



UNIVERSIDAD DE CIENCIAS Y ARTES DE CHIAPAS

FACULTAD DE INGENIERÍA

T E S I S

“TRANSFERENCIA DE CALOR CONJUGADA Y MINIMIZACIÓN DE LA PRODUCCIÓN DE ENTROPÍA EN UN FLUJO ENTRE DOS PLANOS”

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

**MAESTRO EN CIENCIAS EN
DESARROLLO SUSTENTABLE**

PRESENTA

ARACELY LÓPEZ GRIJALVA

DIRECTOR

DR. GUILLERMO R. IBÁÑEZ DUHARTE

TUXTLA GUTIÉRREZ, CHIAPAS

OCTUBRE 2013

Quiero expresar mi agradecimiento

A mi Director de Tesis, el Doctor Guillermo R. Ibáñez Duharte por su profunda entereza en brindarme los conocimientos, transmitirme su experiencia científica, su permanente disposición a resolver dudas, sus valiosas críticas y sugerencias la cuales fueron fundamentales para la concreción de este trabajo.

A mis profesores de la Universidad de Ciencias y Artes de Chiapas ya que cada uno de ellos me proporcionó conocimientos invaluable. Agradezco la contribución que me brindaron el Dr. Raúl González Herrera y la Dra. Rebeca I. Martínez Salinas quienes con sus comentarios y observaciones enriquecieron el contenido de esta tesis.

Al proyecto CONACYT-SENER 152941 “Estación de prueba de sistemas energéticos renovables e implementación en comunidades de alta marginación en Chiapas” por su apoyo en el financiamiento de esta investigación.

A mis padres por enseñarme que la perseverancia y el esfuerzo son el camino para lograr objetivos.

Octubre 2013 Tuxtla Gutiérrez, Chiapas.

ÍNDICE GENERAL

Resumen.....	3
Introducción.....	5
Definición del problema.....	9
Objetivos.....	10
Justificación.....	10
Capítulo 1: Fundamentos teóricos	
1.1 Termodinámica clásica.....	13
1.2 Termodinámica Irreversible Lineal.....	17
1.3 Método de Minimización de la Producción de Entropía.....	22
Capítulo 2: Comportamiento dinámico y térmico de un fluido viscoso que se mueve entre dos planos paralelos de espesor finito	
2.1 Ecuación de balance de momento. Campo de velocidad.....	25
2.2 Ecuación de balance de energía. Campo de temperatura.....	27
2.3 Análisis de resultados.....	30
Capítulo 3: Optimización termodinámica y evaluación de la transferencia de calor interna del sistema	
3.1 Producción local y global de entropía.....	36
3.2 Análisis de la transferencia de calor interna. Número adimensional de Nusselt.....	41
Conclusiones y comentarios finales	45
Nomenclatura	46
Lista de figuras	48
Referencias	49
Anexos	52

RESUMEN

Se realiza la optimización de un sistema formado por un fluido viscoso que se mueve entre dos planos paralelos de espesor finito, separados por una cierta distancia con el propósito de minimizar las pérdidas de trabajo útil. En la solución del problema de transferencia de calor se considera tanto el fluido como las paredes del sistema, lo cual en la literatura especializada se conoce como problema conjugado de transferencia de calor.

Se toman en cuenta las pérdidas de trabajo útil debidas a conducción térmica en el fluido y ambas paredes del sistema, así como las debidas a la fricción entre el fluido y los planos a través de los cuales se mueve.

Para poder obtener las condiciones óptimas de operación del sistema en función de los parámetros geométricos y físicos que lo caracterizan se procede de la siguiente manera. Primeramente se obtienen los comportamientos dinámico y térmico del sistema que se analiza, para ello se resuelven las ecuaciones de balance de momento y energía para el fluido y de balance de energía para las paredes. Esto permite obtener los campos de velocidad y temperatura del fluido y los campos de temperatura de las paredes, respectivamente.

La ecuación de balance de momento se resuelve utilizando condiciones de frontera de no deslizamiento en las paredes y para el análisis de la transferencia de calor conjugada se utilizan condiciones de frontera de continuidad de temperatura y flujo de calor en las interfases pared-fluido y condiciones de frontera de tercer tipo en la superficie exterior de las paredes que están en contacto con el medio.

Las soluciones analíticas obtenidas para los campos de velocidad y temperatura en el fluido y paredes son utilizadas para calcular la producción local y global de entropía del sistema. Se determinan condiciones bajo las cuales la función entropía es mínima. Concretamente se estudia el efecto del espesor de las paredes sobre la entropía global, se encontró que la entropía alcanza un mínimo para valores específicos del espesor de la pared cuando los otros parámetros son fijados. El coeficiente adimensional de transferencia de calor interna o Número de Nusselt para variaciones de estas magnitudes es también explorado.

Un aspecto importante del trabajo es el de la sostenibilidad energética y esta se puede lograr investigando, diseñando y utilizando tecnologías que consuman igual o menor cantidad de energía que la que producen y tomando medidas que conlleven al no desperdicio o despilfarro de energía y a su uso eficiente.

Palabras claves: Optimización, Generación de Entropía, Transferencia de calor

ABSTRACT

In this work the optimization analysis of a viscous flow between parallel solid walls is carried out based on the entropy generation minimization method. In the system the useful work losses are caused by heat flow in both the fluid and walls and friction between the fluid and the walls of the channel.

The influence of the geometrical and physical parameters on entropy generation is studied by solving the momentum and energy conservation equations. The conjugate heat transfer problem in the fluid and solid walls is solved analytically using thermal boundary conditions of the third kind at the outer surfaces of the walls and continuity of temperature and heat flux across the fluid-wall interfaces. Analytic solutions for the velocity and temperature fields in the fluid and walls are used to calculate the local and global entropy generation rate. Conditions under which this quantity is minimized are determined for certain suitable combination of geometrical and physical parameters of the system. Special attention has been given to the effect of the wall thickness on the entropy generation rate. It is found that the global entropy generation reaches a minimum for specific values of the wall thickness ratio, when the other parameters are fixed. Besides, the internal heat transfer coefficient, namely the Nusselt number, is explored.

An important aspect of the work is the energetic sustainability. This sustainability can be achieved by researching, designing and using technologies that make efficient use of energy and avoid its squandering.

Key words: Optimization; Entropy generation; Heat transfer

INTRODUCCIÓN

La degradación del medio ambiente es un problema asociado, entre otros, al ciclo de vida de la energía compuesto por la generación (captación, transformación, transporte), uso y degradación. Durante este ciclo se provocan impactos negativos sobre el medio ambiente, tanto en relación con el agotamiento de recursos como en la emisión de contaminantes y por consiguiente efectos secundarios que esto provoca. Es por ello que la relación entre la energía y sustentabilidad debe propiciar un estilo de desarrollo energético más eficiente, socialmente más equitativo y en armonía con el medio ambiente.

En el camino hacia la sostenibilidad, la investigación aplicada tiene por retos la búsqueda de eficiencia de los sistemas energéticos y el desarrollo de tecnologías, que permitan minimizar impactos negativos sobre el ecosistema y potenciar la rentabilidad económica, todo ello sin olvidar la responsabilidad social del sistema producto. Pero al hablar de la eficiencia de los sistemas productivos no nos referimos a una medida de cantidad de energía sino a la calidad de esta, es ahí donde se tiene que trabajar con la exergía, como la cantidad de trabajo útil máximo que se puede obtener de un sistema [1], energía de calidad, es por ello que un análisis exergético del ciclo de vida en sistemas de producción de energía es una herramienta fundamental en la evaluación de la calidad de energía y tiene como objetivo buscar la reducción de la destrucción de exergía y mejorar la eficiencia de procesos y sistemas.

Nuestra manifestación en pro de la sustentabilidad no se limita sólo al conocimiento teórico, sino a la aplicación de esta. Hay que resaltar que la investigación teórica y la práctica se conjugan y son inseparables, el trabajar un desarrollo teórico, elaborar un modelo matemático para simulación y optimización, garantiza que la tecnología obtenida

como producto final producirá importantes impactos positivos durante su vida útil. Del lado contrario el no contar con un sustento teórico en la elaboración de algún dispositivo, realizar elaboración de dispositivos por default, conlleva no sólo a un dispositivo sin calidad sino a una serie de implicaciones negativas que lo vuelven cada día menos sustentable.

En general hablar de investigación para el desarrollo sustentable implica que consideremos varios factores, examinar posturas, vertientes e ideas completamente diferentes a las nuestras y no podemos dejar de lado que también se advierten limitaciones económicas, financieras y de coordinación burocrática.

Es primordial invertir en investigación y a través de ella desarrollar productos y procesos que nos permitan lograr una competitividad autónoma y suficiente. La solución no está en comprar tecnología, sino en desarrollarla, esto nos permitirá crear tecnología al alcance de todos. Sin investigación es imposible avanzar, si no innovamos, sino desarrollamos nuevas tecnologías que lleguen a todos los extractos sociales y no sólo se quede en manos de unos cuantos, debe verse a la ciencia y a la tecnología como un medio de contribución al desarrollo sustentable del país. Es importante contribuir con la comunidad científica, publicar artículos de calidad, brindar información para la investigación fundamental y aplicada y no sólo como un medio de información sino como una herramienta que apoye a la gestión de desarrollo.

Por ello es realmente importante y vale la pena reflexionar si en nuestro campo de acción estamos contribuyendo a dicho desarrollo. Particularmente, en nuestro trabajo de investigación tomamos en cuenta todos estos elementos y se optimizan los sistemas, tanto desde el punto de vista de parámetros técnicos a alcanzar, como del costo de materiales a

emplear. Esto permite que un mayor número de personas que no cuenten con recursos económicos puedan tener acceso a dicha tecnología.

Sin embargo, nuestra manera de materializar la idea de sustentabilidad dentro de la investigación no sólo radica en la obtención de una tecnología como producto final, tenemos muy claro que la tecnología por sí sola no va a lograr un desarrollo sustentable. Lo que si está en nuestro marco de defensa es que la investigación de sistemas energéticos se va abriendo paso hacia la sustentabilidad.

Hacer un uso eficiente de la energía, a través de un diseño adecuado potencializa el desarrollo y trae beneficios. La eficiencia energética sustentable nos ofrece la posibilidad de alcanzar beneficios financieros, medioambientales y relacionados con la salud.

No está demás señalar que un producto eficientemente energético es más confiable, manifiesta mayor vida útil, menores riesgos de fallas y por ende menor frecuencia de mantenimiento, y un ahorro derivado de este. Esto se engloba dentro de un ahorro en términos de conservación de energía y costos operacionales. Estamos también generando la posibilidad de realizar proyecciones para eventos futuros y por tanto contamos con información adecuada de diseño.

En la investigación de sistemas energéticos no sólo se busca validar modelos matemáticos para productos eficientes sino de eficiencia Premium, es decir una eficiencia exergética o de Segunda Ley de la Termodinámica. El trabajar con un respaldo y comprobación de un modelo matemático permite dar validez a la teoría, comprobar un sustento teórico basado en la realidad. Un modelo matemático nos da la base para predecir que material usar, perdurabilidad, eficiencia a través del tiempo y nos lleva a una adecuada toma de decisiones.

El tratar el tema de desarrollo sustentable y la implicación de la investigación dentro de esta nos lleva a una serie de planteamientos e implicaciones, si bien es cierto que la ciencia como tal no nos lleva a la sustentabilidad ya que es necesaria la aplicabilidad del conocimiento, sin embargo si nos permite conceptualizar los problemas de investigación en un contexto determinado, definir una metodología, realizar un mecanismo en conexión con varias disciplinas, es muy importante señalar que a partir de las diferentes gamas de enfoques utilizadas para realizar acciones sustentables podemos contribuir en diferentes grados y medidas a un desarrollo real en beneficio de la humanidad, que coadyuve a la construcción de un entorno con mayor calidad de vida.

Nuestra visión de desarrollo sustentable requiere de distintas y diferentes formas de participación de correlación de fuerzas, que nos conduzcan a integrar valores éticos de conservación de recursos en nuestra vida cotidiana. Esta perspectiva enfatiza una interrelación entre la acción local y la acción global.

