

# **UNIVERSIDAD DE CIENCIAS Y ARTES DE CHIAPAS**

**INSTITUTO DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN EN ENERGÍAS  
RENOVABLES**

**DOCTORADO EN MATERIALES Y SISTEMAS ENERGÉTICOS  
RENOVABLES**

## **TESIS**

**DESARROLLO E IMPLEMENTACIÓN DE  
TÉCNICAS NO INVASIVAS PARA PRUEBAS  
ESTÁTICAS Y DINÁMICAS EN PALAS DE  
AEROGENERADORES DE BAJA POTENCIA**

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE**

**DOCTOR EN MATERIALES Y SISTEMAS  
ENERGÉTICOS RENOVABLES**

**PRESENTA**

**EDUARDO TORRES MORENO**

**DIRECTOR: DR. VÍCTOR IVÁN MORENO OLIVA**

**CO-DIRECTOR: DR. NEÍN FARRERA VÁZQUEZ**

**Tuxtla Gutiérrez, Chiapas**

**Abril de 2024.**





# UNIVERSIDAD DE CIENCIAS Y ARTES DE CHIAPAS

## SECRETARÍA ACADÉMICA

### DIRECCIÓN DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

Tuxtla Gutiérrez, Chiapas a 21 de febrero de 2024  
Oficio No. SA/DIP/0116/2024  
Asunto: Autorización de Impresión de Tesis

C. Eduardo Torres Moreno

CVU: 867174

Candidato al Grado de Doctor en Materiales y Sistemas Energéticos Renovables

Instituto de Investigación e Innovación en Energías Renovables

UNICACH

Presente

Con fundamento en la opinión favorable emitida por escrito por la Comisión Revisora que analizó el trabajo terminal presentado por usted, denominado **Desarrollo e implementación de técnicas no invasivas para pruebas estáticas y dinámicas en palas de aerogeneradores de baja potencia** cuyos Directores de tesis son el Dr. Víctor Iván Moreno Oliva (CVU: 201707) y Dr. Nein Farrera Vázquez (CVU: 239865) quienes avalan el cumplimiento de los criterios metodológicos y de contenido; esta Dirección a mi cargo autoriza la impresión del documento en cita, para la defensa oral del mismo, en el examen que habrá de sustentar para obtener el **Grado de Doctor en Materiales y Sistemas Energéticos Renovables**.

Es imprescindible observar las características normativas que debe guardar el documento impreso, así como realizar la entrega en esta Dirección de un ejemplar empastado.

**Atentamente**  
**"Por la Cultura de mi Raza"**

**Dra. Carolina Orantes García**  
**Directora**



DIRECCIÓN DE  
INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

- C.c.p. Dr. Héber Vilchis Bravo, Encargado de la Dirección, Instituto de Investigación e Innovación en Energías Renovables UNICACH. Para su conocimiento.  
Dra. Laura Elena Vereza Valladares, Coordinadora de Posgrado, Instituto de Investigación e Innovación en Energías Renovables, UNICACH. Para su conocimiento.  
Archivo/minutario.

RJAG/COG/ljg/plgr

2024 Año de Felipe Carrillo Puerto  
BENEMÉRITO DEL PROLETARIADO,  
REVOLUCIONARIO Y DEFENSOR DEL MAYAB.



Dirección de Investigación y Posgrado  
Libramiento Norte Poniente 1550 C.P. 29039  
Tuxtla Gutiérrez, Chiapas, México  
Teléfono: (961) 61 70440 Ext: 4360  
investigacionyposgrado@unicach.mx

---

## Agradecimientos

---

- *Agradezco primeramente a Dios por darme la vida y la oportunidad de terminar esta etapa de mi vida profesional, a pesar de todas las dificultades que acontecieron durante el proceso, me fortalecías y me llenabas de esperanza cada día.*
- *Agradezco a mi madre, la Sra. Julia Moreno Cortez por ser mi gran motor, motivación e inspiración. Gracias por nunca dudar de mí, cuando en algún momento mi confianza disminuía, gracias por todos los grandes consejos que me has dado, por siempre estar en cada logro de mi vida, en cada salida de viaje, en las noches de desvelos de trabajo que me acompañabas para que no me quedara solo, por estar siempre pendiente de mí y nunca dejarme solo, este logro y éxito te lo dedico a tí, mamá.*
- *Agradezco a mi amigo y compañero M.C.E.E. Luis Angel De La Rosa Jiménez por brindarme su amistad y su confianza, por su apoyo en el desarrollo de las interfaces gráficas, así como de diferentes colaboraciones de trabajo que fueron surgiendo durante el proceso.*
- *Agradezco a mi amigo y compañero Dr. José Rafael Dorrego Portela por su gran amistad y sus consejos que me ayudaron durante este proyecto.*
- *Agradezco a mis amigos M.C.E.E. Iridian Karime Ángeles Pérez y M.C.E.E. Gabriel Villaseñor Castro por brindarme su gran amistad y por las gratas convivencias familiares en mi casa.*
- *Agradezco al Dr. Orlando Lastres Danguillecourt y al Dr. Neín Farrera Vázquez por confiar en mí, gracias por brindarme su amistad, sus sabios consejos y por la gran orientación durante este proyecto de tesis.*

- *Agradezco al Dr. Víctor Iván Moreno Oliva por su gran orientación y apoyo desde la licenciatura y maestría, por ser parte de este gran proyecto, por ayudarme a afrontar nuevos retos y trabajos de investigación, por su gran amistad y confianza, por siempre estar pendiente de mí de forma académica y personal.*
- *Agradezco a la Universidad de Ciencias y Artes de Chiapas y al Instituto de Investigación e Innovación en Energías Renovables por la oportunidad de permitirme de formarme profesionalmente.*
- *Agradezco al Consejo Nacional de Humanidades, Ciencias y Tecnologías (CONAHCYT) por el apoyo económico recibido durante este proyecto de tesis y la publicación del artículo científico.*

---

## Resumen

---

En este trabajo se presenta el desarrollo e implementación de un instrumento de contacto óptico, mediante las técnicas de triangulación láser y fotogrametría, para la reconstrucción geométrica y determinación de parámetros importantes en pruebas estáticas y dinámicas para palas de aerogeneradores de baja potencia, con el objetivo de validar los datos de diseño de la pala y así garantizar la seguridad y fiabilidad del aerogenerador.

Se propone el método de triangulación láser para determinar la deflexión y la torsión en palas de aerogeneradores de baja potencia. Una cámara CMOS captura la imagen de una línea proyectada sobre una sección de la pala y, mediante la reconstrucción de la forma aerodinámica se obtiene un perfil de referencia, se aplica una carga conocida en el borde extremo de la pala, para obtener un perfil deflectado y con torsión, y se comparan estos perfiles con el perfil de referencia. Los resultados de la deflexión y la torsión se validan mediante simulaciones empleando el método de elementos finitos y pruebas en laboratorio, respectivamente. En el proceso de reconstrucción experimental de los perfiles se obtuvo una resolución de 0.06 mm, el error relativo de medición de la deflexión es de 0.282 % y el error de medición de la torsión es menor a  $0.1^\circ$ . El método presentado es eficaz, preciso y de bajo costo para evaluar los perfiles de las palas de aerogeneradores de baja potencia. Sin embargo, debido a su fácil implementación, se espera que sea capaz de medir cualquier perfil de pala de aerogenerador a escala real de hasta varios metros de longitud.

Para realizar análisis modal experimental a palas de aerogeneradores de baja potencia se propone la técnica de fotogrametría. Esta técnica consiste en perturbar la dinámica de la pala en sus condiciones iniciales, como resultado se obtiene una respuesta armónica en el tiempo la cual es muestreada por una secuencia de imágenes capturadas por el sensor CMOS utilizando los desplazamientos del blanco de referencia en el tiempo. Parámetros como la frecuencia natural y la forma modal se obtienen ajustando los datos a una ecuación

no lineal cuya solución es una ecuación exponencial/armónica. Los resultados del análisis modal se validan realizando pruebas mediante la técnica de triangulación láser y el uso de acelerómetros. El resultado muestra que el error relativo de la frecuencia natural del primer modo de vibración es menor al 1 % y un error de repetibilidad de 0.29 %. El método propuesto es sencillo, eficaz y fiable, y además es un método que no se ha aplicado a la prueba de la vibración natural del primer orden de palas de aerogeneradores, por lo que su aplicación a este tipo de componentes es un área de oportunidad para la validación de parámetros de análisis modal en la industria eólica.

