F_5 + F_5] + C_1 + C_2 + q_1$$

$$C_5 = q_2$$

$$C_6 = -\frac{1}{4F_3^2} [6F_4 + 2F_2 F_5 + F_5] - C_1 + C_2 + q_2$$

La variación del perfil de temperatura para diferentes valores del flujo de calor y del deslizamiento para enfriamiento asimétrico se muestra en la figura 3.1. Se observa que la temperatura del fluido disminuye con el aumento de la longitud de deslizamiento ya que la fricción del fluido disminuye y menos calor se libera por este motivo y al aumentar el flujo de calor también disminuye la temperatura a consecuencia del calor que está saliendo del sistema que se enfría hacia el medio por las paredes.

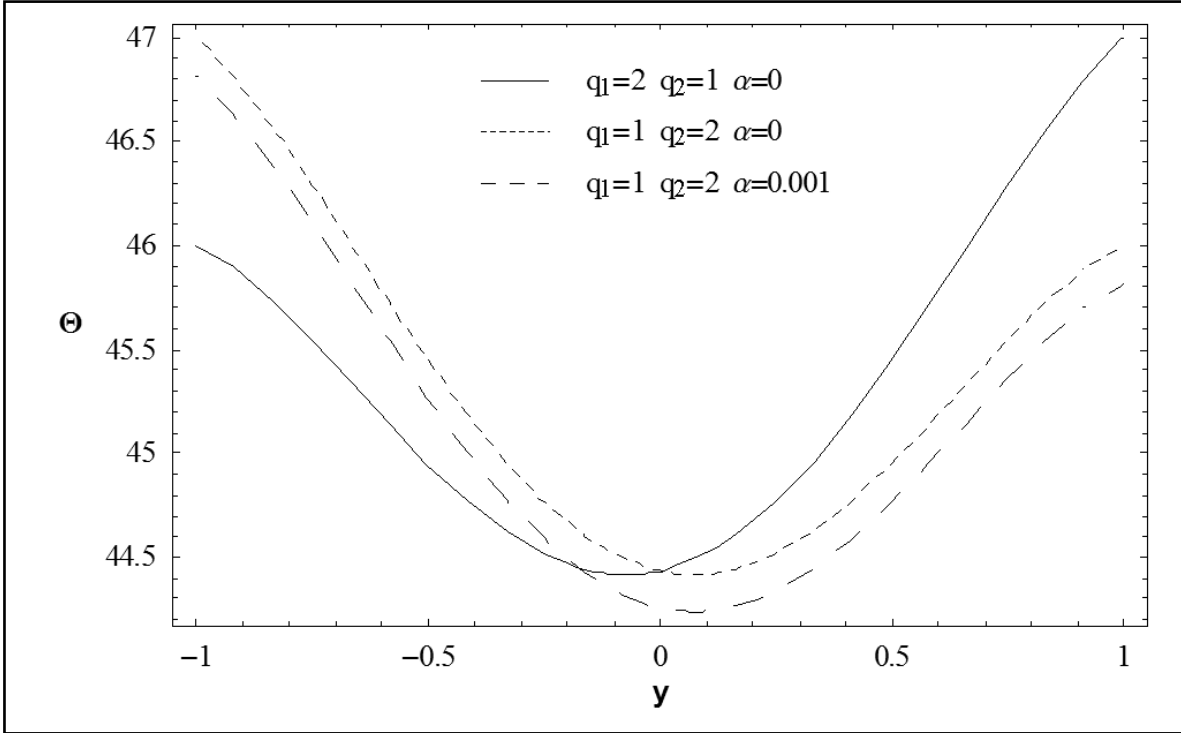


Fig.3.1. Perfil de temperatura para diferentes valores de  $q$  y  $\alpha$ .  $\gamma = 1$ ,  $Pe = 1$ . (Caso de enfriamiento)

### 3.4 PRODUCCIÓN LOCAL Y GLOBAL DE ENTROPÍA

Al igual que en el capítulo anterior, los campos de velocidad y temperatura obtenidos así como sus gradientes son usados para calcular la producción de entropía local en términos adimensionales.

$$\dot{S} = \frac{1}{\theta^2} \left[ \left( \frac{\partial \theta}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \theta}{\partial y} \right)^2 \right] + \frac{\gamma_1}{\theta_{w1}^2} \left( \frac{\partial \theta_{w1}}{\partial y} \right)^2 + \frac{\gamma_2}{\theta_{w2}^2} \left( \frac{\partial \theta_{w2}}{\partial y} \right)^2 + \frac{1}{\theta} \left( \frac{du}{dy} \right)^2 \quad (3.9)$$

Los términos que aparecen en (3.9) son los mismos de la ecuación (2.18) y están relacionados con los mismos efectos disipativos pero ahora al integrar (3.9) se obtiene la entropía global del sistema como una función de los parámetros  $Pe$ ,  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$ ,  $q_1$ ,  $q_2$ ,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\theta_o$  [67].

$$\langle \dot{S} \rangle = \int_{-1}^1 \dot{S} dy$$

$$\langle \dot{S} \rangle = f(Pe, \gamma_1, \gamma_2, q_1, q_2, \alpha_1, \alpha_2, \theta_o)$$

### 3.4.1 Análisis de resultados

En la figura 3.2 se reporta la generación de entropía como una función del flujo de calor a través de las paredes cuando dicho flujo es el mismo en ambas paredes para diferentes valores de  $\alpha$  y  $\gamma$ .  $Pe = 0.3$ ,  $\Theta_0 = 5$ . Se puede observar que la producción de entropía alcanza valores mínimos para las tres curvas y por tanto, se obtienen valores óptimos del flujo de calor  $q$ . Estos valores óptimos de  $q$  se desplazan hacia valores menores cuando  $\alpha$  y  $\gamma$  aumentan.