Más aún no podemos hablar de un desarrollo sustentable sin una transformación del modelo de la sociedad, un modelo que tome en cuenta la mejora de los estándares de vida, protegiendo y preservando el medio ambiente y revalorando la identidad cultural y los saberes locales. Dentro de nuestro papel como sociedad necesitamos concientizarnos en un cambio de valores, incorporación de valores éticos a nuestras profesiones y un a nuestras vidas.

El desarrollo y el manejo sostenible es un reto, y nos corresponde constituir esa línea de acción que permitiría armonizar los objetivos de crecimiento, equidad social y sustentabilidad ambiental. Nuestro trabajo se plasma como una acción específica dentro de esta línea de acción.

Nuestro propósito en este trabajo es por una parte describir una metodología de optimización de procesos y dispositivos basada en la termodinámica de los procesos irreversibles y por otra proporcionar un ejemplo de esta metodología en el que hemos trabajado y que nos ha permitido concluir la importancia del calentamiento convectivo asimétrico para dicha optimización.

El trabajo está organizado como sigue. Primeramente presentamos una somera revisión de los conceptos y aspectos más importantes de la termodinámica clásica incluyendo la formulación en postulados y también la usual de las cuatro leyes. A continuación hacemos algo similar con la termodinámica de los procesos irreversibles para luego pasar a describir la metodología de optimización energética basada en la minimización de la producción de entropía. Posteriormente ilustramos dicha metodología con el caso de la transferencia de calor conjugada y optimización de un fluido viscoso que se mueve entre dos planos paralelos. El trabajo se cierra con algunos comentarios finales.

DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

Existen sistemas energéticos, como es el caso de los que involucran fluidos viscosos que se mueve entre dos planos paralelos; los cuales, desde el punto de vista termodinámico, no trabajan con la mayor eficiencia posible o de la manera más óptima. En estos sistemas las pérdidas de energía útil y por tanto la pérdida de capacidad de trabajo no han sido minimizadas.

OBJETIVO GENERAL

Optimizar los procesos de transferencia de calor que ocurren en un sistema consistente en un fluido viscoso moviéndose entre dos planos paralelos con el propósito de determinar las condiciones que minimizan las pérdidas de energía útil ocasionadas por las irreversibilidades en dicho proceso.

OBJETIVOS PARTICULARES

- Describir el comportamiento dinámico y térmico del sistema.
- Evaluar la transferencia de calor interna del sistema.
- Obtener la función producción de Entropía del Sistema.

JUSTIFICACIÓN

El trabajo permitirá obtener para el sistema de transferencia y conversión de energía que se analiza condiciones óptimas de operación bajo las cuales las pérdidas de energía no utilizable serán mínimas. Esto permite disminuir la energía requerida para lograr en el sistema la transferencia de calor y flujo deseados, constituyendo esto un ahorro de energía y un incremento en la eficiencia de Segunda Ley o Energética del sistema.

El presente trabajo permite identificar los parámetros óptimos de funcionamiento del sistema donde la entropía es mínima contribuyendo a un uso más eficiente de la energía.

Todas las pérdidas de energía útil de un sistema que posee un fluido en movimiento deben ser consideradas en el suministro de la cantidad de energía requerida para lograr el flujo de masa a través del ducto, y por tanto, si estas disipaciones de energía se minimizan menor será la cantidad de energía de entrada requerida para lograr el mismo flujo de masa.

Capítulo 1

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

1.1. Termodinámica clásica

Pero, ¿de qué trata la termodinámica? no es nuestra intención abordar aquí en detalle la respuesta a esta pregunta y remitimos al lector a los libros especializados para ello. Sin embargo, una respuesta breve y simple es que su objeto de estudio son los sistemas macroscópicos clásicos y los estados de equilibrio de éstos, es decir aquellos estados en los que las magnitudes termodinámicas del sistema no dependen del tiempo [2]. Y aunque sabemos que todo sistema físico está constituido por átomos o moléculas, para abundar en esta cuestión recurriremos a las siguientes aseveraciones (que provienen de una traducción libre de párrafos tomados del libro de Callen citado en la bibliografía [3]):

- La termodinámica es el estudio de las consecuencias macroscópicas de miríadas de coordenadas atómicas las cuales, gracias al promedio estadístico, no aparecen explícitamente en la descripción macroscópica de un sistema.
- El problema básico de la termodinámica es la determinación del estado de equilibrio que finalmente resulta de la remoción de constricciones internas en un sistema cerrado compuesto.

Como marco teórico, es posible formular a la termodinámica clásica de diferentes maneras. Una de ellas, particularmente elegante desde el punto de vista matemático, consiste en partir de los siguientes cuatro postulados [4]:

1. Existen estados particulares de un sistema (llamados estados de equilibrio) que macroscópicamente están caracterizados al especificar la energía interna E y un conjunto de variables extensivas X_1, X_2, \dots, X_f .

2. Existe una función (llamada la entropía S) de los parámetros extensivos, definida para todos los estados de equilibrio, con la siguiente propiedad: los valores que toman los parámetros extensivos en ausencia de constricciones son aquéllos que maximizan la entropía sobre la variedad de estados de equilibrio constreñidos.
3. La entropía de un sistema compuesto es aditiva (es la suma de la entropía de los subsistemas que lo constituyen; por lo tanto la entropía de cada subsistema es una función homogénea de primer orden de los parámetros extensivos). La entropía es continua y diferenciable y una función monótona decreciente de la energía.
4. La entropía de cualquier sistema se anula en el estado para el que $T = \left(\frac{\partial E}{\partial S} \right)_{X_1, X_2, \dots} = 0$

Dentro de este marco, es necesario contar con la ecuación denominada fundamental que proporciona la relación entre la energía interna E y la entropía y los demás parámetros extensivos, es decir $E = E(S, X_1, X_2, \dots, X_t)$ o, equivalentemente, la ecuación TdS correspondiente.

$$dE = TdS + \sum_{k=1}^t P_k dX_k \quad \text{Ec. (1.1)}$$

siendo T la temperatura y P_k el conjunto de los parámetros intensivos o ecuaciones de estado correspondientes. De las condiciones involucradas en los postulados y de la ecuación fundamental se siguen también la llamada relación de Euler $E = TS + \sum_{k=1}^t P_k dX_k$ y la ecuación de Gibbs-Duhem $SdT + \sum_{k=1}^t X_k dP_k = 0$. Para ilustrar lo anterior, tomemos el ejemplo de una mezcla fluida de t componentes. En este caso es necesario conocer $E = E(S, V, N_1, N_2, \dots, N_t)$ (siendo V el volumen y N_i el número de moles de la especie i) mientras que los parámetros intensivos son, además de la temperatura $T = \left(\frac{\partial E}{\partial S} \right)_{V, N_1, N_2, \dots, N_t} = 0$, la presión

$P = \left(\frac{\partial E}{\partial V}\right)_{S, N_1, N_2, \dots, N_i} = 0$ y los potenciales químicos $\mu_i = \left(\frac{\partial E}{\partial N_i}\right)_{S, V, N_j \neq N_i} = 0$ correspondientes a cada

especie i .

Evidentemente una forma posible de determinar $E(S, X_1, X_2, \dots, X_t)$ es conociendo todas las ecuaciones de estado. También es conveniente apuntar que la ecuación fundamental puede ser asimismo expresada como $S = S(E, X_1, X_2, \dots, X_t)$ y que una vez determinada esta relación es posible calcular todas las propiedades termodinámicas del sistema en cuestión.

Antes de cerrar esta sección y con la finalidad de proporcionar una perspectiva un poco más amplia del tema (aún siendo conscientes de que hemos omitido referirnos a cuestiones importantes como las relaciones de Maxwell, los potenciales termodinámicos o el tratamiento de las transiciones de fase y los fenómenos críticos), a continuación incluiremos los enunciados y consecuencias más relevantes de las leyes de la termodinámica como se suelen presentar en los cursos universitarios elementales [5]:

1. Ley Cero. Para un sistema en equilibrio (aquél para el que como se indicó sus variables características no dependen del tiempo) existe una variable θ , la temperatura, que es una función uniforme de las variables independientes. Para el caso de un fluido simple, por ejemplo, $\theta = \theta(P, V)$ y, en la escala del gas ideal $\theta \equiv T$. Esto permite caracterizar el equilibrio termodinámico entre sistemas y la utilización de termómetros.
2. Primera Ley. Esta ley enuncia la conservación de la energía e introduce la energía interna E como función de estado. (En el caso del fluido simple, por ejemplo, $E \equiv E(P, V)$). Así, si los subíndices i y f denotan los estados de equilibrio inicial y final de un sistema, respectivamente y E_i y E_f las energías internas correspondientes a los mismos, $\Delta E \equiv E_f - E_i = W + Q$ donde Q representa la energía absorbida o cedida

por el sistema en forma de calor (energía no mecánica) y W es el trabajo que los alrededores reciben del sistema o ceden al mismo cuando el sistema pasa del estado de equilibrio i al estado de equilibrio f . Si el proceso es adiabático, es decir sin intercambio de calor, $\Delta E = W_{ad}$, siendo W_{ad} el trabajo adiabático total transferido entre el sistema y sus alrededores, lo que proporciona una forma operacional de determinar numéricamente la energía interna de un sistema.

3. Segunda Ley. Introduce la entropía S como función de estado e indica cuándo y en qué condiciones puede ocurrir un proceso dado en un sistema. Permite interpretar a la entropía como una medida del grado de restricción presente en el sistema. Denotando por el subíndice 0 uno de los estados de equilibrio arbitrariamente seleccionado de un sistema como estado estándar, la entropía de otro estado de equilibrio cualquiera A del sistema con respecto al estándar está dada por

$$S_A = \int_0^A \frac{dQ_{rev}}{T}$$

siendo dQ_{rev} el calor cedido o absorbido por los alrededores en una

porción infinitesimal de una trayectoria reversible (esto es cuasiestática y que solamente pasa por estados de equilibrio) cualquiera que vaya de 0 a A y la prima indica que se trata de una diferencial inexacta. Así pues, para cualquier trayectoria que vaya de un estado de equilibrio A , a otro estado de equilibrio B del mismo

sistema, $\int_A^B \frac{dQ}{T} \leq S_B - S_A$ dándose la igualdad únicamente cuando la trayectoria es

reversible. Es claro que en todo proceso reversible entre A y B la trayectoria es tal que el sistema no tiene acceso a estados de entropía mayor con lo que $\Delta S = 0$. Por el contrario, se dice que el proceso es irreversible si lleva asociado un aumento en la entropía y para invertirlo es necesario que ocurra un incremento de entropía en

algún sistema acoplado al primero. Una consecuencia inmediata de todo esto es que en un sistema cerrado y aislado la entropía nunca puede disminuir mientras que si el sistema es cerrado pero no está aislado, todo proceso que ocurra en él debe ser tal que la entropía del universo no disminuya.

4. Tercera Ley. Se trata del postulado de Nernst-Simon que indica que el límite del cambio de la entropía para un sistema termodinámico en cualquier proceso reversible e isotérmico entre estados de equilibrio, tiende a cero cuando $T \rightarrow 0^\circ K$ y se introdujo para explicar efectos observados experimentalmente a bajas temperaturas.

1.2. Termodinámica Irreversible Lineal

Cuando se intenta describir o estudiar estados fuera de equilibrio y procesos que ocurren en un sistema macroscópico dado, un problema fundamental radica en la elección y el número de variables que es necesario considerar [6-8]. Una idea natural es la de usar las mismas variables que se emplean para describir los estados de equilibrio. Así pues, hay dos hipótesis que subyacen en el marco teórico de la termodinámica de procesos irreversibles: Por un lado, para cada posición r (concebida como representativa de un elemento de volumen lo suficientemente pequeño desde el punto de vista macroscópico de forma que se le pueda considerar puntual), y tiempo t se supone que es posible definir unívocamente los parámetros termodinámicos [7]. La otra hipótesis, llamada de *equilibrio local*, consiste en suponer que fuera de equilibrio las variables termodinámicas guardan la misma relación funcional entre sí que cuando el sistema está en equilibrio. En particular, esta suposición implica la validez local (en tiempo y espacio) de la relación de Gibbs. De igual forma,

también implica que el cambio de la entropía local por unidad de volumen y unidad de tiempo es igual al flujo de entropía por unidad de área y unidad de tiempo más la producción de entropía por unidad de tiempo. De acuerdo con la segunda ley de la termodinámica, se supone que esta producción de entropía local es no negativa.