# Índice general

<b>Agradecimientos</b>	<b>III</b>
<b>Resumen</b>	<b>v</b>
<b>Lista de figuras</b>	<b>XI</b>
<b>Lista de tablas</b>	<b>xv</b>
<b>1. Preliminares</b>	<b>1</b>
1.1. Introducción . . . . .	1
1.2. Planteamiento del problema . . . . .	2
1.3. Justificación . . . . .	2
1.4. Hipótesis . . . . .	2
1.5. Objetivos . . . . .	3
1.5.1. General . . . . .	3
1.5.2. Específicos . . . . .	3
<b>2. Antecedentes</b>	<b>4</b>
2.1. Métodos y sistemas de pruebas en palas de aerogeneradores realizados en laboratorios especializados . . . . .	6
2.1.1. Métodos y sistemas de pruebas estáticas . . . . .	6
2.1.2. Método y sistemas de prueba de fatiga de un solo eje . . . . .	9
2.1.2.1. Pruebas de desplazamiento forzado . . . . .	10
2.1.2.2. Pruebas de resonancia . . . . .	11
2.1.3. Método y sistemas de prueba de fatiga de doble eje . . . . .	14
2.2. Técnicas de monitoreo del funcionamiento de las palas de aerogeneradores .	17
2.2.1. Análisis de vibraciones . . . . .	18
2.2.2. Emisión acústica . . . . .	18
2.2.3. Termografía . . . . .	19
2.2.4. Detección ultrasónica . . . . .	20

2.2.5. Fibra óptica . . . . .	21
2.2.6. Vibrómetro doppler láser . . . . .	22
2.2.7. Detección de daños basada en la resistencia eléctrica . . . . .	23
2.2.8. Medidor mecánico de deformación . . . . .	24
<b>3. Fundamentos teóricos</b>	<b>25</b>
3.1. Introducción . . . . .	25
3.2. Aerogenerador y principales componentes . . . . .	26
3.3. Tipos de aerogeneradores y clasificación . . . . .	29
3.3.1. Por la posición del eje de rotación . . . . .	29
3.3.1.1. Eje vertical . . . . .	29
3.3.1.2. Eje horizontal . . . . .	32
3.3.2. Por el número de palas . . . . .	32
3.3.3. Por la orientación respecto a la dirección dominante del viento . . . . .	33
3.3.4. Por la potencia . . . . .	34
3.4. Definición y terminología de un perfil aerodinámico . . . . .	35
3.4.1. Clasificación de perfiles . . . . .	37
3.4.1.1. Series NACA . . . . .	37
3.5. Representación de imágenes digitales . . . . .	38
3.6. Criterios de evaluación del procesamiento sobre una imagen digital . . . . .	40
3.7. Definición de procesamiento y análisis de imágenes . . . . .	41
3.8. Tipos de datos de imagen . . . . .	41
3.9. Mejora de la imagen . . . . .	43
3.9.1. Métodos en el dominio espacial . . . . .	43
3.9.1.1. Negativo de una imagen . . . . .	44
3.9.1.2. Histograma . . . . .	45
3.9.2. Métodos en el dominio de la frecuencia . . . . .	45
3.9.2.1. Filtrado en el dominio de la frecuencia . . . . .	47
3.9.2.1.1. Filtro Butterworth . . . . .	47
3.9.2.1.2. Filtro Gaussiano . . . . .	48
3.10. Método basado en el umbralizado del histograma . . . . .	48
3.11. Cálculo de centroides . . . . .	49
3.12. Curvas de Bézier . . . . .	50
3.12.1. Polinomios de Bernstein . . . . .	50
3.12.2. Curvas de Bézier simples . . . . .	51
3.13. Esfuerzos en vigas . . . . .	53

3.13.1. Introducción . . . . .	53
3.13.2. Curvatura de una viga . . . . .	53
3.13.3. Ecuaciones diferenciales de la curva de deflexión . . . . .	55
3.13.4. Vigas con ángulos de rotación pequeños . . . . .	57
3.14. Torsión . . . . .	59
3.14.1. Introducción . . . . .	59
3.14.2. Deformaciones torsionantes de una barra circular . . . . .	60
3.14.3. Deformaciones unitarias por cortante en la superficie exterior . . . . .	61
3.14.4. Deformaciones unitarias por cortante dentro de la barra . . . . .	62
3.15. Vibraciones mecánicas . . . . .	63
3.15.1. Vibración libre no amortiguada . . . . .	63
3.15.2. Vibración libre amortiguada . . . . .	64
3.15.3. Amortiguamiento . . . . .	66
3.15.3.1. Modelos de amortiguamiento . . . . .	66
<b>4. Desarrollo experimental del esquema de medición</b>	<b>68</b>
4.1. Metodología para las pruebas estáticas mediante la técnica de triangulación láser . . . . .	68
4.1.1. Esquema geométrico del sistema de medición . . . . .	68
4.1.2. Calibración del sistema óptico . . . . .	70
4.1.3. Procesamiento de imágenes y reconstrucción de perfiles . . . . .	73
4.1.4. Cálculo de la deflexión y torsión . . . . .	76
4.2. Metodología para las pruebas dinámicas mediante el método de fotogrametría	80
4.2.1. Análisis dinámico con el método de fotogrametría . . . . .	80
4.2.2. Selección del blanco de referencia . . . . .	81
4.2.3. Cálculo de la sensibilidad del sistema . . . . .	82
4.2.4. Reconstrucción de la trayectoria de vibración . . . . .	85
4.2.5. Cálculo de parámetros modales . . . . .	87
<b>5. Resultados experimentales</b>	<b>90</b>
5.1. Banco de pruebas . . . . .	90
5.2. Pruebas estáticas a una pala con perfil S834 . . . . .	92
5.3. Pruebas dinámicas a una pala con perfil FX-63137 . . . . .	94
5.4. Validación del cálculo de la deflexión . . . . .	96
5.5. Validación del cálculo de la torsión . . . . .	99
5.6. Validación para el análisis modal . . . . .	103

<b>Conclusiones</b>	<b>105</b>
<b>A. Anexos</b>	<b>107</b>
A.1. Productividad académica desarrollada . . . . .	107
<b>Bibliografía</b>	<b>121</b>

# Lista de figuras

Figura 2.1. Primeras pruebas estáticas de palas de aerogeneradores utilizando sacos de arena. . . . .	7
Figura 2.2. Prueba estática de una pala usando contrapesos. . . . .	7
Figura 2.3. Prueba estática de una pala de un aerogenerador offshore utilizando actuadores hidráulicos. . . . .	8
Figura 2.4. Prueba estática de una pala de un aerogenerador de gran longitud con winches eléctricos: a) arreglo horizontal y b) arreglo vertical. . . . .	8
Figura 2.5. Monturas y winches utilizados en las pruebas estáticas de la pala: a) montura de madera y b) winches. . . . .	9
Figura 2.6. Direcciones flapwise y edgewise. . . . .	10
Figura 2.7. Prueba de desplazamiento forzado utilizando un actuador hidráulico. . . . .	10
Figura 2.8. Excitación resonante para pruebas de fatiga: a) masa excéntrica giratoria y b) masa oscilante. . . . .	11
Figura 2.9. Primer equipo de prueba de fatiga de Narec: un sistema de masa resonante accionado por un sistema hidráulico. . . . .	12
Figura 2.10. Sistema de masa resonante “saddlebag” de Narec. . . . .	14
Figura 2.11. Sistema de masa resonante compacta (CRM) de Narec. . . . .	14
Figura 2.12. Prueba de dos ejes con actuadores hidráulicos. . . . .	15
Figura 2.13. Prueba de doble eje con actuador hidráulico y varilla de empuje lateral. . . . .	16
Figura 2.14. Configuración CRM de Narec para pruebas de doble eje. . . . .	16
Figura 2.15. Órbita de movimiento normalizada de la punta de una pala durante la prueba de doble eje. . . . .	17
Figura 2.16. Formación de hielo en una pala de aerogenerador. . . . .	18
Figura 2.17. Sensores acústicos unidos a la pala. . . . .	19
Figura 2.18. Detección de defectos en palas mediante termografía. . . . .	20
Figura 2.19. Sistema de detección ultrasónica de palas de aerogeneradores. . . . .	21
Figura 2.20. Configuración típica del sistema Insensys RMS. . . . .	22
Figura 2.21. El sistema de monitoreo de deflexión de la pala instalado en un aerogenerador. . . . .	23