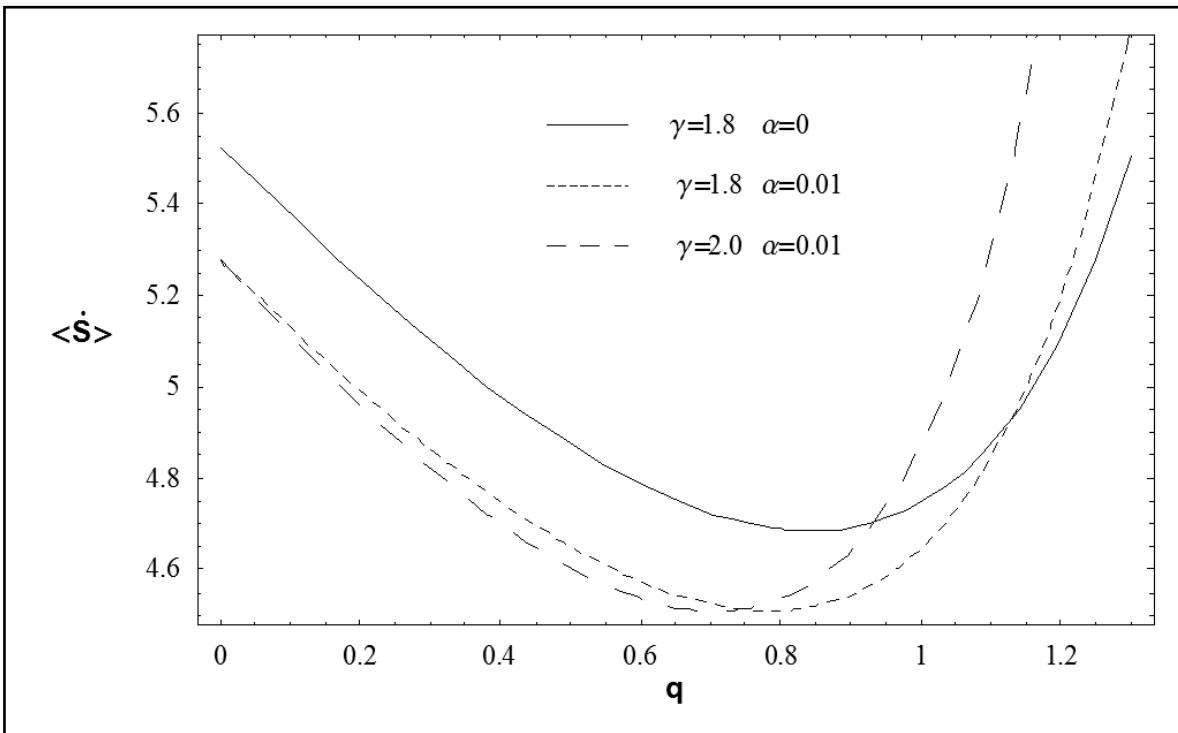


Fig.3.2. Producción de entropía global como una función del flujo de calor,  $q$ , para diferentes valores de  $\alpha$  y  $\gamma$ .  $Pe = 0.3$ ,  $\Theta_0 = 5$ .

En la figura 3.3 se muestra la producción de entropía global como una función del flujo de calor,  $q$ , para diferentes valores de  $Pe$  y  $\Theta_0$  mientras que  $\alpha = 0.01$  y  $\gamma = 1.5$ . Similarmente, a lo que ocurrió en la figura 3.2, una vez más la entropía alcanza valores mínimos que llegan a ser menores a medida que  $Pe$  y  $\Theta_0$  aumentan. El efecto de  $\Theta_0$  sobre el valor óptimo de  $q$  es insignificante mientras que dicho valor óptimo de  $q$  es menor valores mayores de Péclet.



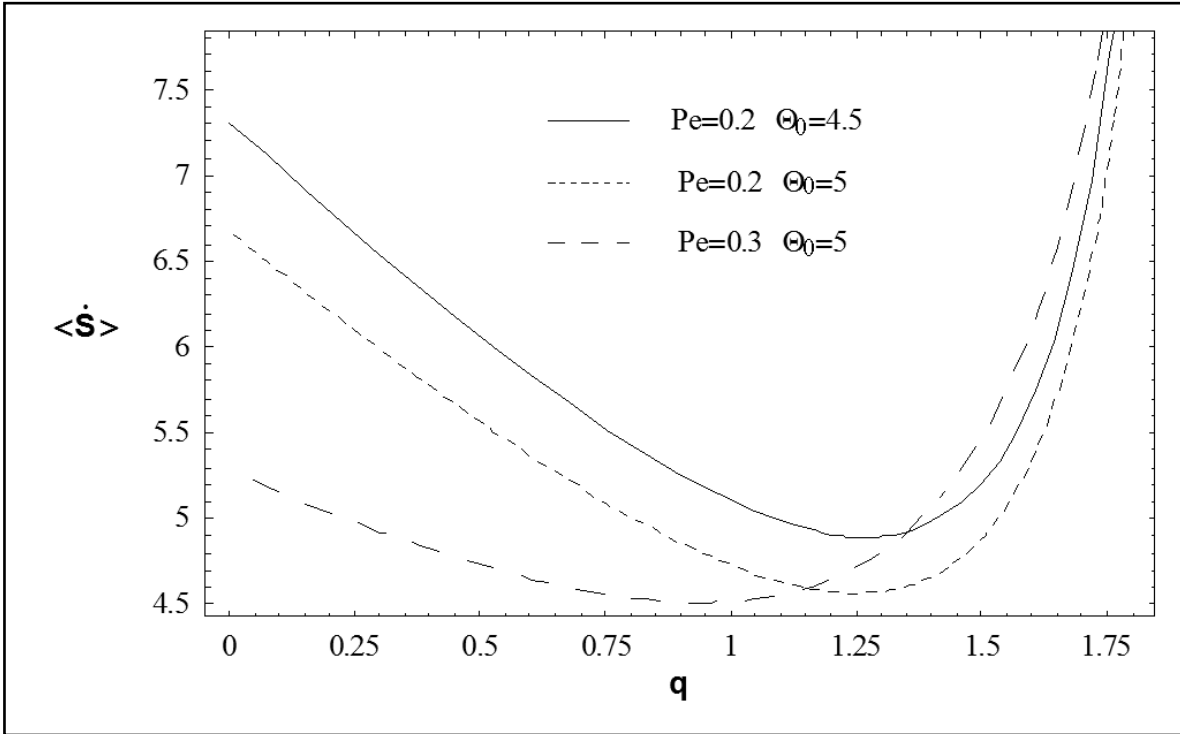


Fig.3.3. Producción de entropía global como una función del flujo de calor,  $q$ , para diferentes valores de  $Pe$  y  $\Theta_0$ .  $\alpha = 0.01, \gamma = 1.5$

En la figura 3.4 se muestra la variación de la producción de entropía global como una función de la longitud de deslizamiento,  $\alpha$ , para diferentes valores de  $q$  y  $Pe$  cuando  $\gamma = 1$  y  $\Theta_0 = 5$ . Mínimos valores de entropía se observan en las tres curvas mostradas, por tanto, es posible encontrar un valor óptimo de la longitud de deslizamiento,  $\alpha_{opt}$ , el cual conduce a una generación de entropía mínima. En valores mayores de  $q$  disminuye el valor de  $\alpha_{opt}$  y aumenta el correspondiente valor mínimo de entropía debido fundamentalmente a la disminución de la temperatura.