Las fuerzas que se requieren para llevar a un sistema fuera de equilibrio termodinámico están relacionadas en general con las variaciones espaciales o temporales de las variables termodinámicas. Cuando el sistema intenta de manera natural regresar a un estado de equilibrio, su respuesta a dichas fuerzas se traduce en flujos apropiados que intentan contrarrestar el efecto producido por las fuerzas. Al emplear las ecuaciones correspondientes de evolución de las variables conservadas en el sistema, se encuentra que la producción de entropía es una suma de productos de flujos por fuerzas termodinámicas. Como primera aproximación, se puede suponer razonablemente que las fuerzas (sean éstas gradientes o derivadas temporales) y los flujos están linealmente relacionados. Los coeficientes (fenomenológicos) de acoplamiento correspondientes son los llamados coeficientes de transporte. Un teorema debido a Curie indica que es posible tener también acoplamientos entre todos los flujos y fuerzas de la misma naturaleza tensorial. De hecho, dentro de ciertos límites, las dos consideraciones anteriores han sido ampliamente soportadas por resultados experimentales. Una suposición adicional, que descansa en la hipótesis de regresión de fluctuaciones de Onsager y en el principio de reversibilidad microscópica de la mecánica estadística pero que también ha sido confirmada experimentalmente, es que los coeficientes fenomenológicos asociados con acoplamientos de efectos cruzados de fuerzas termodinámicas con flujos de la misma naturaleza tensorial son iguales. Esto último se conoce como las relaciones de reciprocidad de Onsager [7].

Todas las suposiciones anteriores, junto con el requisito de que la producción de entropía sea no negativa, imponen restricciones en el signo de los coeficientes de transporte.

Para ilustrar el marco teórico anterior, considérese una mezcla multicomponente de N fluidos químicamente inertes. Las ecuaciones de balance para las cantidades conservadas en este sistema (masa, cantidad de movimiento y energía) están dadas por:

$$\frac{d\rho_i}{dt} + \nabla \cdot \mathbf{J}_i = -\rho_i \nabla \cdot \mathbf{u} \quad \text{Ec. (1.2)}$$

$$\rho \frac{d\mathbf{u}}{dt} + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}^v = -\nabla p + \sum_{k=1}^N \rho_k \mathbf{F}_k^{ex} \quad \text{Ec. (1.3)}$$

$$\rho \frac{de}{dt} = -\nabla \cdot \mathbf{J}_q - p \nabla \cdot \mathbf{u} - \boldsymbol{\tau}^v : \nabla \mathbf{u} + \sum_{k=1}^N \mathbf{J}_k \cdot \mathbf{F}_k^{ex} \quad \text{Ec. (1.4)}$$

En las ecuaciones anteriores, ρ_i es la densidad de la especie i , \mathbf{J}_i es el flujo de masa de la especie i , \mathbf{u} la velocidad hidrodinámica, $\rho \equiv \sum_{i=1}^N \rho_i$ es la densidad total, $\boldsymbol{\tau}^v = \boldsymbol{\tau}1 + \boldsymbol{\tau}'$ es el tensor de esfuerzos viscosos ($\boldsymbol{\tau}$ es su traza, $\boldsymbol{\tau}1$ el tensor unidad y $\boldsymbol{\tau}'$ la parte sin traza), p es la presión (local), F_i^{ex} es la fuerza externa actuando sobre la especie i , e es la densidad de energía interna, \mathbf{J}_q el flujo de calor y $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla$ representa la llamada derivada material.

Debido a que $\sum_{i=1}^N \mathbf{J}_i = 0$, la ecuación de continuidad usual se sigue inmediatamente de la Ec. (1.2).

La descripción termohidrodinámica se completa con la relación local de Gibbs que en este caso es [6,7].

$$T \frac{ds}{dt} = \frac{de}{dt} - \frac{p}{\rho^2} \frac{d\rho}{dt} - \sum_{i=1}^N \mu_i \frac{dc_i}{dt} \quad \text{Ec. (1.5)}$$

donde s es la densidad de entropía y μ_i y $c_i = \rho_i/\rho$ son el potencial químico local y la concentración de la especie i , respectivamente. La evolución temporal de la densidad de entropía dada por la Ec. (1.5) está íntimamente relacionada con las ecuaciones de balance, Ecs. (1.2)-(1.4). Adicionalmente, si se reescribe en la forma de una ecuación de balance, de la relación de Gibbs se sigue que el flujo de entropía \mathbf{J}_s está dado por:

$$\mathbf{J}_s = \frac{1}{T} \left(\mathbf{J}_q - \sum_{k=1}^N \mu_k \mathbf{J}_k \right), \quad \text{Ec. (1.6)}$$

mientras que la producción de entropía σ es [6]:

$$\sigma = -\frac{1}{T^2} \mathbf{J}_q \cdot \nabla T - \frac{1}{T} \sum_{k=1}^N \mathbf{J}_k \cdot \left(T \nabla \frac{\mu_k}{T} - \mathbf{F}_k^{ex} \right) - \frac{1}{T} \tau \nabla \cdot \mathbf{u} - \frac{1}{T} \tau' : \nabla \mathbf{u} \quad \text{Ec. (1.7)}$$

Las Ecs. (1.2)-(1.7) no constituyen un conjunto cerrado a menos que se pueda expresar a la presión p , los potenciales químicos μ_i y los flujos disipativos \mathbf{J}_i , τ , τ' y \mathbf{J}_q en función de ρ_i , \mathbf{u} y e . Con ayuda de la hipótesis de equilibrio local, se puede eliminar p , μ_i y e , y escribir todo en términos de ρ , las $N-1$ concentraciones $c_1, c_2 \dots c_{N-1}$ y la temperatura T usando las relaciones usuales de la termodinámica clásica. Por otra parte, la suposición de las leyes lineales y el teorema de Curie llevan en este caso a:

$$\tau = -\xi \nabla \cdot \mathbf{u}, \quad \text{Ec. (1.8)}$$

$$\mathbf{J}_i = -\sum_{k=1}^{N-1} L_{ik} \left(T \nabla \frac{\mu_k}{T} - \mathbf{F}_k^{ex} \right) - L_{iq}^T \nabla T, \quad \text{Ec. (1.9)}$$

$$\mathbf{J}_q = -\lambda \nabla T - \sum_{k=1}^N L_{qk} \left(T \nabla \frac{\mu_k}{T} - \mathbf{F}_k^{ex} \right) \quad \text{Ec. (1.10)}$$

$$\tau' = -2\eta \left[\frac{1}{2} (\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T) - \frac{1}{3} \nabla \cdot \mathbf{u} \mathbf{1} \right] \quad \text{Ec. (1.11)}$$

donde ξ es la viscosidad volumétrica, los coeficientes L_{ik} están relacionados con los coeficientes de difusión, los coeficientes L_{iq}^T están relacionados con coeficientes generalizados de Soret, λ es la conductividad térmica, los coeficientes L_{qk} están relacionados con coeficientes generalizados de Dufour y η es la viscosidad cortante. Nótese que el requisito de que σ sea semipositiva definida significa que ξ , λ y η son positivos, $L_{ik} = L_{ki}$ mientras que las relaciones de reciprocidad de Onsager implican que $L_{qi} = L_{iq}^T$. Nótese también que, aunque se pueden tomar otras (quizás incluso más convenientes) elecciones para fuerzas y flujos dependiendo del problema físico que se desee abordar, la producción de entropía debe permanecer invariante independientemente de cual sea la elección realizada. Cuando se sustituyen las leyes lineales, Ecs. (1.8)-(1.11), en las Ecs. (1.2)-(1.4) se obtienen las ecuaciones de Navier-Stokes para la mezcla multicomponente de fluidos inertes. Su forma explícita no es importante para nuestros propósitos y por lo tanto será omitida. Baste señalar que desde el punto de vista matemático, dichas ecuaciones son ecuaciones diferenciales en derivadas parciales de tipo parabólico, de forma que los procesos irreversibles se describen como fenómenos difusivos. Su aplicación a problemas particulares involucra la especificación de condiciones iniciales y de contorno para ρ , c_i , \mathbf{u} y T , y la disponibilidad de valores o expresiones para todos los coeficientes de transporte. Estos últimos pueden provenir de determinaciones experimentales o, en algunos casos, de los resultados de un enfoque microscópico.

1.3. Método de minimización de la producción de entropía

En esencia, la metodología de la minimización de la producción de entropía para optimizar procesos o dispositivos, combina desde el inicio las leyes de la termodinámica clásica con los principios de fenómenos de transporte englobados en la termodinámica de los procesos irreversibles (por ejemplo aquéllos relativos a la transferencia de calor y la mecánica de fluidos) para construir modelos simples [9-11]. Ahí se intenta expresar a la producción de entropía como función de los parámetros físicos (geometría, tamaño, materiales) del proceso o dispositivo para finalmente proceder a su minimización.

Puesto de esta manera, el procedimiento a seguir no parece ser en principio complicado. Sin embargo, la obtención de la producción de entropía en términos de las cantidades relevantes involucra la resolución de las ecuaciones de transporte asociadas (generalmente ecuaciones diferenciales en derivadas parciales) y es ésta la etapa difícil. Más aún, no en todos los casos es posible obtener un mínimo diferente del trivial. De todas formas, del estudio de problemas utilizando este método ha sido posible extraer resultados interesantes y actualmente representa una herramienta indispensable en ingeniería. En lo que sigue describiremos el problema que nosotros hemos abordado con dicha herramienta y que nos permitirán ilustrar algunas de las bondades de este enfoque.

Capítulo 2

COMPORTAMIENTO DINÁMICO Y TÉRMICO DE UN FLUIDO VISCOZO QUE SE MUEVE ENTRE DOS PLANOS PARALELOS DE ESPESOR FINITO

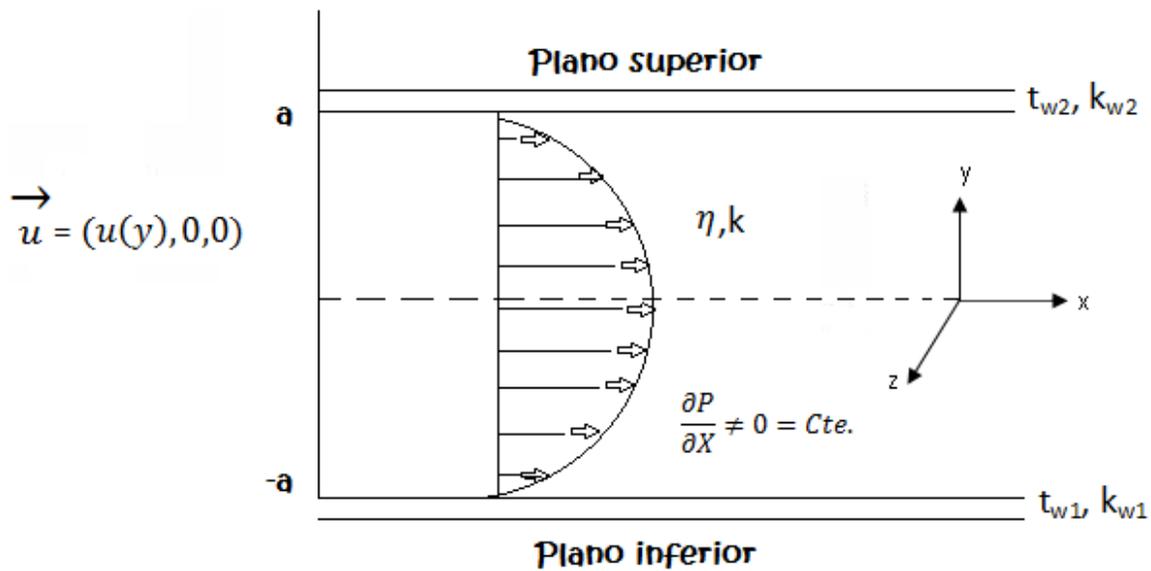
En la contribución que presentamos se parte de la solución adimensional del campo de velocidad de este tipo de flujo conocido como flujo de Poiseuille [12] para resolver analíticamente el problema de transferencia de calor conjugada en el fluido y en las paredes de espesor finito del canal por el que se desplaza. Problemas de transferencia de calor conjugada han sido bien estudiados por Barletta *et al.* [13,14], Nawaf [15], and Varol *et al.* [16]. Ellos han investigado el efecto de los parámetros geométricos y físicos de los sistemas estudiados sobre la transferencia de calor que tiene lugar en dichos sistemas y sobre las características del flujo de fluido. En particular, Varol *et al.* analizaron el mecanismo de producción de entropía debido a la transferencia de calor conjugada por convección natural en canales verticales rodeados por paredes sólidas con espesores finitos. Encontraron que la producción de entropía aumenta con la conductividad térmica y el espesor de las paredes.