Figura 2.22. Esquema de una estructura de un compuesto de carbono/epoxi cuando se aplica una corriente eléctrica: a) estructura de red eléctrica de la fibra en un laminado CFRP y b) la red eléctrica se rompe con delaminación y agrietamiento de la matriz. . . . .	24
Figura 2.23. Arreglo de galgas extensométricas mecánicas en las pruebas de fatiga de una pala de aerogenerador . . . . .	24
Figura 3.1. Componentes de un aerogenerador. . . . .	27
Figura 3.2. Rotor Savonius. . . . .	29
Figura 3.3. Rotor Darrieus. . . . .	30
Figura 3.4. Rotor Darrieus tipo H. . . . .	30
Figura 3.5. Rotor Helicoidal. . . . .	31
Figura 3.6. Rotor Windside. . . . .	31
Figura 3.7. Aerogenerador de eje horizontal. . . . .	32
Figura 3.8. Aerogenerador de: a) una pala , b) dos palas, c) tres palas y d) multipala. . . . .	33
Figura 3.9. Aerogenerador con rotor: a) barlovento y b) sotavento. . . . .	34
Figura 3.10. Nomenclatura de un perfil aerodinámico . . . . .	36
Figura 3.11. Familias de perfiles aerodinámicos . . . . .	37
Figura 3.12. Coordenadas espaciales empleadas en la representación de una imagen digital. . . . .	39
Figura 3.13. Imagen a color RGB. . . . .	42
Figura 3.14. Imagen en escala de grises. . . . .	42
Figura 3.15. Imagen binarizada. . . . .	43
Figura 3.16. Plantilla de vecinos del píxel actual de $3 \times 3$ . . . . .	44
Figura 3.17. Negativo de una imagen. . . . .	45
Figura 3.18. Histograma de una imagen en escala de grises. . . . .	45
Figura 3.19. Centroides estimados de las siguientes figuras geométricas: a) círculo y un b) cuadrado. . . . .	49
Figura 3.20. Flexión de una viga en voladizo: a) viga con carga y b) curva de deflexión. . . . .	53
Figura 3.21. Curvatura de una viga flexionada: a) viga con carga y b) curva de deflexión. . . . .	54
Figura 3.22. Curva de deflexión de una viga. . . . .	56
Figura 3.23. Barra circular sometida a torsión por los pares de torsión $T_1$ y $T_2$ . . . . .	59
Figura 3.24. Deformaciones de una barra circular en torsión pura. . . . .	60

Figura 3.25. Deformación de un elemento con longitud $dx$ cortado de una barra en torsión. . . . .	61
Figura 3.26. Esquema de un sistema vibratorio de 1 grado de libertad (GDL) sin amortiguamiento. . . . .	63
Figura 3.27. Esquema de un sistema vibratorio de 1 grado de libertad (GDL) con amortiguamiento. . . . .	64
Figura 3.28. Comparación del movimiento con diferentes tipos de amortiguamiento.	66
Figura 4.1. Esquema de medición óptica para la reconstrucción del perfil aerodinámico. . . . .	69
Figura 4.2. Diagrama de flujo para pruebas estáticas. . . . .	69
Figura 4.3. Esquema del proceso de calibración. . . . .	70
Figura 4.4. Curva de calibración. . . . .	72
Figura 4.5. Diagrama de flujo del proceso de calibración. . . . .	73
Figura 4.6. Procesamiento de imágenes: a) imagen importada, b) imagen a escala de grises, c) imagen con filtro Gaussiano, d) imagen binarizada, e) cálculo de centroides y f) perfil reconstruido. . . . .	75
Figura 4.7. Diagrama de flujo del proceso de procesamiento de imágenes. . . . .	75
Figura 4.8. Diagrama de flujo del cálculo de la deflexión. . . . .	77
Figura 4.9. Esquema del cálculo de la deflexión. . . . .	78
Figura 4.10. Diagrama de flujo del cálculo del ángulo de torsión. . . . .	79
Figura 4.11. Esquema del cálculo del ángulo de torsión. . . . .	80
Figura 4.12. Principio de funcionamiento del método de fotogrametría. . . . .	80
Figura 4.13. Diagrama de flujo para pruebas dinámicas. . . . .	81
Figura 4.14. Blanco de referencia. . . . .	81
Figura 4.15. Valores de intensidad máximos de grises. . . . .	82
Figura 4.16. Procesamiento de imágenes: a) importar primer fotograma, b) fotograma a escala de grises, c) fotograma convertida al negativo(con filtro Gaussiano solo a la fila central en color rojo) y d) valores de intensidad máximos de grises de la fila central. . . . .	84
Figura 4.17. Diagrama de flujo del cálculo de la sensibilidad. . . . .	84
Figura 4.18. Procesamiento de imágenes: a) importar primer fotograma, b) fotograma a escala de grises, c) fotograma convertida al negativo(con filtro Gaussiano solo a la fila central en color rojo), d) valor de intensidad máximo de gris de la franja central y e) reconstrucción de la trayectoria de vibración.	86
Figura 4.19. Diagrama de flujo de la reconstrucción de la trayectoria de vibración.	87

Figura 4.20. Cálculo de parámetros modales: a) importar datos, b) seleccionar datos de interés, c) seleccionar los datos donde existen las máximas amplitudes, d) determinar periodo y c) función de ajuste a datos seleccionados. . . . .	89
Figura 4.21. Diagrama de flujo para el cálculo de los parámetros modales. . . . .	89
Figura 5.1. Instituto de Estudios de la Energía. . . . .	90
Figura 5.2. Elementos que componen el banco de pruebas. . . . .	91
Figura 5.3. Pala con perfil S834. . . . .	92
Figura 5.4. Prueba experimental de la pala en el banco de pruebas. . . . .	92
Figura 5.5. Deflexión para cada posición de medición del perfil S834. . . . .	93
Figura 5.6. Torsión para cada posición de medición del perfil S834. . . . .	93
Figura 5.7. Arreglo experimental. . . . .	94
Figura 5.8. Gráfica del primer modo de vibración. . . . .	96
Figura 5.9. Distribución de las fuerzas aerodinámicas en la pala FX-63137. . . . .	97
Figura 5.10. Deflexión de la pala FX-63137 bajo acción de las fuerzas aerodinámicas. . . . .	97
Figura 5.11. Esquema experimental. . . . .	98
Figura 5.12. Deflexión en cada sección de la pala FX-63137. . . . .	98
Figura 5.13. Arreglo experimental. . . . .	99
Figura 5.14. Ajuste de elipses a los perfiles reconstruidos. . . . .	100
Figura 5.15. Ángulo de rotación medidas: referencia, datos experimentales y simulados. . . . .	102
Figura 5.16. Discrepancias de los datos experimentales y simulados. . . . .	102
Figura 5.17. Objetivos de referencia: a) punto láser y b) blanco de referencia. . . . .	103
Figura 5.18. Prueba experimental empleando las técnicas de triangulación láser y fotogrametría. . . . .	103
Figura A.1. Interfaz “Pruebas estáticas en álabes de aerogeneradores mediante técnicas ópticas”: ventana principal. . . . .	108
Figura A.2. Interfaz “Pruebas estáticas en álabes de aerogeneradores mediante técnicas ópticas”: calibración del sistema. . . . .	108
Figura A.3. Interfaz “Pruebas estáticas en álabes de aerogeneradores mediante técnicas ópticas”: a) análisis de deflexión y b) análisis de torsión. . . . .	108
Figura A.4. Interfaz “Análisis Modal Experimental mediante técnicas ópticas”: ventana principal. . . . .	109

# Lista de tablas

Tabla 5.1. Deflexiones calculadas aplicando diferentes magnitudes de cargas. . .	93
Tabla 5.2. Torsiones calculadas aplicando diferentes magnitudes de cargas. . . .	93
Tabla 5.3. Resultados del Analisis Modal Experimental a la pala FX-63137. . .	95
Tabla 5.4. Amplitudes máximas para cada sección de la pala FX-63137. . . . .	95
Tabla 5.5. Datos de la simulación. . . . .	96
Tabla 5.6. Resultados de la deflexión de las pruebas experimentales comparado con la simulación. . . . .	98
Tabla 5.7. Parámetros geométricos de la elipse. . . . .	100
Tabla 5.8. Resultados de ajuste de elipse a los perfiles reconstruidos. . . . .	100
Tabla 5.9. Resultados de ajuste de elipse a los datos simulados. . . . .	101
Tabla 5.10. Ángulos de rotaciones de los perfiles experimentales y simulados. . .	101
Tabla 5.11. Discrepancias de los ángulos de rotaciones de datos experimentales y simulados. . . . .	102
Tabla 5.12. Resultados del análisis modal con la técnica láser. . . . .	104
Tabla 5.13. Resultados del análisis modal con la técnica de fotogrametría. . . .	104
Tabla 5.14. Comparación de resultados triangulación láser y fotogrametría. . . .	104

# Capítulo 1.

---

## Preliminares

---

En este capítulo se describe la importancia de este trabajo, se presenta la finalidad que tienen las pruebas en palas de aerogeneradores según la norma IEC 61400-23, se aborda la problemática a resolver, la justificación, la hipótesis y los objetivos tanto general como específicos de dicho trabajo.

### 1.1. Introducción

Debido a que las palas se encuentran entre los componentes más críticos en un aerogenerador, se deben probar para garantizar que sus especificaciones sean consistentes con el rendimiento real de la pala. De acuerdo con [1], la idea fundamental de las pruebas en palas de aerogeneradores, es para demostrar un nivel razonable entre lo especificado previamente por el diseñador y lo que realmente hay en realidad y que es producto de la manufactura. Se debe demostrar que la pala pueda soportar tanto las cargas definitivas como las cargas de fatiga a las que se espera que la misma se someta durante su vida útil diseñada. Las pruebas de las palas de forma estática y dinámica ayuda a mejorar los diseños y los procesos de fabricación, lo que ayuda aún más en el progreso de la industria eólica en su conjunto.