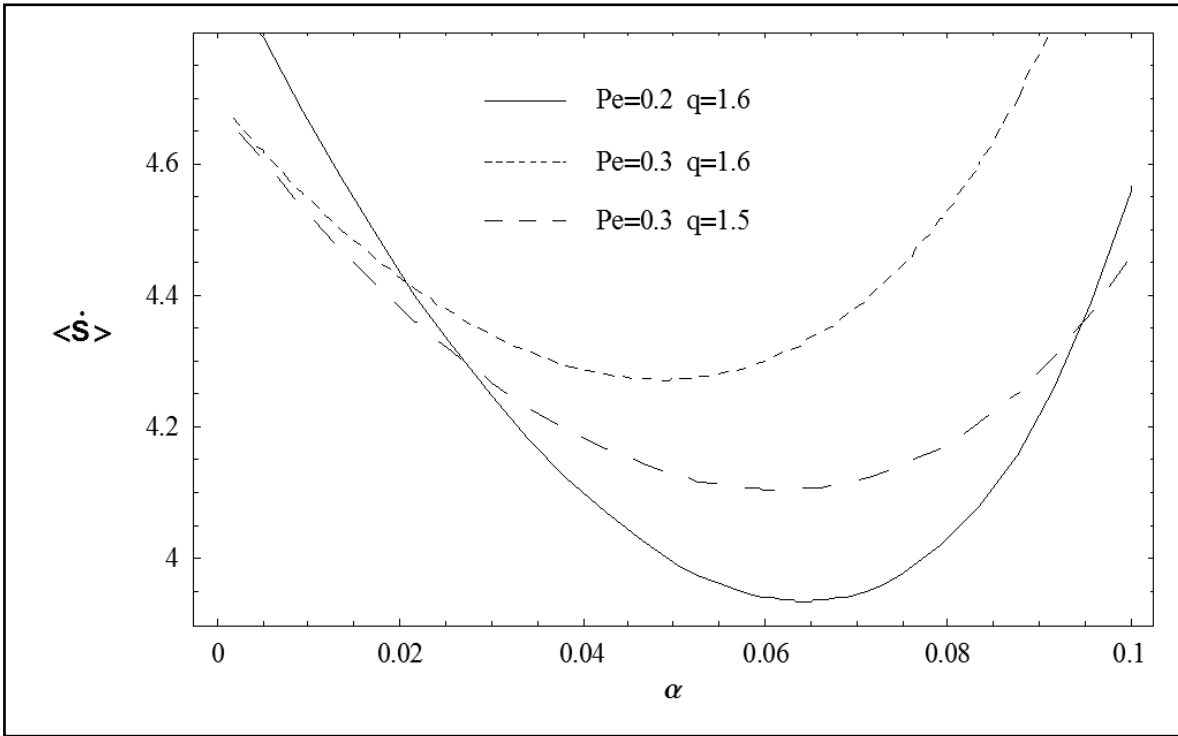


Fig.3.4. Producción de entropía global como una función de la longitud de deslizamiento,  $\alpha$ , para diferentes valores de  $q$  y  $Pe$ .  $\gamma = 1$ ,  $\Theta_0 = 5$ .

En la figura 3.5, se presenta el efecto que la relación de conductividades térmicas pared-fluido tiene sobre la producción de entropía global al ser graficada esta última cantidad como una función de la longitud de deslizamiento,  $\alpha$ , para diferentes valores de  $\gamma$  cuando  $Pe = 0.2$ ,  $q = 2$  y  $\Theta_0 = 5$ . Aquí la mayor contribución a las irreversibilidades son las debidas a la disipación viscosa. Este término aumenta con  $\gamma$  para un valor constante de  $\alpha$  debido a esto mientras mayor es  $\gamma$  mayor será el valor de entropía mínimo. Además, cuando  $\gamma$  aumenta, el incremento del término asociado a disipación viscosa en el fluido domina sobre los otros términos para valores más pequeños de  $\alpha$  y debido a esto mientras mayor son los valores de  $\gamma$  menor será el valor óptimo de  $\alpha$  donde el mínimo es alcanzado y a partir del cual comienza a aumentar la entropía.

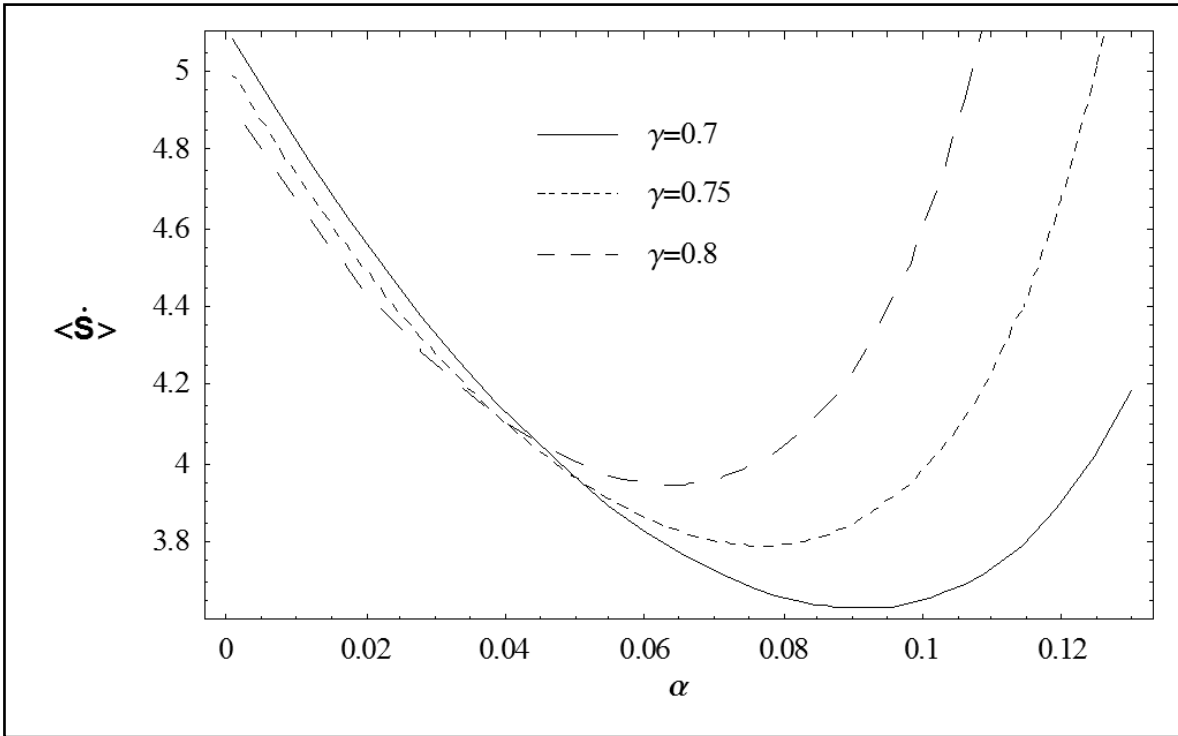


Fig.3.5. Producción de entropía global como una función de la longitud de deslizamiento,  $\alpha$ , para diferentes valores de  $\gamma$ .  $Pe = 0.2$ ,  $q = 2$ ,  $\Theta_0 = 5$ .

En las figuras 3.6 y 3.7 se muestran los efectos del flujo de calor,  $q$ , y del deslizamiento,  $\alpha$ , sobre la entropía global para  $\Theta_0 = 5$ , respectivamente. En la figura 3.6 se toma  $Pe=0.3$  mientras que en la figura 3.7 se toma  $\gamma = 1$ . En ambas figuras los valores mínimos alcanzados por  $\langle \dot{S} \rangle$  corresponden a valores óptimos de  $\gamma$  y  $Pe$ , respectivamente. Como puede ser observado en la figura 3.6 un aumento en los valores tanto de  $q$  como de  $\alpha$  disminuye el valor óptimo de  $\gamma$ . Por otro lado, en la figura 3.7 se ilustra claramente que mientras mayor es el valor de  $q$  menor es el valor de  $Pe$  óptimo y mayor el correspondiente valor de entropía mínima. Mientras mayor es el valor de  $\alpha$  menor será el valor de entropía mínima y el valor óptimo de  $Pe$  se desplaza hacia valores menores.