De manera similar a lo realizado por Ibáñez y Cuevas [17] para un flujo magneto-hidrodinámico, aquí se resuelve la ecuación de balance de energía tanto para el fluido como para las paredes usando condiciones de frontera de tercer tipo en la superficie externa de las paredes mientras que en las interfaces fluido-pared se utilizan condiciones de frontera de continuidad para la temperatura y el flujo de calor. Se obtuvo que cuando el espesor de la pared aumenta, mayores son los valores de temperatura alcanzados en el sistema. Esto se debe a que al ser mayor el espesor de la pared menor será el flujo de calor que por conducción pasa del sistema al medio que lo rodea. Además los perfiles de temperatura para valores diferentes de los números de Biot de las paredes inferior y superior no son simétricos. Los resultados obtenidos constituyen un paso previo necesario para luego, en

trabajos posteriores determinar la producción de entropía del sistema en estudio y de alguna manera minimizar dicha función obteniendo condiciones óptimas de operación del sistema.

2.1. Ecuación de balance de momento. Campo de velocidad

Se considera el flujo en estado estacionario de un fluido viscoso completamente desarrollado que se mueve entre dos planos paralelos infinitos de espesor finito. El movimiento del fluido es producido por un gradiente de presión constante en dirección longitudinal dp/dx . El plano superior está ubicado en $y' = a$ y el inferior en $y' = -a$, y' representa la coordenada transversal. Un esquema del sistema se muestra a continuación:



Se asume que el fluido es incomprensible y monocomponente, por tanto, el fenómeno de difusión de masa es depreciable. En las interfaces pared-fluido se aplica la usual condición de no deslizamiento del fluido. Bajo estas condiciones la ecuación de balance de momento en estado estacionario que se debe resolver es [18-19]:

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial x'} + \eta \frac{\partial^2 u'}{\partial y'^2} \quad \text{Ec. (2.1)}$$

La Ec.(2.1) debe satisfacer las condiciones de frontera de no deslizamiento $u(y \pm a) = 0$

La solución analítica de la ecuación (2.1) que satisface las condiciones de frontera anteriores es:

$$u' = -\frac{a^2}{2\eta} \frac{dP}{dx'} \left(1 - \frac{y'^2}{a^2}\right)$$

Finalmente la expresión anterior de velocidad se adimensionaliza con el promedio de la velocidad de la sección transversal del fluido U :

$$U = \frac{1}{2a} \int_{-a}^a u' dy' = -\frac{a^2}{3\eta} \frac{dP}{dx'}$$

Se obtiene:

$$u = \frac{3}{2} (1 - y^2) \quad \text{Ec. (2.2)}$$

donde la coordenada transversal adimensional y es normalizada con a al igual que la coordenada longitudinal x . Aquí, a y η son la distancia de separación entre los planos y la viscosidad dinámica del fluido, respectivamente.

2.2. Ecuación de balance de energía. Campo de temperatura

Una vez que el campo de velocidad es conocido, se procede a resolver la ecuación de balance de energía considerando disipación viscosa y efectos convectivos [20-23]. En términos adimensionales, la ecuación de transferencia de calor se reduce a:

$$(Pe)u \frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \quad \text{Ec. (2.3)}$$

donde la temperatura adimensional es ahora dada por $\theta = kT/\eta U^2$, con T siendo la temperatura del fluido y k la conductividad térmica del fluido. Aquí, $Pe = Ua\rho C/k$ es el número de Péclet, mientras que ρ y C son la densidad del fluido y el calor específico del fluido, respectivamente.

Como se considera el problema de transferencia de calor conjugada, la ecuación de transferencia de calor en ambas paredes del canal son también requeridas. Para las paredes inferior y superior, respectivamente, tenemos:

$$\frac{d^2 \theta_1}{dy^2} = 0 \quad \text{Ec. (2.4)}$$

$$\frac{d^2 \theta_2}{dy^2} = 0 \quad \text{Ec. (2.5)}$$

donde $\theta_i = kT_i/\eta U^2$ es la temperatura adimensional de la pared. Los subíndices $i = 1,2$ se refieren a las paredes inferior y superior, respectivamente.

Las condiciones de frontera usadas para resolver las Ecs. (2.3)-(2.5) son las siguientes:

$$\theta = \theta_1 \text{ en } y = -1 \quad \text{Ec. (2.6)}$$

$$\theta = \theta_2 \text{ en } y = 1 \quad \text{Ec. (2.7)}$$

$$\frac{d\theta}{dy} = \gamma_1 \frac{d\theta_1}{dy} \text{ en } y = -1 \quad \text{Ec. (2.8)}$$

$$\frac{d\theta}{dy} = \gamma_2 \frac{d\theta_2}{dy} \text{ en } y = 1 \quad \text{Ec. (2.9)}$$

$$\frac{d\theta_1}{dy} - Bi_1(\theta_1 - \theta_a) = 0 \text{ en } y = -(1 + \delta_1) \quad \text{Ec. (2.10)}$$

$$\frac{d\theta_2}{dy} + Bi_2(\theta_2 - \theta_a) = 0 \text{ en } y = (1 + \delta_2) \quad \text{Ec. (2.11)}$$

donde $\theta_a = kT_a/\eta U^2$ es la temperatura ambiente adimensional. Las Ecs. (2.6)-(2.9) expresan condiciones de continuidad para la temperatura y el flujo de calor a través de las interfaces del fluido con las paredes, donde $\gamma_i = k_i/k$ es la razón de conductividades térmicas de las paredes respecto a la del fluido, siendo k_i las conductividades térmicas de las paredes. Las Ecs. (2.10) y (2.11) evaluadas en la superficie exterior de las paredes establecen que el flujo de calor en cualquier punto de dicha frontera es proporcional a la diferencia que existe entre la temperatura de la superficie y la temperatura ambiente del exterior. En consecuencia la cantidad de calor que entra o sale del sistema depende de la temperatura del exterior así como de los coeficientes de transferencia de calor por convección entre las paredes y el exterior. Estos coeficientes se expresan en términos adimensionales con el número de Biot, $Bi_i = (h_{eff})_i a/k$, para cada pared ($i = 1,2$). Aquí, $(h_{eff})_i$ es:

$$(h_{eff})_i = \frac{1}{\frac{\delta_i}{k_i} + \frac{1}{(h_e)_i}}, \quad i = 1,2 \quad \text{Ec. (2.12)}$$

donde δ_i es el espesor de las paredes, mientras que $(h_e)_i$ es el coeficiente de transferencia de calor por convección externo de cada pared.

Para resolver las Ecs. (2.3)-(2.5) bajo las condiciones de frontera, Ecs. (2.6)-(2.11), analizamos sólo la región de flujo térmico completamente desarrollado tal que la temperatura adimensional puede ser expresada como $\theta(x,y) = Ax + \theta(y)$, donde el gradiente de temperatura en dirección axial A , se considera constante [17]. Los campos de temperatura para el fluido y las paredes son determinados resolviendo el problema de valores de frontera previo. Para la región del fluido, se obtiene:

$$\theta(y) = -\frac{1}{4}\left(\frac{APe}{2} + 3\right)y^4 + \frac{3}{4}APey^2 + C_1y + C_2 \quad \text{Ec. (2.13)}$$

donde:

$$C_1 = (APe - 3) \frac{Bi_2\gamma_2(Bi_1\delta_1 + 1) - Bi_1\gamma_1(Bi_2\delta_2 + 1)}{2Bi_1Bi_2\gamma_1\gamma_2 + Bi_2\gamma_2(Bi_1\delta_1 + 1) + Bi_1\gamma_1(Bi_2\delta_2 + 1)} \quad \text{Ec. (2.14)}$$

$$C_2 = -(APe - 3) \frac{Bi_2\gamma_2(Bi_1\delta_1 + 1) + (Bi_1\gamma_1 + 2(Bi_1\delta_1 + 1))(Bi_2\delta_2 + 1)}{2Bi_1Bi_2\gamma_1\gamma_2 + Bi_2\gamma_2(Bi_1\delta_1 + 1) + Bi_1\gamma_1(Bi_2\delta_2 + 1)} \quad \text{Ec. (2.15)}$$

$$-\frac{5}{8}APe + \frac{3}{4} + \theta_a$$

El campo de temperatura en las paredes está dado por:

$$\theta_1 = C_3y + C_4 \quad \text{Ec. (2.16)}$$

$$\theta_2 = C_5y + C_6 \quad \text{Ec. (2.17)}$$

donde:

$$C_3 = \frac{C_1 + 3 - APe}{\gamma_1} \quad \text{Ec. (2.18)}$$

$$C_4 = C_3 \frac{Bi_1(1 + \delta_1) + 1}{Bi_1} + \theta_a \quad \text{Ec. (2.19)}$$

$$C_5 = \frac{C_1 - 3 + APe}{\gamma_2} \quad \text{Ec. (2.20)}$$

$$C_6 = -C_5 \frac{Bi_2(1 + \delta_2) + 1}{Bi_2} + \theta_a \quad \text{Ec. (2.21)}$$

2.3. Análisis de resultados

El campo de velocidad que corresponde al fluido con condiciones de frontera de no deslizamiento se muestra en la Fig.1, se aprecia que se corresponde con un perfil parabólico completamente simétrico respecto al plano central del canal por el cual se mueve con velocidad cero en la zona de contacto con las paredes.

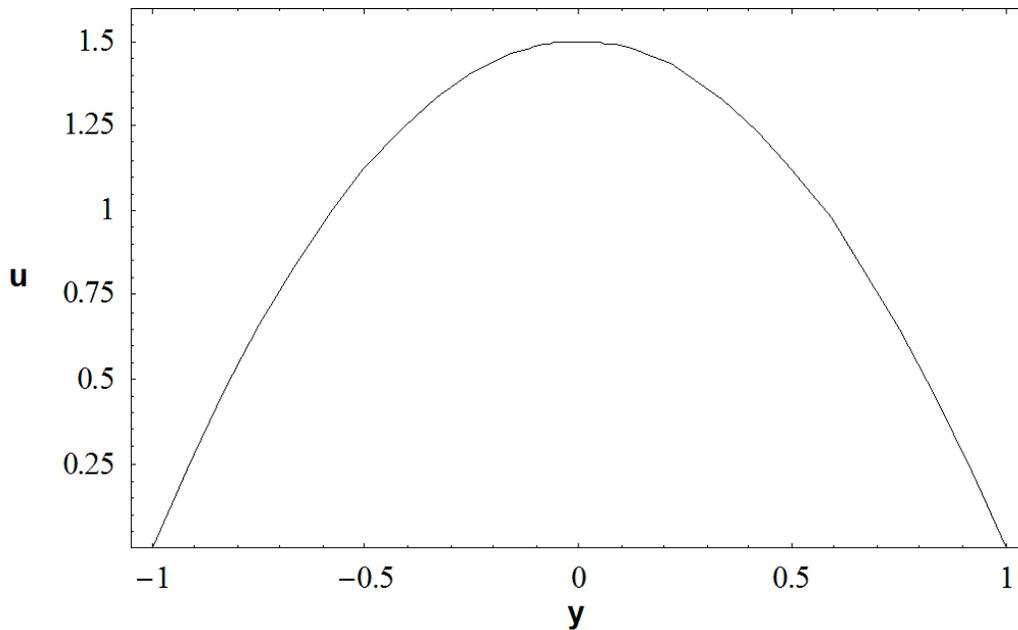


Fig.1 Perfil de velocidad del fluido

La Fig.2 muestra el campo de temperatura para diferentes valores del número de Biot cuando este es igual en ambas paredes con $Pe=0.1$, $A=1$, $\gamma_1=\gamma_2=0.5$ y $\delta_1=\delta_2=0.2$. Se observa que los valores mayores de temperatura corresponden al menor valor del número de Biot. Esto se debe a que al ser menor el valor de Biot menor será el flujo de calor que pasa del sistema al medio. Los perfiles en los tres casos son simétricos respecto al plano central del canal debido a que se consideran números de Biot iguales en ambas paredes del canal.