La norma IEC-61400-23, menciona los tipos de pruebas que se hacen a las palas:

- Estáticas: se aplica la carga máxima con la que se diseñó la pala para verificar su resistencia. Consiste en la aplicación de una carga en una dirección tangencial a la pala, se mantiene la carga durante un periodo de tiempo y se retira la carga.

- Dinámicas: se usan para identificar defectos estructurales debidas al diseño o al proceso de manufactura. El propósito es demostrar la confiabilidad durante la vida útil de la pala. La pala se somete a cargas cíclicas.
- Propiedades geométricas: determinan algunas características de la pala que se tomaron en cuenta durante su diseño, como son:
  - Longitud de la cuerda.
  - Espesor máximo.
  - Ángulo de torsión.
  - Pruebas de calidad en la manufactura de las palas.

## 1.2. Planteamiento del problema

El rotor es el primer conversor de energía en un aerogenerador, siendo las palas uno de los elementos importantes, ya que estas aprovechan la energía cinética del viento, y por lo tanto deben soportar los esfuerzos producidos por este. Dichas palas estarán sometidas a fuerzas a lo largo de su vida útil y por tal motivo deben garantizar un adecuado funcionamiento y seguridad para evitar accidentes, por lo que es imprescindible contar con un banco de pruebas, que permita caracterizarlas geométrica y estructuralmente, así como validar y optimizar su diseño.

## 1.3. Justificación

En el proceso de manufactura de palas de aerogeneradores, son necesarias las pruebas de validación de algunos parámetros de diseño, tales como su forma geométrica, su flexibilidad, resistencia, frecuencias naturales, entre otros, para garantizar su buen funcionamiento, seguridad, y alto desempeño. Actualmente se encuentra en desarrollo un banco de pruebas estructurales, con la integración de las diferentes metodologías, algoritmos y técnicas ópticas para lograr el objetivo general de esta investigación.

## 1.4. Hipótesis

El desarrollo de un instrumento de contacto óptico mediante las técnicas de triangulación láser y fotogrametría, para la reconstrucción geométrica y determinación de paráme-

tros importantes en pruebas estáticas y dinámicas para palas de aerogeneradores de baja potencia, permitirá contar con un banco de pruebas consolidado con la capacidad de brindar servicio de verificación mediante pruebas de calidad en la manufactura, y validación de diseño, mediante los análisis estáticos y dinámicos.

## 1.5. Objetivos

### 1.5.1. General

Desarrollar e implementar un instrumento de contacto óptico, mediante las técnicas de triangulación láser y fotogrametría, para la reconstrucción geométrica y determinación de parámetros importantes en pruebas estáticas y dinámicas para palas de aerogeneradores de baja potencia.

### 1.5.2. Específicos

1. Instrumentar el banco de pruebas con el equipo requerido para las mediciones tanto estáticas (reconstrucción geométrica del perfil aerodinámico, medición de la deflexión y torsión) como dinámicas (reconstrucción de la trayectoria de vibración y determinación de su frecuencia natural).
2. Desarrollar un algoritmo que reconstruya los perfiles aerodinámicos, a partir del procesamiento de imágenes y estimación de los centroides de la proyección de la línea láser (pruebas estáticas).
3. Desarrollar un algoritmo que estime la posición del máximo de intensidad, de un blanco de referencia sobre la sección de prueba de la pala (técnica de fotogrametría) y que construya la gráfica de la trayectoria de vibración (pruebas dinámicas). Además de integrar el cálculo de la frecuencia natural de la vibración de la pala.
4. Validar y comparar los parámetros de diseño con los resultados de pruebas estáticas y dinámicas en palas de aerogeneradores, usando otras técnicas, tales como platinas micrométricas de traslación lineal, goniómetros y acelerómetros.
5. Desarrollar una interfaz integrando todos los algoritmos, que permita seleccionar al usuario sobre que tipo de prueba que se desea realizar a la pala.

## Capítulo 2.

---

### Antecedentes

---

En este capítulo se presenta los antecedentes de pruebas estáticas y dinámicas a palas de aerogeneradores, describiendo principalmente sus inicios, tecnologías o técnicas antes empleadas, y su propia evolución hasta llegar con una tecnología mas robusta y completa, desarrollada a nivel mundial por bancos de pruebas especializados, y por último, se muestran las principales técnicas de monitoreo estructural de palas de aerogeneradores implementadas en la actualidad.

En un aerogenerador, las palas son uno de los componentes más críticos. Captan la energía del viento y la convierten en energía mecánica para generar electricidad. Sin embargo, una vez que las palas están dañadas, la eficiencia de generación de energía del aerogenerador se verá afectada significativamente. En el peor de los casos, cuando la pala está gravemente dañada, el aerogenerador tendrá que pararse por completo por razones de seguridad. Además, las palas están expuestas a un entorno hostil, con cargas de viento que varían constantemente, cambios de temperatura y humedad, erosión y corrosión, así como cargas de fatiga cíclicas derivadas de su propio peso durante el funcionamiento. En consecuencia, las palas son también el componente más vulnerable de todo el sistema de aerogeneradores. Las investigaciones en los parques eólicos onshore han demostrado que las fallas de las palas representan alrededor del 10 % de todos los fallas de aerogeneradores registrados [2, 3], y dan lugar a más del 15 % del tiempo total de inactividad de los aerogeneradores [4, 5], lo que supone una importante pérdida de ingresos para los operadores. Por lo tanto, los fallos de las palas tienen un profundo impacto en el costo de la energía eólica. Mejorar la fiabilidad de las palas de un aerogenerador es de gran importancia para aumentar la disponibilidad de los aerogeneradores y el rendimiento económico de los mismos.

En la actualidad, la industria eólica muestra dos tendencias:

1. Cada vez se instalan más aerogeneradores en alta mar y en tierras remotas, donde los costos de funcionamiento y mantenimiento (por ejemplo, inspección y reparación de las palas) son siempre elevados debido a la limitada accesibilidad del sitio.
2. El tamaño de los aerogeneradores, y más concretamente de sus palas, no deja de aumentar, lo que exige que sean más fiables y resistentes que nunca para soportar las cargas estáticas y cíclicas más elevadas que se les aplican aleatoriamente.

Ambas tendencias impulsan a los investigadores y diseñadores a seguir mejorando la fiabilidad a largo plazo de las palas de los aerogeneradores, con el fin de reducir su tasa de fallos y el tiempo de inactividad. Hoy en día se pueden tomar muchas medidas para alcanzar este objetivo; sin embargo, todas las mejoras deben ser validadas antes de su aplicación generalizada. Por este motivo, a menudo se realizan en el laboratorio pruebas de palas y de subcomponentes. A diferencia de las pruebas en campo, las pruebas de laboratorio se consideran uno de los enfoques más factibles y rentables para obtener un conocimiento exhaustivo de los problemas de calidad y fiabilidad de un nuevo diseño de una pala dentro de los límites de tiempo y gastos.

Las pruebas de laboratorio pueden ayudar a verificar el nuevo diseño y/o la mejora, y predecir la fiabilidad a largo plazo de la pala en su vida útil de 20 a 30 años. Pero las pruebas de laboratorio no pueden garantizar plenamente la eficiencia real de captación de energía de una pala de aerogenerador en funcionamiento. En la práctica, las palas operarán en entornos difíciles y experimentarán diversas condiciones de carga severas que pueden ser diferentes de las simuladas en las pruebas de laboratorio. Para garantizar la fiabilidad de las palas de los aerogeneradores y su alta eficiencia de captura de energía durante su funcionamiento, es esencial conocer el estado real de las palas y su eficiencia de captura de energía, especialmente en condiciones meteorológicas y de carga extremas (por ejemplo, tormentas de lluvia y nieve, rayos, tifones, etc.). Por lo tanto, se recomienda el monitoreo remoto del estado de las palas. Hoy en día, el monitoreo del estado de los aerogeneradores se considera una medida clave para evitar que las palas y todo el sistema de aerogeneradores sufran daños en condiciones extremas y para garantizar su alta eficiencia energética en condiciones normales [6].

Teniendo en cuenta la gran importancia de las pruebas de laboratorio y el monitoreo del estado de las palas de aerogeneradores para lograr su fiabilidad a largo plazo y garantizar su alta eficiencia de captación de energía en funcionamiento, se presenta una

descripción general de las pruebas de laboratorio y el monitoreo del estado de las palas de aerogeneradores.

## 2.1. Métodos y sistemas de pruebas en palas de aerogeneradores realizados en laboratorios especializados

Un aumento de la longitud de las palas indica un aumento correspondiente de los niveles de carga. Al estar sometidas a un mayor nivel de cargas, las palas para los aerogeneradores requieren pruebas de laboratorio más exhaustivas para garantizar que el nuevo diseño sea capaz de ofrecer una fiabilidad continua a largo plazo. En otras palabras, la pala no debe fallar antes de su vida útil prevista. Un estudio muestra que el 90 % de la incertidumbre relativa a las predicciones de la vida a fatiga de las palas puede atribuirse a incertidumbres relacionadas con las propiedades de los materiales [7]. Así pues, el objetivo de las pruebas de las palas es demostrar si las partes estructurales y los materiales de la pala son capaces de soportar las cargas últimas que probablemente se produzcan en climas extremos, y si pueden mostrar una alta fiabilidad cuando sufren cargas de fatiga a largo plazo experimentadas en condiciones normales de funcionamiento. Para alcanzar este objetivo, las pruebas de las palas a escala real suelen consistir en pruebas estáticas y pruebas de fatiga.