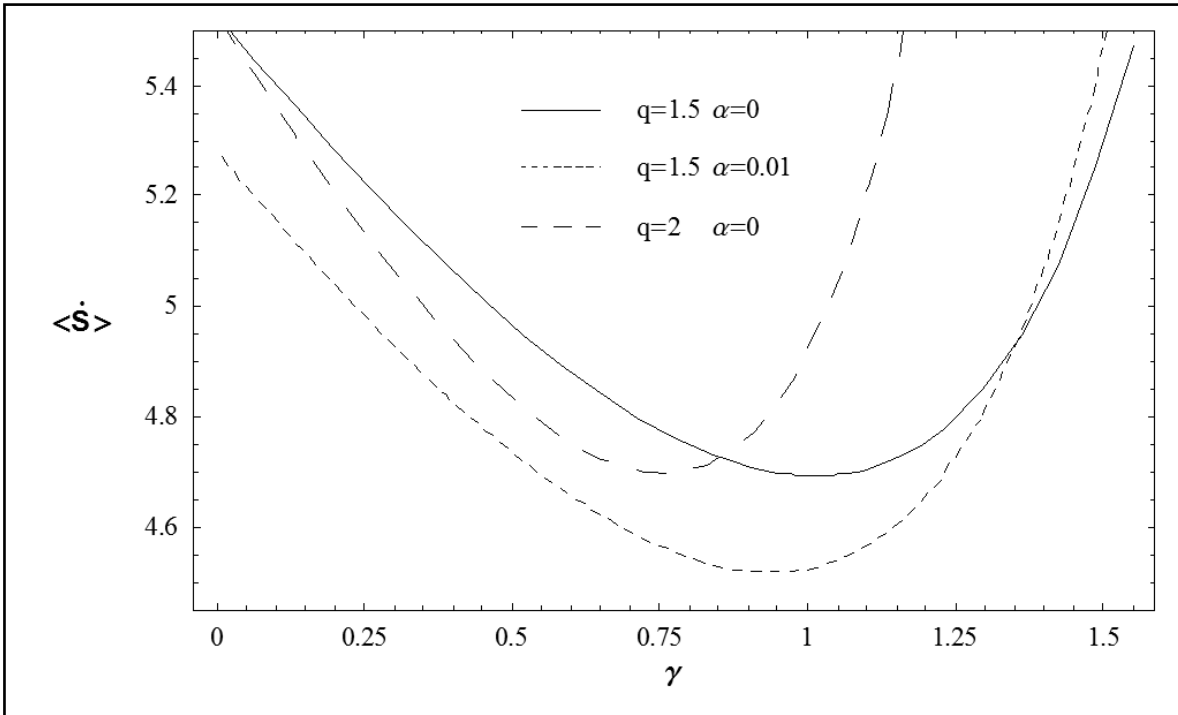


Fig.3.6. Producción de entropía global como una función de la conductividad térmica de la pared,  $\gamma$ , para diferentes valores de  $q$  y  $\alpha$ .  $Pe = 0.3$ ,  $\theta_0 = 5$ .

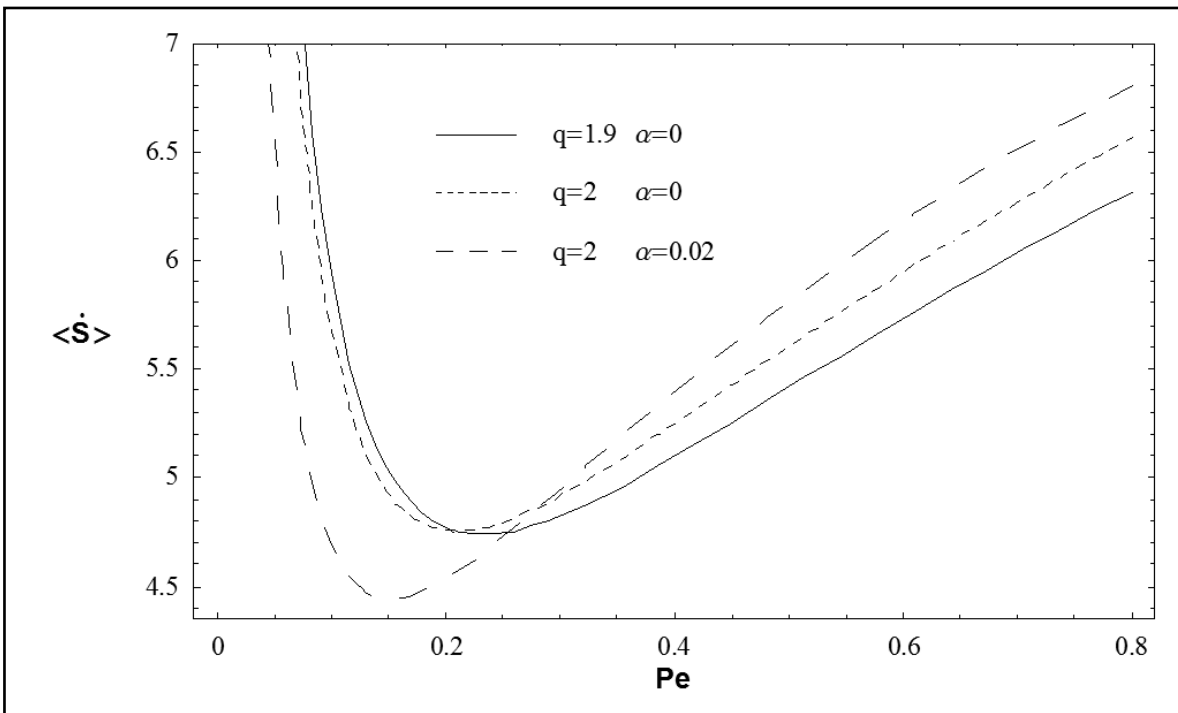


Fig.3.7. Producción de entropía global como una función del número de Péclet,  $Pe$ , para diferentes valores de  $q$  y  $\alpha$ .  $\gamma = 1$ ,  $\theta_0 = 5$ .

En la figura 3.8 se presenta la producción de entropía global como una función de la conductividad térmica de la pared superior,  $\gamma_2$ , para diferentes valores de  $Pe$ , cuando  $\gamma_1 = 1$ ,  $\alpha = 0.01$ ,  $q_1 = 2$ ,  $q_2 = 1.75$  y  $\theta_0 = 5$ . Se observa que  $\langle \dot{S} \rangle$  presenta valores mínimos para los tres valores explorados de  $Pe$ . Esto significa que para un fluido dado, las irreversibilidades pueden ser minimizadas con una selección adecuada de las conductividades térmicas de las paredes. Aunque los resultados en las figuras 3.2-3.8 son para una selección particular de algunos valores de los parámetros, se ha verificado que un mínimo de entropía puede ser alcanzado en un amplio rango de valores de estos parámetros.