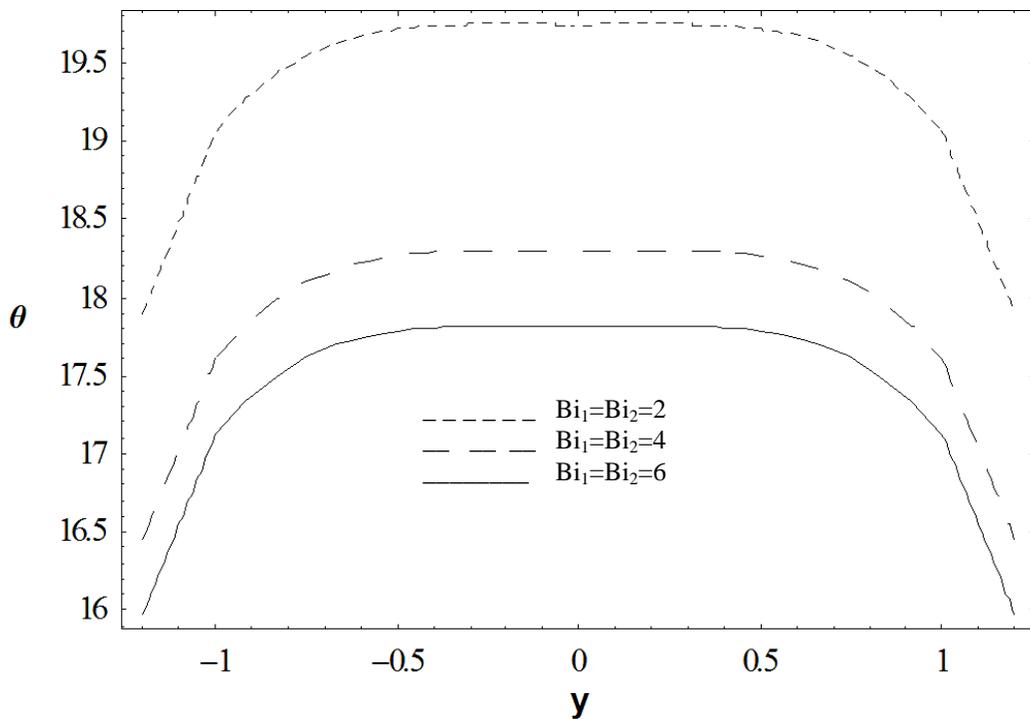


Fig.2 Perfil de temperatura para diferentes números de Biot cuando en ambas paredes este tiene el mismo valor, $Pe=0.1$, $A=1$, $\gamma_1=\gamma_2=0.5$ y $\delta_1=\delta_2=0.2$.

La Fig.3 muestra el campo de temperatura para diferentes relaciones de conductividades térmicas pared-fluido cuando en ambas paredes tiene el mismo valor, $Pe=0.1$, $A=1$, $Bi_1=2$, $Bi_2=20$, $\delta_1=0.2$ y $\delta_2=0.1$. Se observa que el perfil con menores valores de temperatura corresponde al mayor de la relación de conductividades pared-fluido ya que al ser mayor

dicha relación menor es la resistencia térmica de la pared y consecuentemente mayor es el calor transferido a los alrededores desde el sistema. A diferencia de la Fig. 2, aquí los perfiles de temperatura en los tres casos son asimétricos debido a que se consideran números de Biot diferentes para ambas paredes del canal. Los mayores valores de temperatura se alcanzan para zonas cercanas a la pared inferior donde menor es el número de Biot.

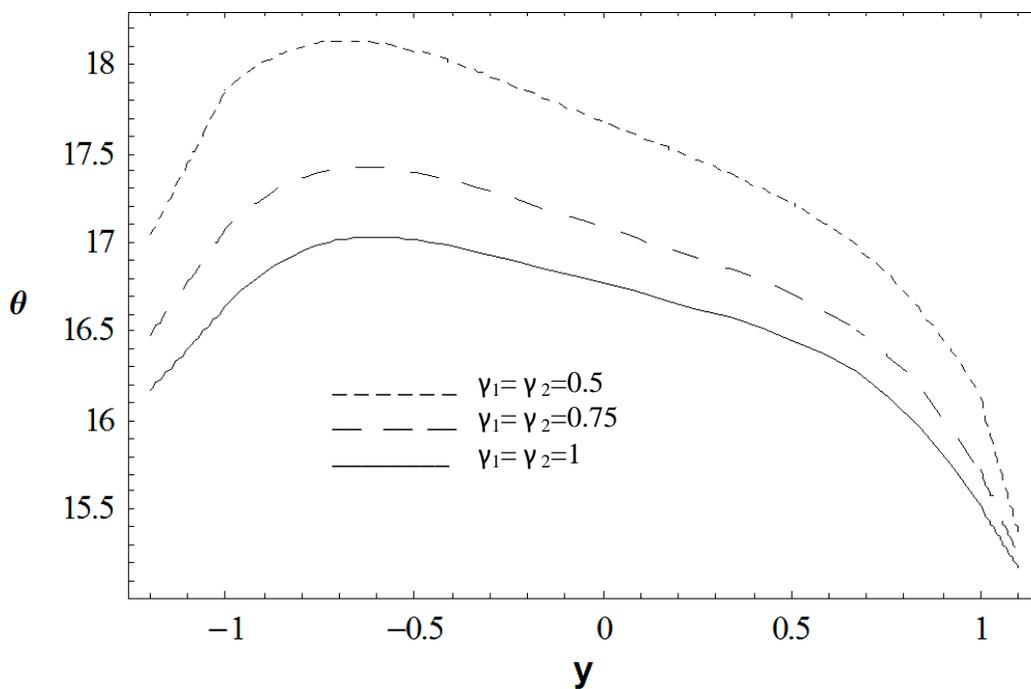


Fig.3 Perfil de temperatura para diferentes relaciones de conductividades térmicas pared-fluido cuando para ambas paredes tiene el mismo valor, $Pe=0.1$, $A=1$, $Bi_1=2$, $Bi_2=20$, $\delta_1=0.2$ y $\delta_2=0.1$.

La Fig.4 muestra el efecto que sobre la temperatura del sistema tiene el espesor de la pared inferior para $Pe=0.1$, $A=1$, $\gamma_1=\gamma_2=1$, $Bi_1=2$, $Bi_2=20$ y $\delta_2=0.1$. Se obtiene que a medida que el espesor aumenta mayor son los valores de temperatura alcanzados en el sistema. Esto se debe a que al ser mayor el espesor de la pared menor será el flujo de calor que por

conducción pasa del sistema al medio que lo rodea. Una vez más los perfiles no son simétricos al ser el número de Biot de las pared inferior, Bi_1 , diferente al de la pared superior, Bi_2 .

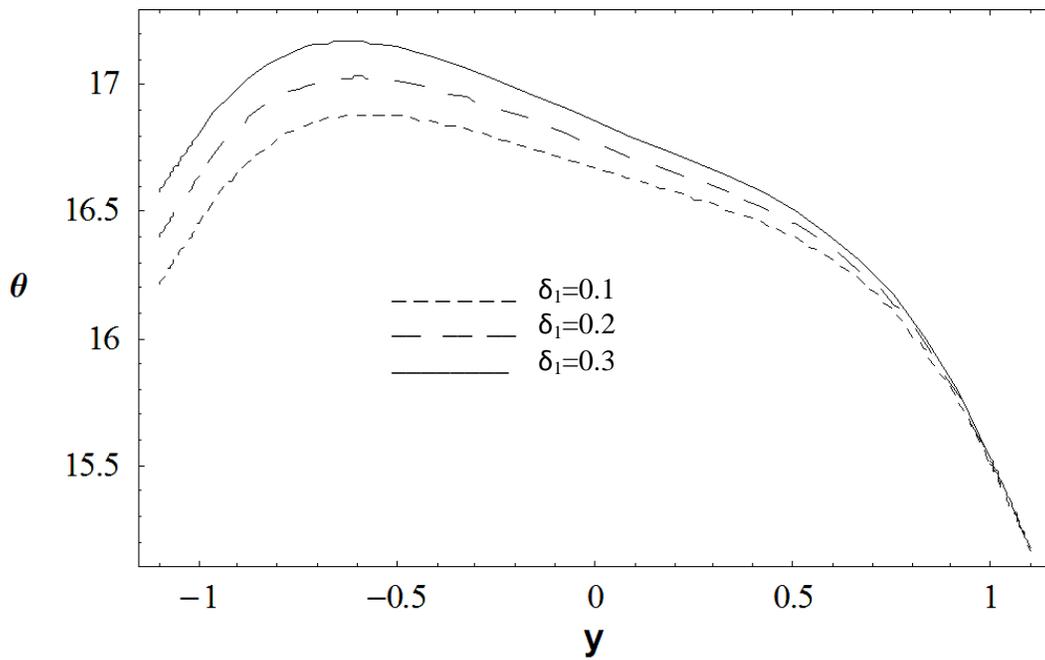


Fig.4 Perfil de temperatura para diferentes relaciones de espesores de la pared inferior respecto a la del fluido, $Pe=0.1$, $A=1$, $\gamma_1=\gamma_2=1$, $Bi_1=2$, $Bi_2=20$ y $\delta_2=0.1$.

Capítulo 3

OPTIMIZACIÓN TERMODINÁMICA Y EVALUACIÓN DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR INTERNA DEL SISTEMA

En este capítulo se realiza, una vez obtenido los campos de velocidad y temperatura del fluido y de temperatura de las paredes inferior y superior, la evaluación de la transferencia de calor interna del sistema a través de la determinación del Número de Nusselt o coeficiente interno adimensional de transferencia de calor. Además se determina la producción de entropía local del sistema la cual queda en función de los campos de velocidad y temperatura antes mencionados así como de sus gradientes. Finalmente, la producción local de entropía del sistema será integrada en todo el volumen del sistema para obtener la producción global y minimizar dicha función obteniendo condiciones óptimas de operación del sistema tanto desde el punto de vista de parámetros geométricos como físicos del sistema.

Esta integración de la entropía local será efectuada utilizando el programa Mathematica Versión 5.0.

Todas las expresiones matemáticas serán adimensionalizadas quedando en función de números adimensionales que caracterizan el proceso en cuyas expresiones aparecen los parámetros geométricos y físicos del sistema. Concretamente se estudiará el efecto que sobre la producción de entropía tienen parámetros tales como espesor de las paredes, conductividades térmicas de las paredes, viscosidad del fluido y distancia de separación entre paredes. En tal sentido se podrán obtener los valores de estas magnitudes en los cuales la entropía es mínima y, por tanto la energía no utilizada será menor. En estos valores óptimos de estas cantidades se requerirá menos energía para lograr tanto el intercambio de calor como el flujo deseado. Esto se traduce en un ahorro de Energía.

3.1. Producción de entropía local y global del sistema

Los campos de velocidad y temperatura obtenidos con anterioridad serán usados para determinar la producción de entropía de este problema. En un flujo de un fluido viscoso, incompresible y monocomponente, la producción local de entropía puede ser escrita explícitamente en términos adimensionales como [6,24].

$$\dot{S} = \frac{1}{\theta^2} \left[\left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} \right)^2 \right] + \frac{1}{\theta} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \frac{\gamma_1}{\theta_1^2} \left(\frac{\partial \theta_1}{\partial y} \right)^2 + \frac{\gamma_2}{\theta_2^2} \left(\frac{\partial \theta_2}{\partial y} \right)^2 \quad \text{Ec. (3.1)}$$

donde \dot{S} está normalizada por k/a^2 . En la Ec. (3.1), los dos primeros términos toman en cuenta las irreversibilidades causadas por flujo de calor y disipación viscosa en el fluido mientras que el tercer y cuarto término expresan las irreversibilidades debidas a flujo de calor en las paredes inferior y superior, respectivamente. La producción global de entropía $\langle \dot{S} \rangle$ es una vez más obtenida integrando \dot{S} en todo el volumen ocupado por el dispositivo.