### 2.1.1. Métodos y sistemas de pruebas estáticas

La finalidad de las pruebas estáticas es predecir la capacidad de la pala para soportar cargas máximas como las causadas por tormentas, huracanes, tifones u otros fenómenos meteorológicos extremos. El objetivo de este tipo de pruebas es determinar y/o verificar la resistencia máxima de la pala mediante el análisis de los resultados de las pruebas, que podrían ser la distribución de las deformaciones a lo largo de la longitud de la pala en diferentes condiciones de carga estática u otra información relacionada.

En las pruebas estáticas, se aplican a la pala cargas distribuidas estáticamente en una dirección para establecer la resistencia máxima requerida. Esta prueba puede realizarse de varias maneras. En los inicios de la industria eólica, las pruebas estáticas de las palas de los aerogeneradores se realizaban colocando sacos de arena a lo largo de la pala para imitar la distribución del momento flector, como se muestra en la Fig. 2.1.



Figura 2.1. Primeras pruebas estáticas de palas de aerogeneradores utilizando sacos de arena.

Fuente: [8]

Posteriormente, se colgaron contrapesos en lugares específicos de la pala para crear las cargas estáticas previstas. En el caso de las pruebas de palas de gran longitud, la pala bajo investigación se suele fijar al banco de pruebas con un ángulo específico para evitar que la punta de la pala toque el suelo, como se muestra en la Fig. 2.2.



Figura 2.2. Prueba estática de una pala usando contrapesos.

Fuente: [8]

En el pasado, también se utilizaban actuadores hidráulicos para crear las cargas de momento flector esperadas a lo largo de la pala. Pero las grandes deflexiones que se producen en las palas de aerogeneradores de gran longitud durante los pruebas estáticas los convierten en una opción cara. Por esta razón, hoy en día los actuadores hidráulicos se utilizan raramente en las pruebas estáticas de palas de aerogeneradores. Sin embargo, se utilizan a menudo en las pruebas estáticas de palas de aerogeneradores offshore debido a

su corta longitud, como se muestra en la Fig. 2.3.



Figura 2.3. Prueba estática de una pala de un aerogenerador offshore utilizando actuadores hidráulicos.

Fuente: [8]

En la actualidad, el método de aplicación de fuerzas más utilizado en las pruebas estáticas de palas de aerogeneradores de gran longitud es recurrir a winches eléctricos, debido a su facilidad de control, como se muestra en la Fig. 2.4.

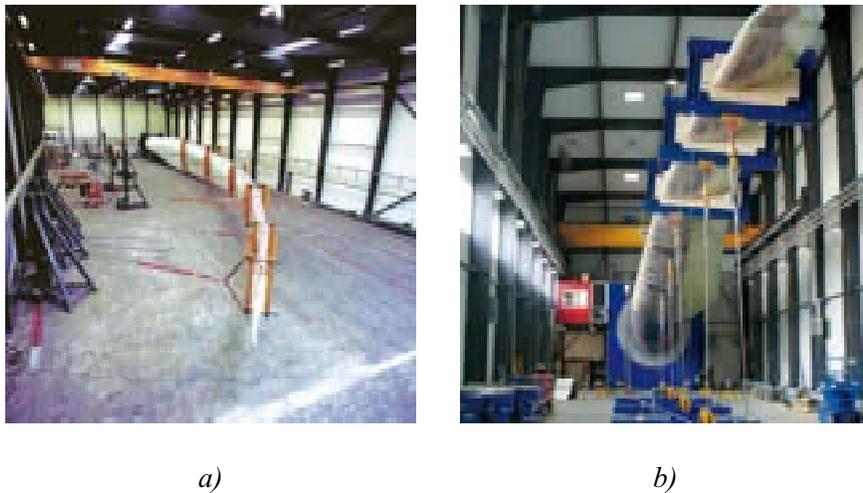


Figura 2.4. Prueba estática de una pala de un aerogenerador de gran longitud con winches eléctricos: a) arreglo horizontal y b) arreglo vertical.

Fuente: [8]

Como se muestra en la Fig. 2.4, las pruebas estáticas se realizan generalmente fijando monturas de madera a la pala en los puntos marcados a lo largo de la longitud de la pala. Estos soportes tienen una forma cuidadosa (ver la Fig. 2.5a), de modo que puedan

ajustarse perfectamente al perfil de la pala con el fin de minimizar el riesgo de dañar la superficie de la pala debido a la concentración de tensiones en los puntos de aplicación de la carga. A continuación, se utilizan winches (véase la Fig. 2.5b) fijados a las monturas para cargar la pala de forma que la distribución del momento flector a lo largo de la longitud de la pala se ajuste lo más posible a las cargas últimas que la pala ejerce en funcionamiento.



Figura 2.5. Monturas y winches utilizados en las pruebas estáticas de la pala: a) montura de madera y b) winches.

Fuente: [8]

### 2.1.2. Método y sistemas de prueba de fatiga de un solo eje

Las pruebas de fatiga de una pala de aerogenerador se realizan principalmente para identificar defectos estructurales inherentes al diseño o al proceso de fabricación y verificar la durabilidad de la pala frente a cargas de fatiga a largo plazo durante el transcurso de su vida útil de diseño de 20 años o más. Un aerogenerador moderno de gran potencia puede superar los 100 millones de revoluciones, lo que indica que sus palas sufrirán al menos 100 millones de ciclos de cargas de fatiga. En cada ciclo, las cargas aplicadas a la pala oscilarán y provocarán regularmente las máximas deformaciones en ambas direcciones, flapwise y edgewise, como se ilustra en la Fig. 2.6. Sin embargo, no resulta práctico someter a la pala a tantos ciclos en las pruebas de laboratorio, ya que ello llevaría varios años. Por lo tanto, en las pruebas de laboratorio se suele adoptar una carga mayor para lograr una cantidad equivalente de daños acumulado tras aproximadamente 1 millón de ciclos [9], lo que permite terminar las pruebas en unas pocas semanas.

En la actualidad, las pruebas de fatiga tienden a utilizar sólo una dirección de carga a la vez, con ensayos de flapwise y edgewise realizados por separado. Este procedimiento se

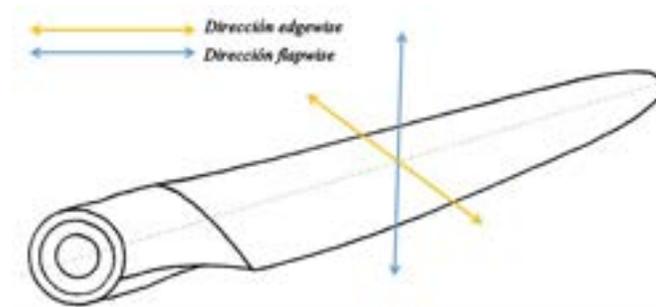


Figura 2.6. Direcciones flapwise y edgewise.

Fuente: [10]

denomina prueba de fatiga de un solo eje. Las pruebas de fatiga de las palas se realizan utilizando métodos de desplazamiento forzado o resonante. Ambos métodos se presentan a continuación.

#### 2.1.2.1. Pruebas de desplazamiento forzado

La prueba de desplazamiento forzado es un método para realizar pruebas de fatiga desplazando la pala por medios mecánicos. En la Fig. 2.7 se muestra un ejemplo de un sistema de desplazamiento forzado que utiliza un actuador de cilindro hidráulico. En este ejemplo, la carga de fatiga se aplica en un solo punto. Sin embargo, es posible aplicar múltiples puntos de carga. De forma similar a lo mencionado en las pruebas estáticas, en principio el uso simultáneo de múltiples sistemas de aplicación de carga en las pruebas de fatiga permitirá que la distribución de los momentos flectores a lo largo de la longitud de la pala sea lo más cercano posible a la curva de distribución diseñada, por lo que se obtiene una predicción más fiable a la durabilidad de la pala.



Figura 2.7. Prueba de desplazamiento forzado utilizando un actuador hidráulico.

Fuente: [8]

En una prueba de este tipo, se aplica una fuerza conocida en cada punto de la pala, que genera el momento de flexión requerida para la prueba de fatiga. El mecanismo de forzamiento debe ser capaz de desplazar la pala a una distancia suficiente para generar las fuerzas de tensión y compresión requeridas en la pala. Debido a la naturaleza controlable de las pruebas de desplazamiento forzado, la carga generada puede ser constante o variable, en función de los objetivos concretos de la prueba.