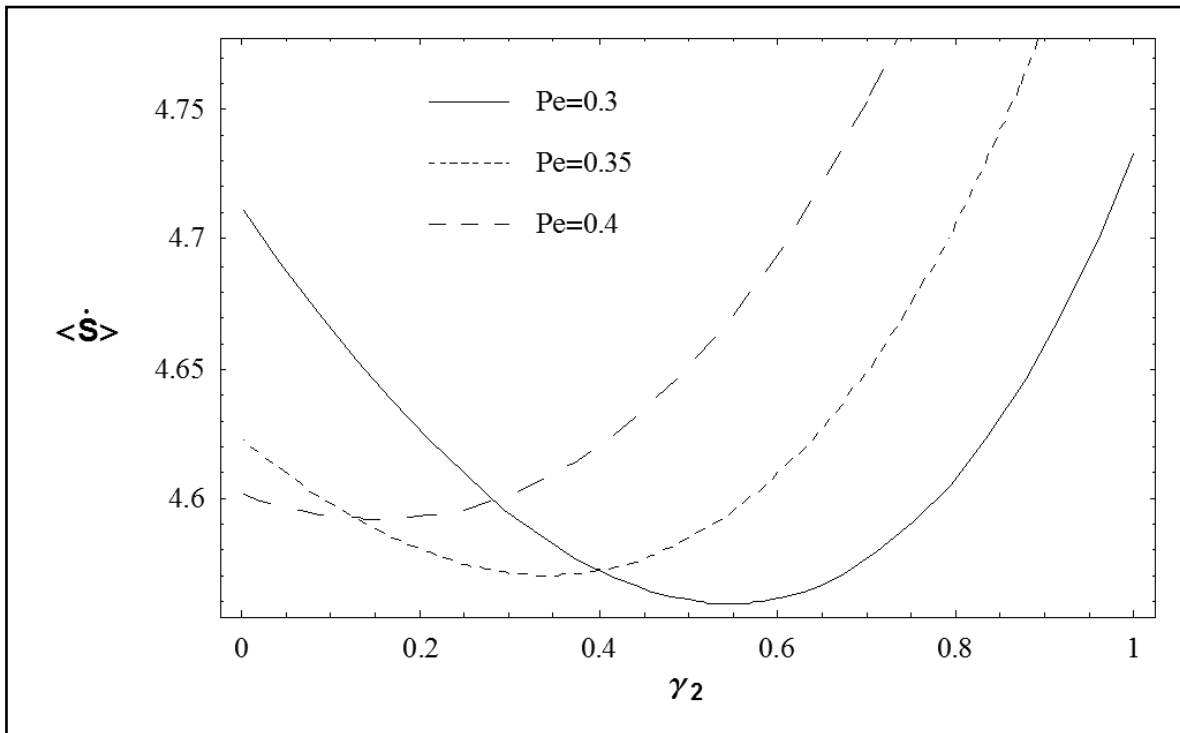


Fig.3.8. Producción de entropía global como una función de la conductividad térmica de la pared superior,  $\gamma_2$ , para diferentes valores de  $Pe$ .  $\gamma_1 = 1$ ,  $\alpha = 0.01$ ,  $q_1 = 2$ ,  $q_2 = 1.75$ ,  $\theta_0 = 5$ .

### 3.5 CONCLUSIONES

Se ilustra los efectos combinados de condiciones de frontera de flujo de calor uniforme a través de las paredes de un microcanal y del flujo de deslizamiento sobre la generación de entropía. El campo de temperatura se determinó resolviendo el problema conjugado de transferencia de calor con condiciones térmicas de flujo de calor uniforme a través de las paredes, y considerando al igual que en el problema del capítulo anterior, continuidad de la temperatura y el flujo de calor en las interfaces pared-fluido.

En el procedimiento de solución además de las seis ecuaciones obtenidas al evaluar las seis condiciones de frontera en el modelo matemático, una ecuación adicional de balance de energía es requerida para poder obtener las constantes del problema conjugado de transferencia para la temperatura.

Los resultados mostraron que la producción global de entropía alcanza mínimos en valores específicos del flujo de calor constante que existe a través de las paredes para una combinación de los parámetros físicos y geométricos del sistema. Además, se obtuvo que al aumentar dicho flujo de calor los valores óptimos de  $Pe$ ,  $\gamma$  y  $\alpha_{opt}$  se desplazan hacia valores menores y por lo general, los correspondientes valores de entropía mínima se desplazan hacia valores mayores.

## CONCLUSIONES Y COMENTARIOS FINALES

En este trabajo es aplicado el método de minimización de la producción de entropía para la optimización de un fluido viscoso que tiene lugar en un microcanal de placas paralelas con paredes de espesor finito. En los problemas resueltos, el campo de velocidad es determinado usando condiciones de frontera de deslizamiento y el campo de temperatura es determinado resolviendo el problema conjugado de transferencia de calor donde se considera tanto el fluido como las paredes del canal por el que este se mueve. En el primer problema se utilizan condiciones de frontera térmicas de tercer tipo en las superficies externas de las paredes y, en el segundo problema, condiciones térmicas de flujo de calor uniforme a través de las paredes. En ambos casos se consideran continuidad de la temperatura y el flujo de calor en las interfaces pared-fluido.

Explorar las condiciones de frontera térmicas en la forma mencionada anteriormente permite generalizar nuestra investigación ya que se pueden abarcar todos los posibles tipos de condiciones de fronteras térmicas que existen, es decir, condiciones de frontera de temperatura constante (se obtiene aplicando el límite cuando el número de Biot tiende a infinito a nuestra solución del primer problema analizado en el capítulo II), de aislamiento térmico (se obtiene aplicando el límite cuando el número de Biot tiende a cero), de flujo de calor constante y de convección.

Una vez obtenidos los comportamientos dinámico y térmico de los sistemas analizados, se puede obtener una expresión explícita para la producción local de entropía en función de los campos de velocidad y temperatura y de los gradientes de estas dos cantidades. Esta entropía local se integra en todo el volumen del sistema y se obtiene la producción global de entropía como una función de los parámetros relevantes del problema.

En el primer problema, se presta mayor atención a los efectos de la velocidad de deslizamiento del fluido en las paredes y en el segundo al flujo de calor constante a través de las paredes. Se obtienen valores óptimos de ambas cantidades que conducen a una mínima producción global de entropía. Además, se analizan los efectos de estas dos cantidades sobre los valores óptimos de algunos de los otros parámetros considerados en el modelo matemático de ambos problemas.