Evidentemente, las irreversibilidades debidas al flujo de calor en las paredes son cero para un ducto con paredes de hechas de un material térmicamente aislante ($\gamma_1 = \gamma_2 = 0$).

La entropía global depende de los parámetros adimensionales Pe , γ_i , Bi_i , δ_i , θ_a y A que gobiernan el comportamiento del sistema. Como la producción global de entropía considera toda la disipación producida por irreversibilidades en el sistema, nosotros podemos buscar para que valores de los parámetros esta función es mínima.

La Fig. 5 muestra la variación de entropía global del sistema normalizada por su valor en $\delta_1 = 0$ en función del espesor de la pared inferior para diferentes valores de espesor de la pared superior y cuando $Pe = 0.3$, $A = 1$, $\gamma_1 = \gamma_2 = 1$, $Bi_1 = 2$ y $Bi_2 = 20$. Se observa que se logran valores mínimos de entropía donde las pérdidas de energía útil serán mínimas

obteniéndose condiciones óptimas de operación. A medida que aumenta el espesor de la pared superior el valor óptimo del espesor de la pared inferior donde se alcanzan las condiciones de mínima disipación se desplaza hacia valores mayores.

La Fig. 6 muestra la variación de entropía global del sistema en función del número de Biot de la pared inferior Bi_1 , normalizada por su valor en $Bi_1 = 0$, para diferentes valores del número de Biot de la pared superior, Bi_2 (2,3,4). Los valores del resto de los parámetros son $Pe = 0.1$, $A = 1$, $\gamma_1 = \gamma_2 = 2$ y $\delta_1 = \delta_2 = 0.1$. Como se puede observar en la Fig.6, en este caso la entropía alcanza un valor mínimo para los tres valores del número de Biot de la pared superior, Bi_2 . Es posible encontrar un número de Biot óptimo para la pared inferior, Bi_{1opt} , el cual conduce a una producción global de entropía, $\langle \dot{S} \rangle$, mínima. En este ejemplo, similarmente a lo que ocurrió en el problema de transferencia de calor no conjugado [27,28]. En este trabajo se encuentra que la variación de la producción global de entropía con el número de Biot, es siempre una función monótona creciente cuando los números de Biot de cada pared son iguales. Es decir, para convección simétrica no existen mínimos de entropía.

La Fig. 7 muestra la variación de entropía global del sistema en función de la conductividad térmica de la pared inferior, γ_1 , normalizada por su valor en $\gamma_1 = 0$, para diferentes valores de $Bi_1 = Bi_2$ (1,5,10). $Pe = 0.1$, $A = 1$, $\gamma_2 = 10$, $\delta_1 = \delta_2 = 0.1$. Nótese que a pesar de ser el enfriamiento de las paredes simétrico, $\langle \dot{S} \rangle$ presenta valores mínimos para los tres valores explorados de $Bi_1 = Bi_2$. Esto significa que para el fluido dado, las irreversibilidades pueden ser minimizadas con una adecuada selección de las conductividades térmicas de las paredes.

Las Figs. 8 y 9 muestran los efectos del gradiente de temperatura axial, A , y del número adimensional de Péclet, Pe , sobre la producción global de entropía para $Bi_2 = 20$ y $\delta_1 = \delta_2 = 0.1$, respectivamente.

La Fig. 8 corresponde a $Pe = 0.1$, $\gamma_1 = \gamma_2 = 10$ y tres valores diferentes de $Bi_1 = (0,0.2,2)$, mientras que la Fig. 9 corresponde a $A = 1$, $Bi_1 = 5$ y tres valores diferentes de $\gamma_1 = \gamma_2 = (5,10,15)$. En ambas, Figs. 8 y 9, $\langle \dot{S} \rangle$ disminuye para valores pequeños de A y Péclet, respectivamente, y alcanza un valor mínimo. Una vez que dicho valor mínimo es alcanzado, $\langle \dot{S} \rangle$ presenta un aumento con A y Péclet. Esto significa que existe un valor óptimo de A y de Péclet, que minimiza las irreversibilidades asociadas a este sistema.

Aunque no se muestra en el trabajo, los mínimos de la producción global de entropía que se alcanzan en la Fig.9 se desplazan hacia valores menores de Péclet cuando $\delta_1 = \delta_2$ aumenta. Además, cuando consideramos el caso de enfriamiento simétrico, números de Biot de las paredes igual, es posible encontrar nuevamente un número óptimo de Péclet el cual conduce a una generación de entropía global mínima.

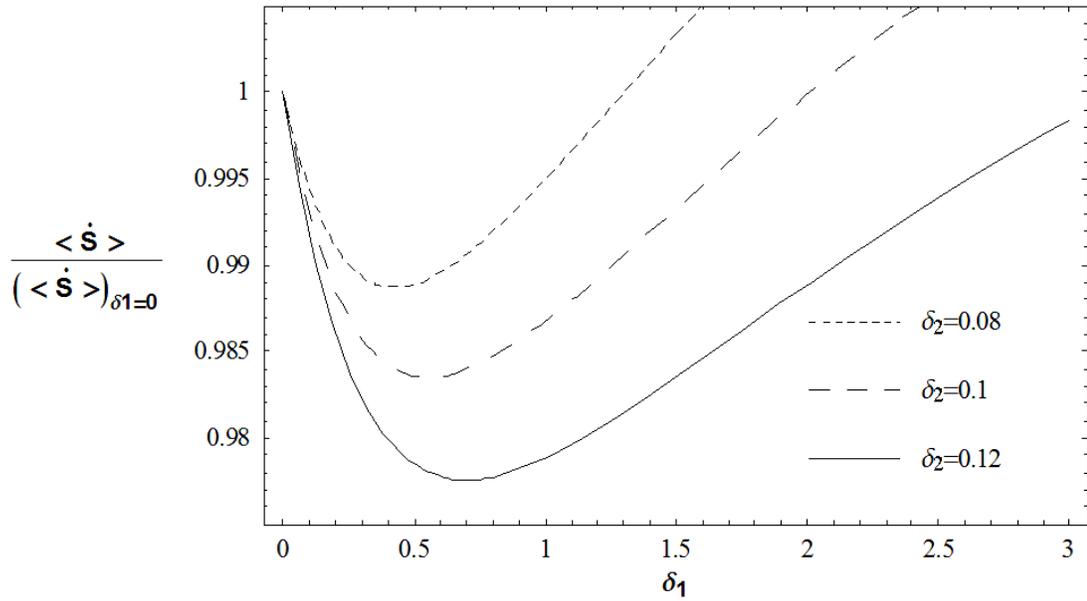


Fig. 5 Variación de entropía global del sistema normalizada por su valor en $\delta_1 = 0$ en función del espesor de la pared inferior para diferentes valores de espesor de la pared superior. $Pe = 0.3$, $A = 1$, $\gamma_1 = \gamma_2 = 1$, $Bi_1 = 2$ y $Bi_2 = 20$.

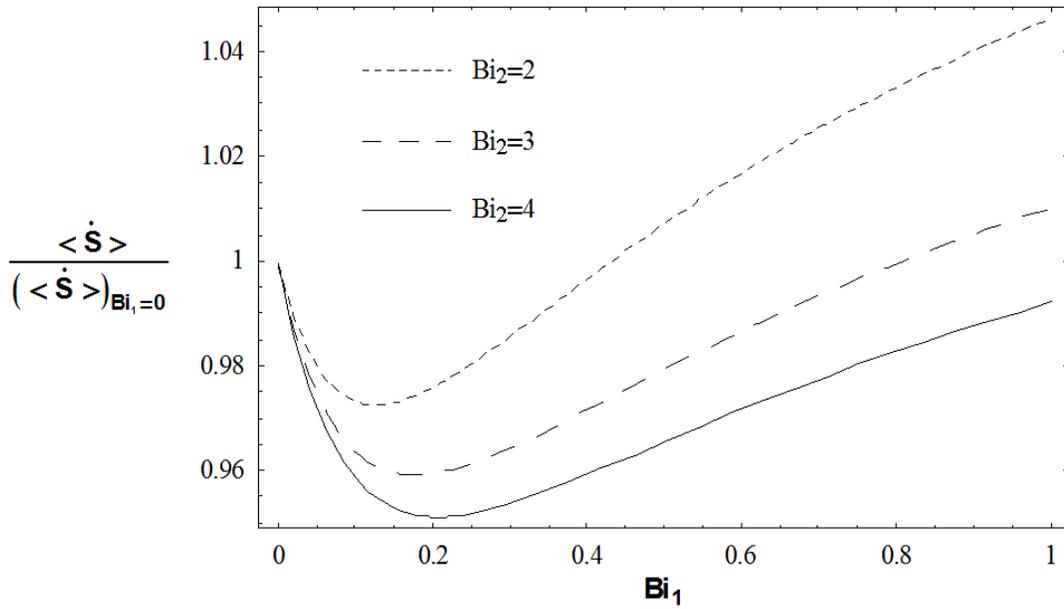


Fig. 6 Variación de entropía global del sistema en función del número de Biot de la pared inferior Bi_1 , normalizada por su valor en $Bi_1 = 0$, para diferentes valores del número de Biot de la pared superior, Bi_2 . $Pe = 0.1$, $A = 1$, $\gamma_1 = \gamma_2 = 2$ y $\delta_1 = \delta_2 = 0.1$.

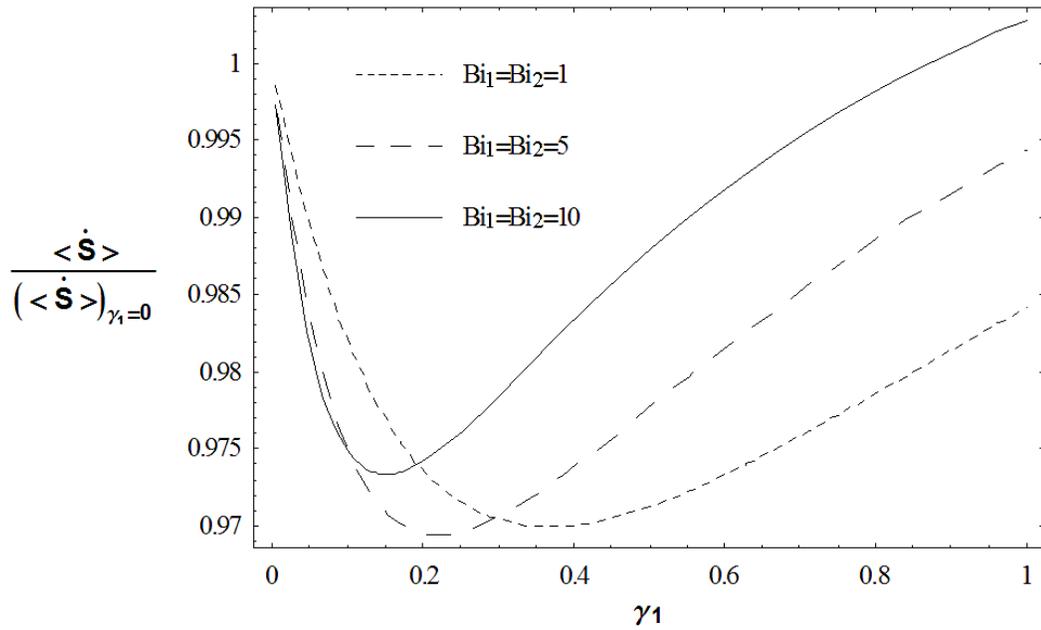


Fig. 7 Variación de entropía global del sistema en función de la conductividad térmica de la pared inferior, γ_1 , normalizada por su valor en $\gamma_1 = 0$, para diferentes valores de $Bi_1 = Bi_2$. $Pe = 0.1$, $A = 1$, $\gamma_2 = 10$, $\delta_1 = \delta_2 = 0.1$.