### 2.1.2.2. Pruebas de resonancia

Las pruebas de resonancia aprovechan la frecuencia natural resonante de la pala. Excitando la pala a su primera frecuencia natural, ésta puede desplazarse y cargarse de forma cíclica. La excitación de la pala puede lograrse de varias maneras, pero sea cual sea el método utilizado, la función del excitador es mantener la entrada de energía en la oscilación y equilibrar las pérdidas que se producen a través del material, y el efecto suelo que de otro modo harían que la resonancia de la pala decayera con el tiempo. En la actualidad, se adoptan dos métodos principales para lograr la excitación resonante en las pruebas de fatiga. Se consiguen mediante una masa excéntrica giratoria (ver la Fig. 2.8a) o masas oscilantes (véase la Fig. 2.8b).



Figura 2.8. Excitación resonante para pruebas de fatiga: a) masa excéntrica giratoria y b) masa oscilante.

Fuente: [8, 13]

Las masas excéntricas giratorias, accionadas por un motor eléctrico, pueden proporcionar pruebas de fatiga de amplitud fija. Una vez elegidos la ubicación y el tamaño de la masa, la frecuencia de rotación se convierte en la única variable que podría controlarse cuando la prueba está en marcha. Sin embargo, dado que la frecuencia está determinada por la frecuencia natural de la pala y del equipo de prueba, no es una variable controlable y la prueba debe realizarse a esta frecuencia. En las pruebas reales, se producen pequeños

cambios en la frecuencia natural de la pala debido a cambios en la rigidez de la pala (por ejemplo, como resultado de los cambios de temperatura y, por tanto, del módulo del material). Sin embargo, estos cambios se pueden compensar ajustando la velocidad de rotación de la masa. Si se requiere una prueba de fatiga de amplitud variable, es necesario detener la prueba y cambiar la masa, lo que implica volver a determinar la frecuencia de la prueba.

Las masas oscilantes, accionadas por un sistema hidráulico, se mueven linealmente y pueden realizar pruebas de fatiga de amplitud constante y variable con mayor facilidad que las masas excéntricas giratorias. Esto se debe a que la amplitud del movimiento de la masa puede modificarse sin cambiar el montaje de la prueba, lo que permite introducir cambios en los niveles de deformación si es necesario realizar prueba de fatiga de amplitud variable. Pero también están limitadas a funcionar a la frecuencia natural de la pala y del sistema de prueba.

La tecnología de pruebas de palas y el sistema operativo también se mejoran gradualmente con el fin de lograr un control más preciso de las cargas, una mayor fiabilidad de los sistemas de prueba y una prueba más eficiente y rentable. Tomemos como ejemplo la evolución de la tecnología de pruebas de palas en el Centro Nacional de Energías Renovables (Narec, Reino Unido). El primer método de prueba de fatiga de Narec se desarrolló a través de un Acuerdo de Cooperación en Investigación y Desarrollo (CRADA) con el Laboratorio Nacional de Energías Renovables (NREL, EE.UU.). Esta tecnología utilizaba una masa móvil, accionada por un sistema hidráulico, que resonaba a la frecuencia natural de la pala, como se ilustra en la Fig. 2.9.



Figura 2.9. Primer equipo de prueba de fatiga de Narec: un sistema de masa resonante accionado por un sistema hidráulico.

Fuente: [13]

Este primer sistema requería el uso de dos monturas de soporte en la pala, con el sistema de masa móvil montado en la parte superior de estas dos monturas. Como puede verse en la Fig. 2.9, la masa móvil está montada muy por encima de la pala. Todo el montaje es sencillo. Sin embargo, las pruebas realizadas con palas de unos 40 m de longitud pusieron de manifiesto las limitaciones de este montaje. Esto se debe a los efectos de “caída” de la masa montada por encima de la pala. Las fuerzas generadas por el movimiento oscilante del sistema de masa resonante crean un momento de giro excesivo en las monturas, lo que provoca elevadas tensiones puntuales en los bordes de las monturas que actúan sobre las superficies de las palas. Se consideró la posibilidad de reforzar los soportes para hacerlos más rígidos, pero la masa adicional necesaria hizo que la solución resultara poco práctica. Por otra parte, el equipo de pruebas se creó originalmente para realizar pruebas de fatiga en la dirección flapwise. No se prestaba a realizar fácilmente una prueba de fatiga en la dirección edgewise, lo que requeriría equilibrar un gran sistema de masa resonante en el borde de la pala a cierta altura por encima del borde de la pala, lo que sería una posición muy inestable.

Para superar las dificultades de aplicación de la primera generación de sistemas de masa resonante para realizar pruebas de fatiga en la dirección edgewise y las limitaciones para realizar pruebas en la dirección flapwise, se desarrolló la segunda generación de sistemas de masa resonante, denominada “saddlebag”, como se muestra en la Fig. 2.10. En esencia, se trata de una masa resonante accionada por un cilindro hidráulico de vástago pasante. Cabe señalar que en la Fig. 2.10 sólo se ilustra un sistema de masa resonante “saddlebag”. Pero en la prueba del prototipo, se utilizó un par de sistemas hidráulicos con el fin de reducir las cargas de torsión y generar una mayor fuerza de excitación con una masa resonante individual más pequeña. El segundo sistema se montó en el lado opuesto de la pala. Los resultados obtenidos en las pruebas con el sistema de “saddlebag” fueron positivos y demostraron plenamente la ventaja de situar las masas móviles cerca del eje neutro de la pala. Los cilindros hidráulicos de vástago pasante eran adecuados para probar el concepto, pero no resultaban óptimos, ya que las juntas de los cilindros hidráulicos estaban sometidas a las cargas de las masas móviles y los desgastes de las juntas eran demasiado elevados para utilizarlos en pruebas comerciales.

La tercera generación y también el desarrollo final del sistema de pruebas de fatiga de Narec fue mantener el mismo concepto de masas móviles situadas cerca del eje neutro de la pala, pero las masas móviles están montadas sobre rieles para evitar la carga sobre las juntas hidráulicas. Esta tercera generación de sistemas es el sistema de Masa Resonante



Figura 2.10. Sistema de masa resonante “saddlebag” de Narec.  
Fuente: [13]

Compacta (CRM) de Narec, como se ilustra en la Fig. 2.11.



Figura 2.11. Sistema de masa resonante compacta (CRM) de Narec.  
Fuente: [13]

El último avance de Narec en el desarrollo de la tecnología para pruebas de fatiga en palas es que Narec ha dominado la técnica de utilizar múltiples conjuntos de unidades CRM para realizar pruebas resonantes de una pala de aerogenerador de gran longitud.

### 2.1.3. Método y sistemas de prueba de fatiga de doble eje

Las pruebas de fatiga de un solo eje en dirección flapwise y edgewise de una pala de aerogenerador de gran longitud se suelen realizar secuencialmente, por ejemplo, primero la prueba en dirección edgewise y después la prueba en dirección flapwise. En las pruebas de fatiga de doble eje, se aplican simultáneamente a la pala cargas en el sentido flapwise

y edgewise, lo que no sólo permite realizar las pruebas de fatiga en ambas direcciones en paralelo con una duración total más corta, sino que también simula mejor las cargas que experimenta realmente una pala en funcionamiento. Además, se ha observado que el ángulo entre las cargas de flapwise y edgewise también tiene un efecto significativo en la cantidad de daño que se acumula alrededor de la pala [11]. Este hallazgo subraya aún más la importancia de las pruebas de fatiga de doble eje. Pero en la actualidad, las pruebas de doble eje siguen siendo un área de investigación bajo estudio en varios países [12].

Una prueba de fatiga de doble eje podría realizarse utilizando varios métodos. El método más sencillo es utilizar la actuación forzada, como se ilustra en la Fig. 2.12, que se utiliza en el laboratorio Stevin de la Universidad Tecnológica de Delft (Países Bajos). En la configuración de la prueba de actuación forzada, los actuadores hidráulicos reaccionan desde los bastidores para cargar la pala en dirección flapwise y edgewise, y se puede aplicar a la pala cualquier combinación de cargas.



Figura 2.12. Prueba de dos ejes con actuadores hidráulicos.  
Fuente: [8]

Una segunda técnica fue desarrollada por NREL en EE.UU., como se ilustra en la Fig. 2.13. Se trata de un montaje de prueba que utiliza un actuador hidráulico y una varilla de empuje montada lateralmente. Se trata de un montaje de prueba que utiliza un actuador hidráulico y una varilla de empuje montada en un lado. En la prueba, se utiliza un accionamiento forzado para la dirección flapwise y una segunda varilla de empuje montada en una barra proporciona la carga en la dirección edgewise. La carga en la dirección edgewise se aplica de forma sincronizada con la carga en la dirección flapwise, de modo que el ángulo entre las cargas flapwise y edgewise se mantienen dentro de los límites requeridos.