Los resultados muestran que en el primer problema estudiado al aumentar el deslizamiento del fluido en las paredes, los valores óptimos del número de Peclet,  $Pe_{opt}$ , de la relación de

conductividades pared inferior-fluido,  $\gamma_{1\,opt}$ , y del número de Biot de la pared inferior,  $Bi_{1\,opt}$ , se desplazan hacia valores menores y los correspondientes valores de entropía mínima se desplazan hacia valores mayores, excepto el correspondiente al valor óptimo de Peclet que prácticamente permanece sin variación. En el segundo problema se obtuvo que al aumentar el flujo de calor uniforme a través de las paredes los valores óptimos del número de Peclet,  $Pe_{opt}$ , de la relación de conductividades térmicas de ambas paredes cuando son iguales,  $\gamma_{opt}$ , y del deslizamiento cuando también es igual en ambas paredes,  $\alpha_{opt}$ , se desplazan hacia valores menores, y por lo general, sus correspondientes valores de entropía mínima se desplazan hacia valores mayores.

En el primer caso de condiciones de frontera térmicas de tercer tipo también se analiza el número de Nusselt, es decir, el coeficiente interno de transferencia de calor adimensional para algunos casos específicos. Se obtiene un valor óptimo de la longitud de deslizamiento que maximiza la transferencia de calor.

Por último se debe mencionar que el procedimiento de solución utilizado para cada caso es diferente. Cuando se considera flujo de calor uniforme a través de las paredes además de las seis ecuaciones obtenidas al evaluar las seis condiciones de frontera en el modelo matemático, una ecuación adicional de balance de energía es requerida para poder obtener las constantes del problema conjugado de transferencia para la temperatura mientras que en el problema de condiciones de frontera térmicas de tercer tipo sólo se requiere evaluar las seis condiciones de frontera utilizadas.



## NOMENCLATURA

- $a$  Distancia de separación entre el centro del canal y cada pared [m]
- $A$  Gradiente de temperatura axial,  $\frac{\partial \theta}{\partial x}$
- $Bi$  Número de Biot,  $ah/k$
- $C$  Calor específico del fluido [ $\text{J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$ ]
- $h$  Coeficiente interno de transferencia de calor por convección,  $-\frac{k}{T_w - T_b} \left( \frac{\partial T}{\partial y'} \right)_{y'=a}$  [ $\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$ ]
- $k$  Conductividad térmica del fluido [ $\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$ ]
- $k_w$  Conductividad térmica de la pared [ $\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$ ]
- $Nu$  Número Local de Nusselt,  $h_i a / 2k$
- $p$  Presión [kPa]
- $Pe$  Número de Peclet  $PrRe = Ua\rho C/k$
- $Pr$  Número de Prandtl,  $C\eta/k$
- $Re$  Número de Reynolds,  $Ua\rho/\eta$
- $\dot{S}'$  Producción de Entropía, [ $\text{Wm}^{-3}\text{K}^{-1}$ ]
- $\dot{S}$  Producción de Entropía local adimensional por unidad de longitud,  $k/\dot{S}'a^2$
- $\langle \dot{S} \rangle$  Producción de Entropía global adimensional
- $t_w$  Espesor de la pared [m]
- $T$  Temperatura del fluido [K]
- $T_w$  Temperatura de la pared [K]
- $T_a$  Temperatura ambiente [K]
- $T_b$  Temperatura promedio de la sección transversal del fluido  $\int_{-a}^a u'Tdy' / \int_{-a}^a u'dy'$  [K]
- $u'$  Velocidad axial del fluido [m/s]

$u$  Velocidad axial adimensional del fluido,  $u'/U$

$U$  Velocidad característica del fluido [m/s]

$x'$  Coordenada axial [m]

$x$  Coordenada axial adimensional,  $x'/a$

$y'$  Coordenada transversal [m]

$y$  Coordenada adimensional transversal,  $y'/a$

### **Símbolos Griegos**

$\delta$  Relación de espesores pared-fluido,  $t_w/a$

$\eta$  Viscosidad dinámica del fluido [ $\text{kg m}^{-1}\text{s}^{-1}$ ]

$\theta$  Temperatura adimensional del fluido,  $kT/\eta U^2$

$\theta_w$  Temperatura adimensional de la pared,  $kT_w/\eta U^2$

$\theta_a$  Temperatura adimensional externa del ambiente,  $kT_a/\eta U^2$

$\theta_b$  Temperatura promedio adimensional de la sección transversal del fluido,  $\int_{-1}^1 u\theta dy / \int_{-1}^1 u dy$

$\rho$  Densidad del fluido [ $\text{kg/m}^3$ ]

$\gamma$  Relación térmica de conductividades térmicas pared-fluido  $k_w/k$

### **Subíndice**

1 Pared inferior

2 Pared superior

w Pared

## LISTA DE FIGURAS

	Página
Fig.2.1. Diagrama del sistema	25
Fig.2.2. Perfil de velocidad para diferentes valores de $\alpha_2$ cuando $\alpha_1 = 0$	27
Fig.2.3. Producción de entropía global como una función de la longitud de deslizamiento de la pared superior, $\alpha_1$ , para diferentes valores de $\alpha_2$ . $Pe=0.1, A = 7.8, \gamma_1 = \gamma_2 = 12, Bi_1 = Bi_2 = 2$ y $\delta_1 = \delta_2 = 0.05$ .	32
Fig.2.4. Producción global de entropía como una función de la longitud simple de deslizamiento, $\alpha$ , para diferentes valores de $\delta_1 = \delta_2$ . $Pe=0.1, A = 7.8, \gamma_1 = \gamma_2 = 12, Bi_1 = Bi_2 = 2$ (condición de deslizamiento simétrica).	33
Fig.2.5. Producción de entropía global normalizada como una función del número de Biot de la pared inferior, $Bi_1$ , para diferentes valores de $\alpha_1 = \alpha_2$ . $Pe=0.1, A = 1, \gamma_1 = \gamma_2 = 2, Bi_2 = 10$ y $\delta_1 = \delta_2$	34
Fig.2.6. Producción de entropía global normalizada como una función de la conductividad térmica de la pared inferior, $\gamma_1$ , para diferentes valores de $Bi_1 = Bi_2$ y $\alpha_1 = \alpha_2$ . $Pe = 0.1, A = 1, \gamma_2 = 10$ y $\delta_1 = \delta_2 = 0.1$ .	35
Fig.2.7. Producción de entropía global como una función del gradiente de temperatura axial, $A$ , para diferentes valores de $\alpha_1 = \alpha_2$ . $Pe = 0.1, \gamma_1 = \gamma_2 = 2, Bi_1 = Bi_2 = 4$ y $\delta_1 = \delta_2 = 0.1$ .	36
Fig.2.8. Producción de entropía global normalizada como una función del número de Péclet, para diferentes valores de $\alpha_1 = \alpha_2$ . $A = 1, \gamma_1 = \gamma_2 = 10, Bi_1 = Bi_2 = 3$ y $\delta_1 = \delta_2 = 0.1$ .	36
Fig.2.9. Número de Nusselt como una función de la longitud de deslizamiento de la pared superior, $\alpha_1$ , para diferentes valores de la longitud de deslizamiento de la pared inferior $\alpha_2$ . $Pe = 0.1, A = 10, \gamma_1 = 1, \gamma_2 = 0.2, Bi_1 = Bi_2 = 2$ y $\delta_1 = \delta_2 = 0.05$ .	38
Fig.2.10. Número de Nusselt normalizado como una función de la longitud de deslizamiento de la pared superior, $\alpha_1$ , para diferentes valores del espesor de la pared $\delta_1 = \delta_2$ . $Pe = 0.1, A = 10, \gamma_1 = 1, \gamma_2 = 0.2, Bi_1 = Bi_2 = 2$ y $\alpha_2 = 0.05$ .	39
Fig.3.1. Perfil de temperatura para diferentes valores de $q$ y $\alpha$ . $\gamma = 1, Pe = 1$ . (Caso de enfriamiento)	47
Fig.3.2. Producción de entropía global como una función del flujo de calor, $q$ , para diferentes valores de $\alpha$ y $\gamma$ . $Pe = 0.3, \theta_0 = 5$ .	48
Fig.3.3. Producción de entropía global como una función del flujo de calor, $q$ , para diferentes valores de $Pe$ y $\theta_0$ . $\alpha = 0.01, \gamma = 1.5$	49
Fig.3.4. Producción de entropía global como una función de la longitud de deslizamiento, $\alpha$ , para diferentes valores de $q$ y $Pe$ . $\gamma = 1, \theta_0 = 5$ .	50
Fig.3.5. Producción de entropía global como una función de la longitud de deslizamiento, $\alpha$ , para diferentes valores de $\gamma$ . $Pe = 0.2, q = 2, \theta_0 = 5$ .	51
Fig.3.6. Producción de entropía global como una función de la conductividad térmica de la pared, $\gamma$ , para diferentes valores de $q$ y $\alpha$ . $Pe = 0.3, \theta_0 = 5$ .	52
Fig.3.7. Producción de entropía global como una función del número de Péclet, $Pe$ , para diferentes valores de $q$ y $\alpha$ . $\gamma = 1, \theta_0 = 5$ .	52
Fig.3.8. Producción de entropía global como una función de la conductividad térmica de la pared superior, $\gamma_2$ , para diferentes valores de $Pe$ . $\gamma_1 = 1, \alpha = 0.01, q_1 = 2, q_2 = 1.75, \theta_0 = 5$ .	53