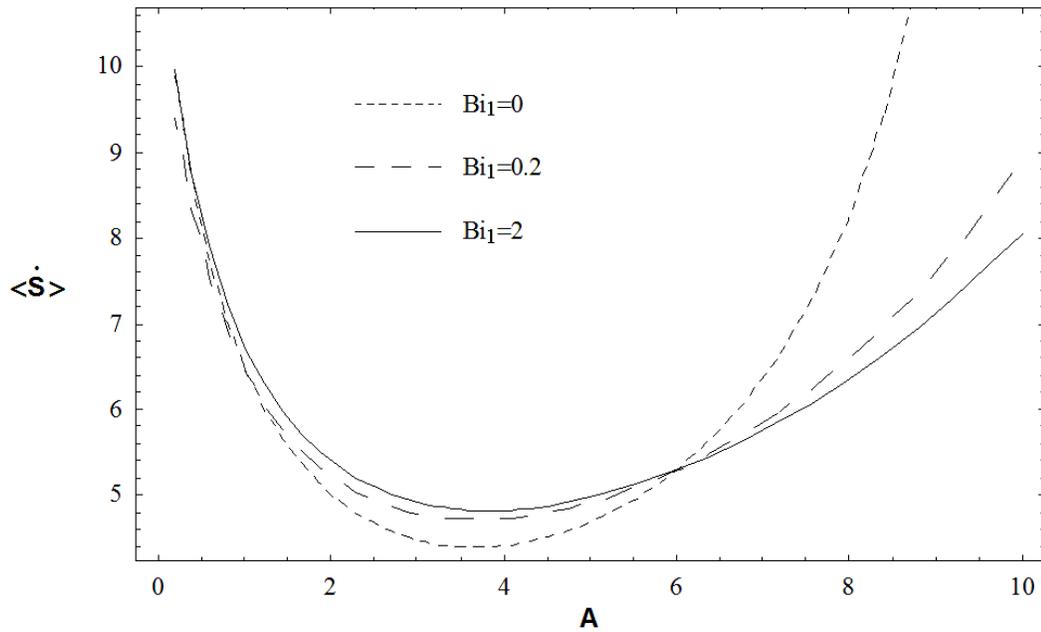


Fig. 8: Producción global de entropía como función del gradiente de temperatura axial, A , para diferentes valores de Bi_1 . $Pe = 0.1$, $\gamma_1 = \gamma_2 = 10$, $Bi_2 = 20$, $\delta_1 = \delta_2 = 0.1$.

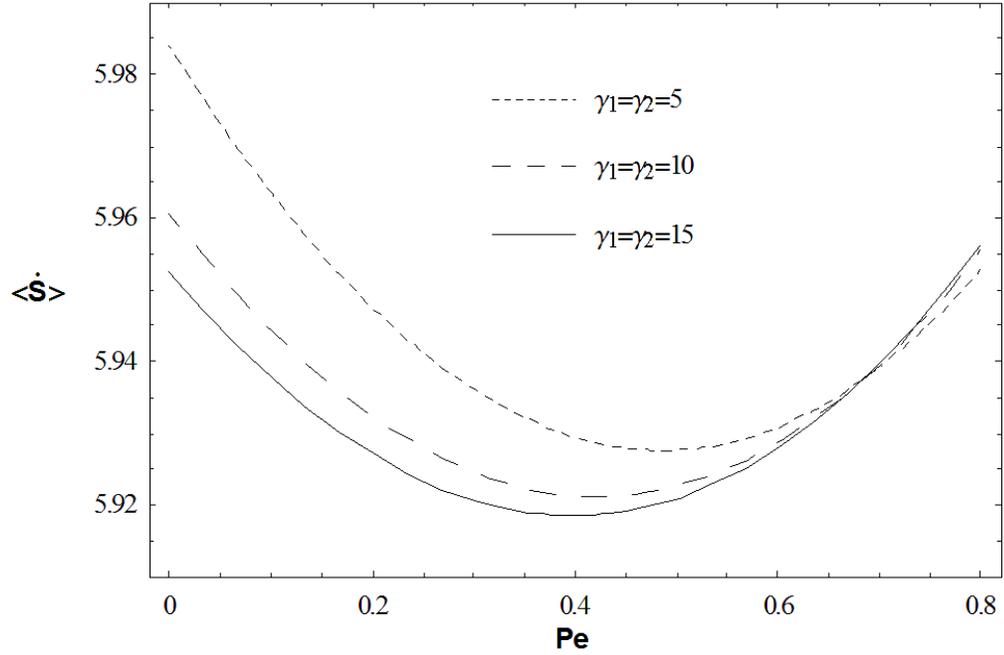


Fig. 9 Producción global de entropía como función del número de Péclet, Pe , para diferentes valores de $\gamma_1 = \gamma_2$. $A = 1$, $Bi_1 = 5$, $Bi_2 = 20$, $\delta_1 = \delta_2 = 0.1$.

3.2. Análisis de la transferencia de calor interna. Número de Nusselt

Para evaluar la transferencia de calor interna del sistema calculamos el Número local de Nusselt para la pared superior, basado en el coeficiente de transferencia de calor interno por convección, h_i , es decir, [20].

$$h_i = -\frac{k}{T_w - T_b} \left(\frac{\partial T}{\partial y'} \right)_{y'=a} \quad \text{Ec. (3.2)}$$

donde T_b and T_w son las expresiones dimensionales de la temperatura promedio de la sección transversal de la corriente de fluido y la temperatura en la pared, respectivamente.

En consecuencia, el número global de Nusselt en la pared superior está dado por:

$$Nu = \frac{h_i a}{2k} = - \frac{\left(\frac{\partial \theta}{\partial y}\right)_{y=1}}{2(\theta_{y=1} - \theta_b)} \quad \text{Ec. (3.3)}$$

La temperatura adimensional promedio de la sección transversal de la corriente de fluido es definida como:

$$\theta_b = \frac{\int_{-1}^1 u \theta dy}{\int_{-1}^1 u dy} \quad \text{Ec. (3.4)}$$

La Fig. 10 muestra el Número de Nusselt como función de δ_1 para diferentes valores de δ_2 cuando $Pe = 0.4$, $A = 4$, $\gamma_1 = \gamma_2 = 2$ y $Bi_1 = Bi_2 = 3$. Una discontinuidad es observada en la curva y el número de Nusselt puede llegar a tener valores negativos. Estos valores corresponden a perfiles de temperatura con inflexiones, cuando la temperatura promedio adimensional de la sección transversal de la corriente de fluido es menor que la temperatura adimensional de la pared y en consecuencia el flujo de calor se invierte apareciendo un flujo de calor hacia el interior del fluido.

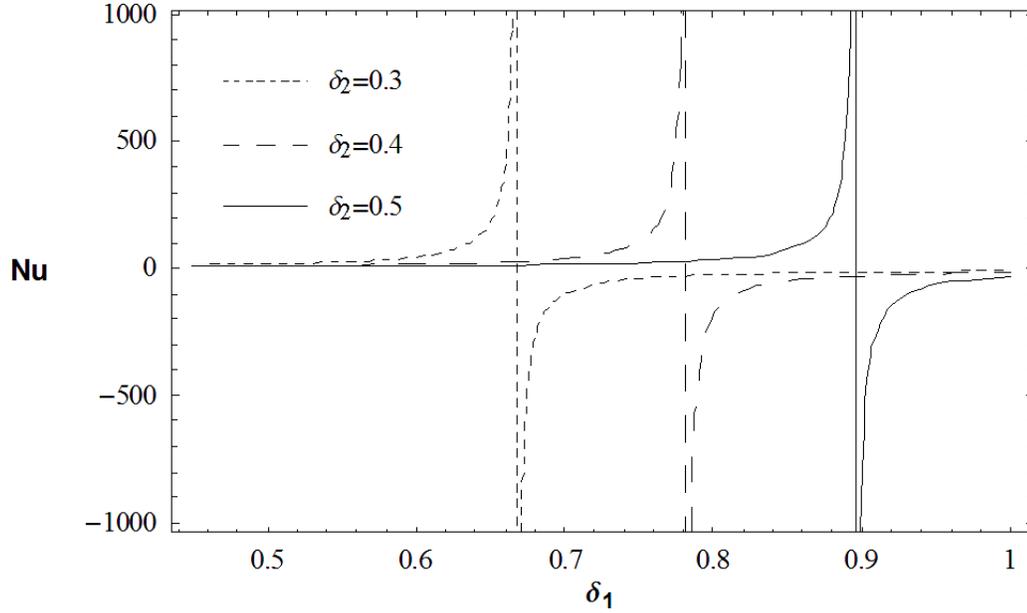


Fig. 10 Número de Nusselt como función del espesor de la pared inferior, δ_1 , para diferentes valores del espesor de la pared superior, δ_2 . $Pe = 0.4$, $A = 4$, $\gamma_1 = \gamma_2 = 2$ y $Bi_1 = Bi_2 = 3$.

En la Fig. 11 el Número local de Nusselt muestra un comportamiento monótono a medida que γ_1 aumenta y alcanza un valor límite cuando γ_1 tiende a infinito. Este valor límite puede ser determinado analíticamente y su expresión es:

$$\lim_{\gamma_1 \rightarrow \infty} Nu = \frac{35Bi_2\gamma_2(AP_e - 3)}{9(9 - 2AP_e) + C_7} \quad \text{Ec. (3.5)}$$

donde

$$C_7 = Bi_2[9\delta_2(9 - 2AP_e) - 2\gamma_2(17AP_e - 24)] \quad \text{Ec. (3.6)}$$

Se aprecia en las Ecs. (3.5) y (3.6) que este valor límite depende de Pe , γ_2 , Bi_2 , δ_2 y A . Como se puede ver de la Fig. 11, el aumento de γ_2 provoca una disminución sobre el Número local de Nusselt siendo menor el valor asintótico al cual Nusselt tiende cuando γ_1 tiende a infinito. Físicamente esto equivale a decir que a medida que γ_2 aumenta la

transferencia de calor por conducción predomina sobre la transferencia de calor por convección.

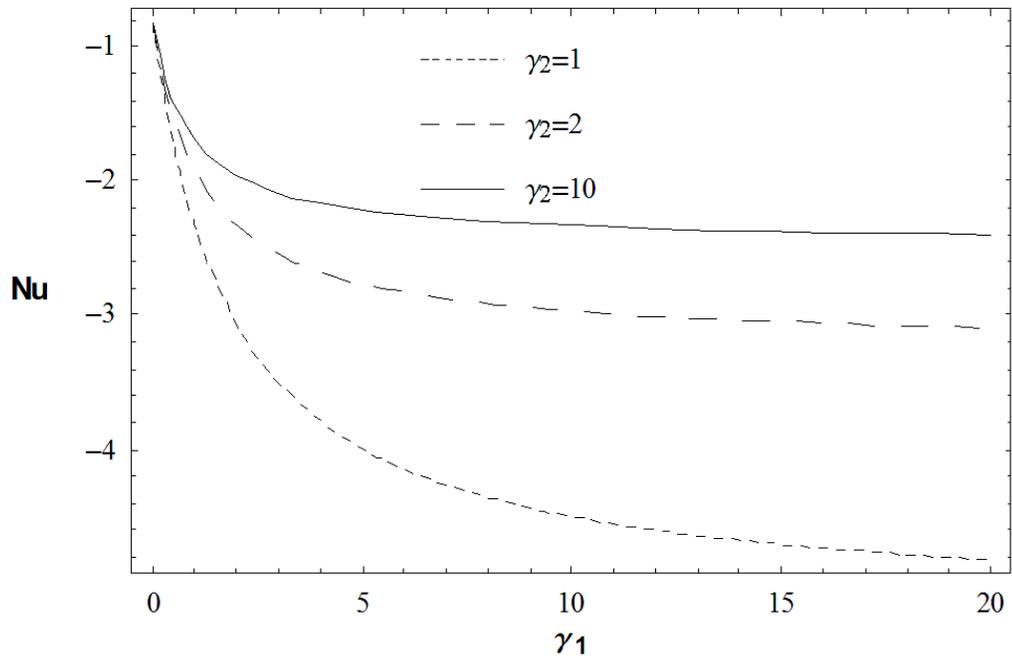


Fig. 11 Número de Nusselt como función de γ_1 para diferentes valores de γ_2 .
 $Pe = 0.4$, $A = 0.4$, $Bi_1 = Bi_2 = 5$ y $\delta_1 = \delta_2 = 0.1$.