La principal limitación de los dos sistemas de prueba desarrollados por la Universidad



Figura 2.13. Prueba de doble eje con actuador hidráulico y varilla de empuje lateral.  
Fuente: [8]

Tecnológica de Delft y el NREL es que, en el caso de las palas de gran longitud, resulta extremadamente difícil aplicar las grandes deflexiones necesarias. Se necesitarán actuadores de carrera larga para crear la gran deflexión de la pala. Estos requieren pesados bastidores de reacción y una gran capacidad de fuerza hidráulica, lo que aumentará significativamente el costo de las pruebas. En vista de ello, Narec, en el Reino Unido, ha desarrollado recientemente un tercer método de prueba de fatiga de doble eje, como se ilustra en la Fig. 2.14 [13]. Este método utiliza la excitación resonante simultáneamente en las direcciones flapwise y edgewise.



Figura 2.14. Configuración CRM de Narec para pruebas de doble eje.  
Fuente: [13]

Narec ha realizado pruebas de prototipo de este nuevo método. En las pruebas se excitó una pala de unos 40 m de longitud en las direcciones de flapwise y edgewise simultáneamente [13], y los resultados fueron prometedores. En este nuevo logro Narec utilizó su sistema CRM montado en dos direcciones ortogonales. El sistema CRM consiste en va-

rias masas deslizantes montadas sobre rieles. Las masas deslizantes se mueven mediante pistones hidráulicos, como puede verse en la Fig. 2.14. Dado que las primeras frecuencias naturales en la dirección flapwise y edgewise no son las mismas, se emplean dos sistemas CRM por separado para que oscilen respectivamente a las frecuencias deseadas en las direcciones flapwise y edgewise.

Las investigaciones experimentales han demostrado que en las pruebas de doble eje, el movimiento resultante de la pala y las cargas inducidas siguen un patrón complejo, que parece caótico, pero que en realidad no lo es, ya que se trata de una combinación de las cargas flapwise y edgewise. En la Fig. 2.15 se muestra la trayectoria normalizada de la punta de una pala sometida a una prueba de doble eje. Indica cómo la pala experimenta un rango completo de cargas, en lugar de la carga de amplitud constante a la que se somete en las pruebas de un solo eje.

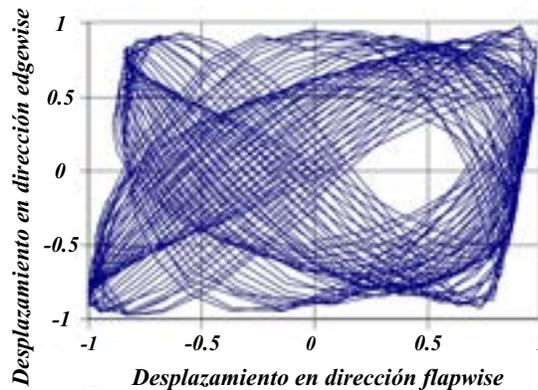


Figura 2.15. Órbita de movimiento normalizada de la punta de una pala durante la prueba de doble eje.

Fuente: [13]

## 2.2. Técnicas de monitoreo del funcionamiento de las palas de aerogeneradores

En las últimas décadas se han dedicado muchos esfuerzos a desarrollar técnicas de monitoreo del funcionamiento de las palas de los aerogeneradores [6, 14–16]. Aunque cualquier componente estructural de un aerogenerador sometido a grandes cargas puede sufrir daños estructurales, los más comunes son los que se producen en las palas o en la torre [17]. En consecuencia, se ha dedicado un gran interés a la detección de fallos estructurales en las

palas mediante el uso de diversas técnicas de pruebas no destructivas. A continuación se ofrece un breve resumen de las técnicas existentes [14, 18].

### 2.2.1. Análisis de vibraciones

El análisis de vibraciones es la tecnología más conocida aplicada al monitoreo del estado de funcionamiento de las máquinas. Los tipos de sensores utilizados dependen del rango de frecuencia, es decir, los transductores de desplazamiento se utilizan para el rango de baja frecuencia, los transductores de velocidad para el rango de frecuencia media y los acelerómetros para el rango de alta frecuencia. En la práctica actual del monitoreo, los investigadores rara vez utilizan sensores de vibración para medir la respuesta de vibración directamente desde la pala. Pero los casos de aplicación con éxito del análisis de vibraciones en palas son a menudo reportados. Por ejemplo, se reportó en [19] que un fallo de desequilibrio de la masa del rotor fue detectado con éxito con la ayuda de dos acelerómetros. Ambos acelerómetros se instalaron en la góndola de un aerogenerador de 600 kW de velocidad constante. Uno estaba situado en frente del eje vertical de la torre (es decir, cerca del rotor cuando se mira desde el buje), y el otro estaba situado en la parte posterior del eje vertical de la torre. El fallo de desequilibrio de la masa del rotor se debía a un estado asimétrico de formación de hielo en las palas, como se puede ver en la Fig. 2.16.

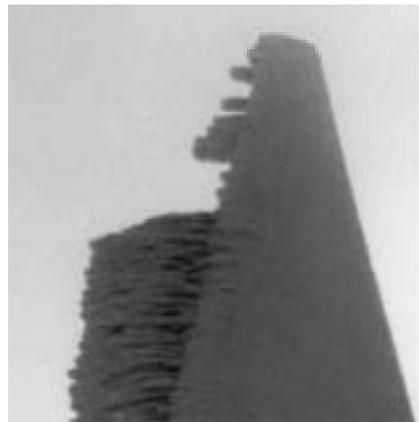


Figura 2.16. Formación de hielo en una pala de aerogenerador.

Fuente: [8]

### 2.2.2. Emisión acústica

La emisión acústica es actualmente una idea popular utilizada para monitorear el funcionamiento de las palas de los aerogeneradores [20–24]. El monitoreo de la emisión

acústica se realiza mediante un sensor acústico piezoeléctrico, que se fija a la pala mediante un pegamento flexible de baja atenuación, como se muestra en la Fig. 2.17.

El sensor es capaz de detectar el componente de alta frecuencia de las ondas acústicas (u ondas de liberación de tensiones) generadas por los procesos de pérdida de energía debidos a los fallos de agrietamiento, deformación, desprendimiento y deslaminación que se producen en las palas. Se ha informado de que los niveles de emisión acústica se agrupan en torno a un determinado punto en el que se produce el daño [25]. Por lo tanto, el monitoreo de las emisiones acústicas es potencialmente un método eficaz para localizar fallos o daños en las palas. Además, las señales de emisión acústica se caracterizan en términos de amplitud y energía, y se pueden hacer inferencias sobre los tipos de procesos de daño que tienen lugar en la pala. Sin embargo, la emisión acústica es menos capaz de caracterizar y evaluar los daños si no se dispone de un algoritmo adecuado. La variación de las cargas de viento aplicadas a la pala hace que este tipo de pruebas sean aún más complejas.

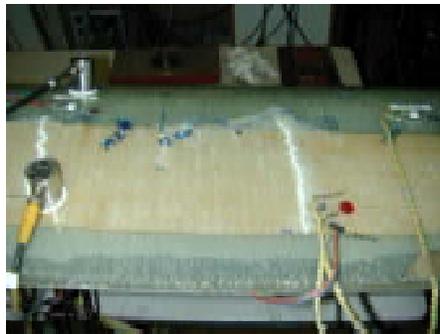


Figura 2.17. Sensores acústicos unidos a la pala.

Fuente: [8]

### 2.2.3. Termografía

La termografía se aplica a menudo a la supervisión y detección de fallos de componentes electrónicos y eléctricos. Por ejemplo, los puntos de calor, debido a la degradación de componentes eléctricos o electrónicos o a un mal contacto, pueden identificarse fácilmente mediante el enfoque de la termografía. En los últimos años, la termografía se ha aplicado en mayor medida a la industria eólica. La detección de daños en palas en pruebas de laboratorio mediante termografía han sido reportados en [18, 26, 27], como se muestra en la Fig. 2.18. La termografía es especialmente eficaz para detectar defectos o deformaciones subsuperficiales que pueden causar diferencias de temperatura en la superficie de la pala. La ventaja de la termografía es que es capaz de producir una medición de campo com-

pleto en forma de imagen, lo que permite una evaluación rápida incluso para un usuario no profesional. El principal problema de la técnica de control termográfico reside en el método de excitación térmica. La excitación pasiva puede utilizarse, pero está limitada a los materiales compuestos que producen un calor excesivo durante el funcionamiento de la pala. Además la temperatura ambiental también es un factor que no se puede ignorar en las pruebas de termografía.

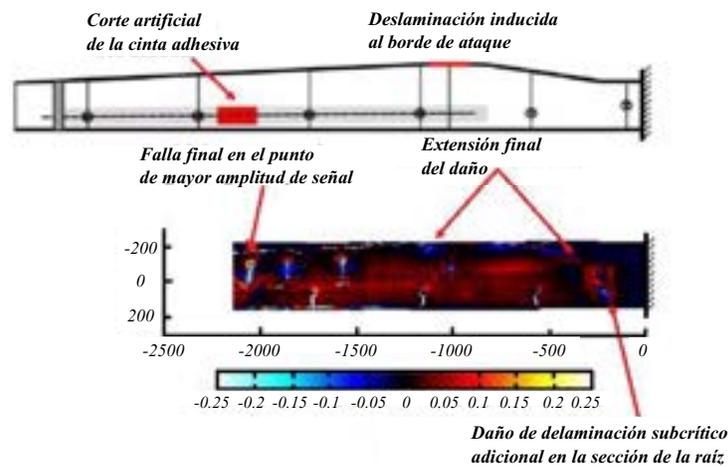


Figura 2.18. Detección de defectos en palas mediante termografía.