## REFERENCIAS

1. Narendra Singh, S.C. Kaushik, R. D. Misra, *Exergetic analysis of a solar thermal power system*, Renewable Energy 19 (2000) (135-143).
2. Fermi E., *Thermodynamics*, (Dover, N.Y., 1956).
3. Callen H. B., *Thermodynamics and an introduction to thermostatics*, 2nd. Edition, (Wiley, N. Y., 1985).
4. Zemansky M. W. y Dittman R. H., *Heat and thermodynamics*, (McGraw-Hill, N.Y., 1996).
5. García-Colín L. S., *Introducción a la termodinámica clásica*, (Trillas, México, 1998).
6. de Groot S. R. y Mazur P., *Non-equilibrium Thermodynamics*, (Dover, N.Y., 1984).
7. García-Colín L. S., *Termodinámica de procesos irreversibles*, (UAM, México, 1989).
8. Criado-Sancho M. y Casas-Vázquez J., *Termodinámica química y de los procesos irreversibles*, 2<sup>a</sup> Edición, (Pearson-Addison Wesley, Madrid, 2004).
9. Bejan A., *Entropy generation minimization*, CRC, Boca Ratón, 1995.
10. Bejan A., Tsatsaronis G. y Moran M., *Thermal design and optimization*, (Wiley, N.Y. 1995).
11. Bejan y E. Mamut, *Thermodynamic optimization of complex energy systems*, (Springer, Berlin, 1999).
12. Bejan A. Second law analysis in heat transfer. Energy 1980;5(8-9):720-32.
13. Bejan A. Minimization of Entropy Generation, CRC Press, Boca Raton; 1996.
14. San JY. Second-law performance of heat exchangers for waste heat recovery. Energy 2010;35(5):1936-45.
15. Revellin R, Lips S, Khandekar S, Jocelyn Bonjour J. Local entropy generation for saturated two-phase flow. Energy 2009;34(9):1113-21.
16. Sciacovelli A, Verda V. Entropy generation analysis in a monolithic-type solid oxide fuel cell (SOFC). Energy 2009;34(7):850-65.

17. Li X, Faghri A. Local entropy generation analysis on passive high concentration DMFCs (direct methanol fuel cell) with different cell structures. *Energy* 2011;36:403-14.
18. Rangel VH, Damian C, Juarez D, Gallegos A, Zaleta A, Plascencia H. Entropy generation analysis of a proton exchange membrane fuel cell (PEMFC) with a fermat spiral as a flow distributor. *Energy* 2011;36:4864-70.
19. Ibáñez G, López de Haro M, Cuevas S. Thermodynamic optimization of radial MHD flow between parallel disks, *J. Non-Equilib. Thermodyn.* 2004;29:107-22.
20. Ibáñez G, Cuevas S, López de Haro M. Optimization analysis of an alternate MHD electric generator. *Energy Convers Manag* 2002;43(14):1757-71.
21. Ibáñez G, Cuevas S, López de Haro M. Optimization of a magnetohydrodynamic flow based on the entropy generation minimization method. *Int Comm Heat Mass Transfer* 2006;33:295-301.
22. Ibáñez G, Cuevas S. Optimum wall conductance ratio in magnetoconvective flow in a long vertical rectangular duct. *Int J Thermal Sci* 2008;47:1012-9.
23. Saidi MH, Montazeri A. Second law analysis of a magnetohydrodynamic plasma generator. *Energy* 2007;32(9):1603-16.
24. Makinde OD, Aziz A. Analysis of entropy generation and thermal stability in a long hollow cylinder with asymmetry convective cooling, *Heat and Mass Transfer* 2011; 47(11):1407-15.
25. Aziz A, Khan WA. Classical and minimum entropy generation analyses for steady state conduction with temperature dependent thermal conductivity and asymmetric thermal boundary conditions: regular and functionally graded materials, *Energy* 2011;36:6195-6207.
26. Makinde OD. Irreversibility analysis of variable viscosity channel flow with convective cooling at the walls, *Canadian Journal of Physics* 2008;86(2):383-89.
27. Tshela MS, Makinde OD, Okecha GE. Heat transfer and entropy generation in a pipe flow with temperature dependent viscosity and convective cooling, *Scientific Research and Essays* 2010;5(23):3730-41.
28. Basak T, Anandalakshmi R, Kumar P, Roy S. Entropy generation vs energy flow due to natural convection in a trapezoidal cavity with isothermal and nonisothermal hot bottom wall. *Energy* 2012;37:514-32.