CONCLUSIONES

En este trabajo se aplicó el Método de Minimización de la Producción de Entropía para la optimización de un fluido viscoso basado en la minimización de las pérdidas de trabajo útil del sistema que se mueve entre dos placas paralelas sólidas de espesor finito. Resolviendo las ecuaciones de balance de momento y energía se determinaron los campos de velocidad del fluido y de temperatura en el fluido y en las paredes del sistema, respectivamente. El campo de temperatura se determinó aplicando condiciones térmicas de frontera de tercer tipo en las superficies exteriores de las paredes, y considerando continuidad de la temperatura y el flujo de calor en las interfaces pared-fluido.

Todos los parámetros relevantes para el diseño del sistema, aquellos que describen su geometría (a, t_w), las propiedades físicas de los materiales y fluido (k, k_w, C, ρ, η) fueron optimizados simultáneamente para minimizar la generación de entropía. Particularmente, se analizó la influencia del espesor de las paredes en la producción de entropía.

En estas condiciones, se obtuvo que la producción global de entropía del sistema muestra mínimos para valores específicos del espesor de las paredes y del número de Péclet que no habían sido reportados en la literatura. Esto proporciona las condiciones en que las pérdidas de energía útil debidas al flujo de calor en el líquido y las paredes y la fricción viscosa en el líquido se reducen al mínimo.

Se concluye que para una combinación adecuada de los parámetros geométricos y físicos, el sistema puede operar en un mínimo de generación de entropía. Los resultados obtenidos contribuyen al logro de un desarrollo sostenible en términos de uso eficiente y ahorro de energía y recursos, en especial de aquellos no renovables que a su vez se traduce en una menor emisión de gases de efecto invernadero.

NOMENCLATURA

- a Distancia de separación entre el centro del canal y cada pared [m]
- A Gradiente de temperatura axial, $\frac{\partial \theta}{\partial x}$
- Bi Número de Biot, ah/k
- C Calor específico del fluido [$\text{J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$]
- h_e Coeficiente externo de transferencia de calor por convección [$\text{W m}^{-2}\text{K}^{-1}$]
- h_{eff} Coeficiente efectivo de transferencia de calor por convección, $\left(\frac{\delta_i}{k_i} + \frac{1}{(h_e)_i}\right)^{-1}$ [$\text{W m}^{-2}\text{K}^{-1}$]
- h_i Coeficiente interno de transferencia de calor por convección, $-\frac{k}{T_w - T_b} \left(\frac{\partial T}{\partial y'}\right)_{y'=a}$ [$\text{W m}^{-2}\text{K}^{-1}$]
- k Conductividad térmica del fluido [$\text{W m}^{-2}\text{K}^{-1}$]
- k_w Conductividad térmica de la pared [$\text{W m}^{-2}\text{K}^{-1}$]
- Nu Número Local de Nusselt, $h_i a / 2k$
- p Presión [kPa]
- Pe Número de Peclet $PrRe = Ua\rho C/k$
- Pr Número de Prandtl, $C\eta/k$
- Re Número de Reynolds, $Ua\rho/\eta$
- \dot{S}' Producción de Entropía por unidad de longitud, [$\text{W m}^{-4}\text{K}^{-1}$]
- \dot{S} Producción de Entropía local adimensional por unidad de longitud, $k/\dot{S}'a^2$
- $\langle \dot{S} \rangle$ Producción de Entropía global adimensional
- t_w Espesor de la pared [m]
- T Temperatura del fluido [K]
- T_w Temperatura de la pared [K]

T_a Temperatura ambiente [K]

T_b Temperatura promedio de la sección transversal del fluido $\int_{-a}^a u'Tdy' / \int_{-a}^a u'dy'$ [K]

u' Velocidad axial del fluido [m/s]

u Velocidad axial adimensional del fluido, u'/U

U Velocidad característica del fluido [m/s]

x' Coordenada axial [m]

x Coordenada axial adimensional, x'/a

y' Coordenada transversal [m]

y Coordenada adimensional transversal, y'/a

Símbolos Griegos

δ Relación de espesores pared-fluido, t_w/a

η Viscosidad dinámica del fluido [$\text{kg m}^{-1}\text{s}^{-1}$]

θ Temperatura adimensional del fluido, $kT/\eta U^2$

θ_w Temperatura adimensional de la pared, $kT_w/\eta U^2$

θ_a Temperatura adimensional externa del ambiente, $kT_a/\eta U^2$

θ_b Temperatura promedio adimensional de la sección transversal del fluido, $\int_{-1}^1 u\theta dy / \int_{-1}^1 u dy$

ρ Densidad del fluido [kg/m^3]

γ Relación térmica de conductividades térmicas pared-fluido k_w/k

Subíndice

1 Pared inferior

2 Pared superior

w Pared

LISTA DE FIGURAS

Pág.

Fig.1 Perfil de velocidad del fluido.	28
Fig.2. Perfil de temperatura para diferentes números de Biot cuando en ambas paredes este tiene el mismo valor. ($Pe=0.1$, $A=1$, $\gamma_1=\gamma_2=0.5$ y $\delta_1=\delta_2=0.2$).	29
Fig.3 Perfil de temperatura para diferentes relaciones de conductividades térmicas pared- fluido cuando para ambas paredes tiene el mismo valor. ($Pe=0.1$, $A=1$, $Bi_1=2$, $Bi_2=20$, $\delta_1=0.2$ y $\delta_2=0.1$).	30
Fig.4 Perfil de temperatura para diferentes relaciones de espesores de la pared inferior respecto a la del fluido. ($Pe=0.1$, $A=1$, $\gamma_1=\gamma_2=1$, $Bi_1=2$, $Bi_2=20$ y $\delta_2=0.1$).	31
Fig. 5: Variación de entropía global del sistema normalizada por su valor en $\delta_1 = 0$ en función del espesor de la pared inferior para diferentes valores de espesor de la pared superior. ($Pe=0.3$, $A=1$, $\gamma_1=\gamma_2=1$, $Bi_1=2$, $Bi_2=20$).	37
Fig. 6: Variación de entropía global del sistema en función del número de Biot de la pared inferior Bi_1 , normalizada por su valor en $Bi_1 = 0$, para diferentes valores del número de Biot de la pared superior Bi_2 . ($Pe=0.1$, $A=1$, $\gamma_1=\gamma_2=2$ y $\delta_1 = \delta_2 = 0.1$).	38
Fig. 7: Variación de entropía global del sistema en función de la conductividad térmica de la pared inferior, γ_1 , normalizada por su valor en $\gamma_1 = 0$, para diferentes valores de $Bi_1 = Bi_2$. ($Pe=0.1$, $A=1$, $\gamma_2=10$, $\delta_1 = \delta_2 = 0.1$).	38
Fig. 8: Producción global de entropía como función del gradiente de temperatura axial, A , para diferentes valores de Bi_1 . ($Pe=0.1$, $\gamma_1=\gamma_2=10$, $Bi_2 = 20$, $\delta_1 = \delta_2 = 0.1$).	39
Fig. 9: Producción global de entropía como función del número de Péclet, Pe , para diferentes valores de $\gamma_1 = \gamma_2$. ($A = 1$, $Bi_1 = 5$, $Bi_2 = 20$, $\delta_1 = \delta_2 = 0.1$).	39
Fig. 10: Número de Nusselt como función del espesor de la pared inferior, δ_1 , para diferentes valores del espesor de la pared superior, δ_2 . ($Pe = 0.4$, $A = 4$, $\gamma_1 = \gamma_2 = 2$ y $Bi_1 = Bi_2 = 3$).	41
Fig. 11: Número de Nusselt como función de γ_1 para diferentes valores de γ_2 . ($Pe = 0.4$, $A = 0.4$, $Bi_1 = Bi_2 = 5$ y $\delta_1 = \delta_2 = 0.1$).	42

REFERENCIAS

1. Singh Narendra, S.C. Kaushik S.C, Misra R.D, *Exergetic analysis of a solar thermal power system*, Renewable Energy 19 (2000) (135-143).
2. Fermi E., *Thermodynamics*, (Dover, N.Y., 1956).
3. Callen H.B., *Thermodynamics and an introduction to thermostatics*, 2nd. Edition, (Wiley, N. Y., 1985).
4. Zemansky M.W. y Dittman R.H., *Heat and thermodynamics*, (McGraw-Hill, N.Y., 1996).
5. García-Colín L.S., *Introducción a la termodinámica clásica*, (Trillas, México, 1998).
6. De Groot S.R y Mazur P., *Non-equilibrium Thermodynamics*, (Dover, N.Y., 1984).
7. García-Colín L.S., *Termodinámica de procesos irreversibles*, (UAM, México, 1989).
8. Criado-Sancho M. y Casas-Vázquez J., *Termodinámica química y de los procesos irreversibles*, 2ª Edición, (Pearson-Addison Wesley, Madrid, 2004).
9. Bejan A., *Entropy generation minimization*, (CRC, Boca Ratón, 1995).
10. Bejan A., G. Tsatsaronis y Moran M., *Thermal design and optimization*, (Wiley, N.Y. 1995).
11. Bejan A. y Mamut E., *Thermodynamic optimization of complex energy systems*, (Springer, Berlin, 1999).
12. Potter Merle C., Wiggert David C., *Mecánica de fluidos*, 3ra. Edición, Thomson, México (2007).

13. Barletta A., Rossi di Schio E., Comini G. and D'Agaro P., Conjugated forced convection heat transfer in a plane channel: Longitudinally periodic regime, *Int. J. of Thermal Sciences* 2008, 47, 43-51.
14. Barletta A., Rossi di Schio E., Comini G. and D'Agaro P., Wall coupling effect in channel forced convection with streamwise periodic boundary heat flux variation, *Int. J. of Thermal Sciences* 2009, 48, 699-707.
15. Nawaf H. Saeid, Conjugate natural convection in a vertical porous layer sandwiched by finite thickness walls, *Int. Comm. in Heat and Mass Transfer* 2007, 34, 210-216.
16. Varol V., Oztop Hakan F. and Koca A., Entropy generation due to conjugate natural convection in enclosures bounded by vertical solid walls with different thicknesses, *Int. Comm. in Heat and Mass Transfer* 2008, 35, 648-656.
17. Ibáñez G. and Cuevas S., Entropy generation minimization of a MHD (magnetohydrodynamic) flow in a microchannel, *Energy* 2010, 35, 4149-4155.
18. Ibáñez G., López A. and Cuevas S., Optimum wall thickness ratio based on the minimization of entropy generation in a viscous flow between parallel plates, *Int. Comm. in Heat and Mass Transfer* 2012, 39, 587-592.
19. Ibáñez G., López A. and Góms I., Análisis de la transferencia de calor conjugada en un flujo entre dos planos paralelos considerando efectos convectivos, *Lacandonia* 2012, 2, 121-126.
20. Manríquez Valadez José Ángel, Transferencia de Calor, 2da. Edición, Alfaomega, México (2005).
21. Kreith Frank, Bohn Mark S., Principios de Transferencia de calor, 6ta. Edición, Thomson Learning, México (2001).
22. Çengel Yunus A. Transferencia de calor, 2da. Edición, Mc Graw Hill, México (2004).
23. Bejan A., *Heat Transfer*, Wiley, New York, 1993.
24. Bejan A., *Entropy Generation through Heat and Fluid Flow*, Wiley, New York, 1994. 1.

25. Lambert A. A., Ibáñez G., Cuevas S. and del Río J. A., Optimal behavior of viscoelastic flow at resonant frequencies, *Phys. Rev. E* 70 (2004), 056302; Erratum, *Phys. Rev. E* 2006, 73, 049902.
26. Vázquez F., Olivares-Robles M.A. and Cuevas S., Viscoelastic Effects on the Entropy Production in Oscillatory Flow between Parallel Plates with Convective Cooling, *Entropy* **2008**, 11, 4-16.
27. Ibáñez G., Cuevas S. and López de Haro M., Heat transfer in asymmetric convective cooling and optimized entropy generation rate, *Rev. Mex. Física* **2003**, 49, 338-343.
28. Ibáñez G., Cuevas S. and López de Haro M., Minimization of entropy generation by asymmetric convective cooling, *Int. J. Heat and Mass Transfer* **2003**, 46, 1321-1328. 3.1.