29. Kaluri RS, Basak T. Entropy generation due to natural convection in discretely heated porous square cavities. *Energy* 2011;36:5065-80.
30. Chen S, Du R. Entropy generation of turbulent double-diffusive natural convection in a rectangle cavity. *Energy* 2011;36:1721-34.
31. Mahian O, Mahmud S, Zeinali Heris S. Analysis of entropy generation between co-rotating cylinders using nanofluids. *Energy* 2012;44:438-46.
32. Ahmadi P, Hajabdollahi H, Dincer I. Cost and Entropy Generation Minimization of a Cross-Flow Plate Fin Heat Exchanger Using Multi-Objective Genetic Algorithm. *Transaction of the ASME, Journal of Heat Transfer* 2011;133:021801(1-10).
33. Guo Z Y, Zhu H, Liang X G. Entropy-A physical quantity describing heat transfer ability. *Int J Heat Mass Transfer* 2007; 50: 2545-56.
34. Chen Q, Zhu H, Pan N, Guo Z.Y. An alternative criterion in heat transfer optimization. *Proc. R. Soc. A* 2011;467:1012-28.
35. Chen Q, Wu J, Wang M, Pan N, Guo Z.Y. A comparison of optimization theories for energy conservation in heat exchanger groups. *Chinese Sci. Bull.*, 2011, 56(4-5): 449-54.
36. Chen Q, Wang M, Pan N, Guo Z Y. Optimization principles for convective heat transfer. *Energy* 2009;34:1199-1206.
37. Chen Q, Xu Y C. An entropy dissipation-based optimization principle for building central chilled water systems. *Energy* 2012;37:571-9.
38. Haddad O, Abuzaid M, Al-Nimr M. Entropy generation due to laminar incompressible forced convection flow through parallel-plates microchannel. *Entropy* 2004;6(5):413-26.
39. Chen K. Second-law analysis and optimization of microchannel flows subjected to different thermal boundary conditions. *Int J Energy Res* 2005;29(3):249-63.
40. Abbassi H. Entropy generation analysis in a uniformly heated microchannel heat sink. *Energy* 2007;32(10):1932-47.
41. Erbay LB, Yalcin MM, Ercan MS. Entropy generation in parallel plate microchannels. *Heat Mass Transfer* 2007;43:729-39.
42. Guo J, Xu M, Cai J, Huai X. Viscous dissipation effects on entropy generation in curved square microchannels. *Energy* 2011;36:5416-23.

43. Singh PK, Anoop KB, Sundararajan T, Das SK. Entropy generation due to flow and heat transfer in nanofluids. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 2010;53:4757-67.
44. Li J, Kleinstreuer C. Entropy generation analysis for nanofluid flow in microchannels. *Journal of Heat Transfer* 2010;132:122401-11.
45. Naterer GF, Adeyinka OB. Microfluidic exergy loss in a non-polarized thermomagnetic field. *Int J Heat Mass Transfer* 2005;48:3945-56.
46. Glockner PS, Naterer GF. Numerical simulation of electrokinetic flow and heat transfer in microchannels with a finite-volume method. *Num Heat Transfer Part A* 2006;49:451-70.
47. Naterer GF. Microfluidic friction and thermal energy exchange in a nonpolarized electromagnetic field. *Int J Energy Res* 2007;31:728-41.
48. Naterer GF. Effects of magnetic field strength and Hartmann number on electrodynamic energy exchange in microchannels. In: *Proc. 38th AIAA plasmadynamics and lasers conference*, 2007;2:1132-9.
49. Ibáñez G, and Cuevas S. Entropy generation minimization of a MHD (magnetohydrodynamic) flow in a microchannel, *Energy* 2010;35:4149-55.
50. Shamschiri M, Khazaeli R, Ashrafizaadeh M, Mortazavi S. Heat transfer and entropy generation analyses associated with mixed electrokinetically induced and pressure-driven power-law microflows, *Energy* 2012;42:157-69.
51. Linga Raju T. Magnetohydrodynamic slip-flow regime in a rotating channel, *J. Ind. Acad. Math.* 2007;29:27
52. Makinde OD and Osalusi E. MHD steady flow in a channel with slip at the permeable boundaries, *Rom. J. Phys.* 2006;51:319.
53. Smolentsev S. MHD duct flows under hydrodynamic slip condition, *Theo. Comput. Fluid Dyn.* 2009;23:557.
54. Shiping Yu, Timothy A Ameen. Slip-flow heat transfer in rectangular microchannels. *Int J Heat Mass Transfer* 2001; 44: 4225-34.
55. Hooman K. A superposition approach to study convection in straight microchannels of uniform but arbitrary cross-section. *Int. J. Heat Mass Transfer* 2008; 51:3753-62.

56. Ogedengbe EOB, Naterer GF and Rosen MA. Slip flow irreversibility of dissipative kinetic and internal energy exchange in microchannels. *J. Micromech. and Microeng.* 2006, 16:2167-2176.
57. Ogedengbe EOB, Naterer GF and Rosen MA. Slip flow irreversibility effects and conjugate heat transfer in a counterflow heated microchannel. 3rd IASME/WSEAS Int. Conf. on Energy and Environment, University of Cambridge, UK, February 2008, 23-25.
58. Hooman K. Heat transfer and entropy generation for forced convection through a microduct of rectangular cross-section: effects of velocity slip, temperature jump, and duct geometry. *Int Comm Heat Mass Transfer* 2008;35(9):1065-8.
59. Yazdi MH, Abdullah S, Hashim I, Sopian K, Zaharim A. Entropy Generation Analysis of Liquid Fluid Past Embedded Open Parallel Microchannels within the Surface. *European J. of Sc. Research* 2009;28(3):462-70.
60. Ibáñez G, López A, Cuevas S. Optimum wall thickness ratio based on the minimization of entropy generation in a viscous flow between parallel plates. *Int Comm Heat Mass Transfer* 2012;39:587-92.
61. Snyder WT. The influence of wall conductance on magnetohydrodynamic channel-flow heat transfer, *J. of Heat Transfer. Transactions of the ASME* 1964, 552-8.
62. de Groot SR, Mazur P. *Non-Equilibrium Thermodynamics*, Dover, New York; 1984
63. Holman JP. *Heat Transfer*. seventh ed., Mc Graw-Hill, New York; 1990.
64. Ibáñez G, Cuevas S, López de Haro M. Heat transfer in asymmetric convective cooling and optimized entropy generation rate, *Rev. Mex. Física* 2003;49:338-43.
65. Ibáñez G, Cuevas S, López de Haro M. Minimization of entropy generation by asymmetric convective cooling, *Int. J. Heat and Mass Transfer* 2003;46:1321-28.
66. Ibáñez G., López A., Pantoja J., Moreira J., Reyes J. A., "Optimum slip flow based on the minimization of entropy generation in parallel plate microchannels" *Energy: The International Journal* (ISSN: 0360-5442), 50, 143-149, Febrero 2013.
67. Ibáñez G., López A., Pantoja J., Moreira J.. "Combined effects of uniform heat flux boundary conditions and hydrodynamic slip on entropy generation in a microchannel." *International Journal of Heat and Mass Transfer* (ISSN: 0017-9310), 73, 201-206, 2014.