Fuente: [8]

#### 2.2.4. Detección ultrasónica

Los ultrasonidos son uno de las técnicas más consolidadas para investigar los defectos internos de las estructuras de materiales compuestos, como las palas de los aerogeneradores [28, 29]. El principio básico de la técnica es que una onda ultrasónica atraviesa el material y es reflejada y/o convertida en modo por un defecto. El sondeo por ultrasonidos suele revelar grietas planas (por ejemplo, delaminación) orientadas perpendicularmente a la dirección de propagación de la onda acústica. Se controlará el tiempo de transmisión y/o la amplitud de las señales ultrasónicas de retroalimentación. El tiempo de transmisión puede utilizarse para determinar la posición del defecto en relación con la posición del transductor, mientras que la amplitud puede utilizarse para evaluar la gravedad (o el tamaño) del defecto. En la actualidad, se han comercializado técnicas de monitoreo de palas basadas en ultrasonidos. La Fig. 2.19 muestra un sistema de detección ultrasónica de palas desarrollado por una empresa danesa llamada Force Technology.

En el sistema se utilizan cuatro transductores ultrasónicos. Cuenta un sistema de control especial para garantizar que los transductores puedan tocar correctamente el perfil de

la pala en distintas posiciones, también tiene una cámara en la parte frontal del sistema, evitando que el sistema pase por encima de la pala. Los defectos (por ejemplo, grietas, delaminación, etc.) pueden detectarse con éxito y observarse fácilmente a partir de una imagen de prueba en 3D. Sin embargo, al igual que otros sistemas de detección por ultrasonidos, este sistema también requiere un acoplamiento especial con baja atenuación para mejorar la capacidad de detección de los transductores ultrasónicos. Esta restricción limita en gran medida la aplicación de las técnicas ultrasónicas en los parques eólicos.



Figura 2.19. Sistema de detección ultrasónica de palas de aerogeneradores.

Fuente: [8]

### 2.2.5. Fibra óptica

Una fibra óptica es una fibra de vidrio o plástico diseñada para guiar la luz a lo largo de su longitud. Las fibras ópticas se utilizan mucho en la comunicación por fibra óptica, que permite la transmisión a mayor distancia con menos pérdidas y a mayor velocidad de datos que otras formas de comunicación por cable o inalámbricas. Además, son inmunes a las interferencias electromagnéticas. En la práctica, la fibra óptica se fijará a la estructura bajo prueba. La potencia óptica de una fuente de luz se reducirá cuando atraviese la fibra óptica. La reducción depende de la tensión de la fibra. Este principio se utiliza para detectar la deformación de la estructura sometida a prueba. En la industria eólica, esta técnica se desarrolló para evaluar el estado estructural de las palas de los aerogeneradores midiendo las deformaciones y, por tanto, los momentos de flexión en las secciones de la raíz de las palas. En la actualidad, muchas empresas están desarrollando este tipo de técnicas y sistemas para su aplicación en parques eólicos. Uno de los sistemas probados es el Rotor Monitoring System (RMS) desarrollado por Moog Insensys, como se muestra en la Fig. 2.20. Hasta la fecha, el RMS se ha utilizado para la detección de hielo, la detección de desequilibrios del rotor, la detección de rayos y la detección de daños en las palas [30, 31].

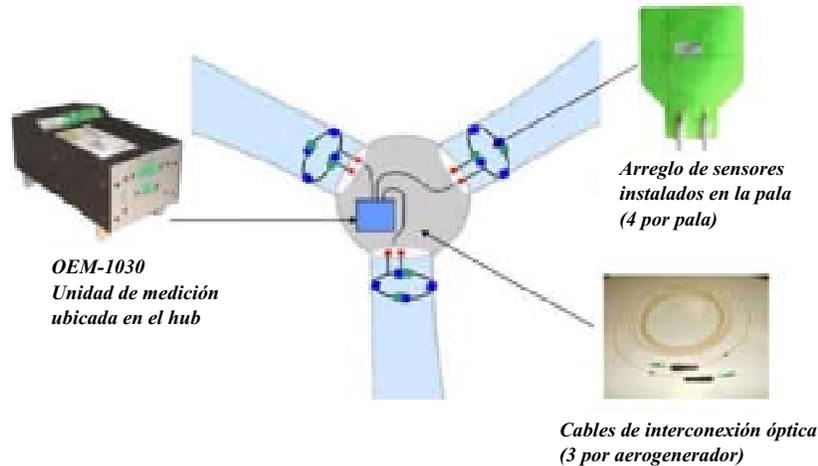


Figura 2.20. Configuración típica del sistema Insensys RMS.

Fuente: [8]

### 2.2.6. Vibrómetro doppler láser

Los vibrómetros láser Doppler son un tipo de transductores de velocidad sin contacto basados en el análisis del efecto Doppler sobre un haz láser que emerge de una superficie sólida. Anteriormente, los vibrómetros láser Doppler se han utilizado ampliamente para monitorear la vibración de una máquina rotativa. Dicha técnica se aplicó además para monitorear la variación de la distancia relativa entre las palas de los aerogeneradores y la torre [32, 33]. Esto se debe a que aproximadamente el 63.4% de los daños estructurales en los aerogeneradores que conducen a accidentes catastróficos se deben a la deformación repentina o al cambio de desplazamiento entre las palas y la torre [17]. El sistema LDS desarrollado en [32, 33] consta de un cabezal sensor y un controlador. Emplea principios de medición por triangulación, según los cuales el emisor láser proyecta un haz de luz láser que crea un punto en la superficie de las palas. La luz reflejada de la superficie es detectada por el receptor de luz dentro del cabezal sensor. Por lo tanto, el sistema LDS no necesita ninguna preparación especial de la superficie para detectar la luz reflejada. Los valores de desplazamiento de las palas se adquieren mediante el uso de un sistema DAQ (NI, bloque terminal 2120 y digitalizador PCI 6221) en tiempo real para monitorear la deflexión de las palas. El desplazamiento se supervisa continuamente haciendo incidir el haz láser del LDS sin contacto en las palas en condiciones de funcionamiento de un aerogenerador. Daños como la inclinación de la góndola, el aflojamiento de pernos o la pérdida de masa de las palas provocan irregularidades o cambios en la medición, lo que indica la detección de cualquier posible daño. La instalación del sistema LDS en un aerogenerador se ilustra en la Fig. 2.21.

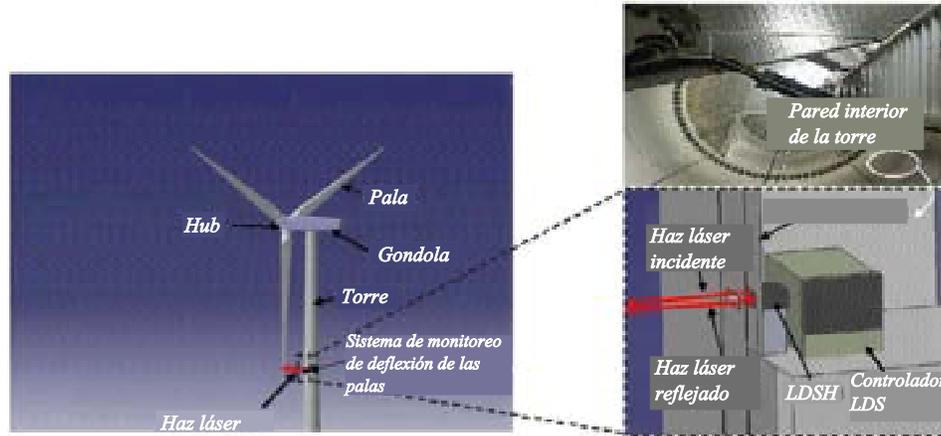


Figura 2.21. El sistema de monitoreo de deflexión de la pala instalado en un aerogenerador.  
Fuente: [8]

### 2.2.7. Detección de daños basada en la resistencia eléctrica

Las fibras de carbono utilizadas en las palas de los aerogeneradores tienen una gran conductividad eléctrica, mientras que la matriz polimérica de un plástico reforzado con fibras de carbono (CFRP) es una resistencia aislante. En la práctica, los laminados de CFRP tienen una resistencia eléctrica finita en todas las direcciones. La resistencia eléctrica en la dirección transversal es mucho mayor que en la dirección de la orientación de las fibras. Si se propaga una grieta de delaminación en el interlaminado rico en resina, la grieta rompe la red de contacto de fibras entre las capas. La rotura de la red de contacto provoca un aumento de la resistencia eléctrica de los compuestos de carbono/epoxi laminados, lo que permite detectar la grieta de delaminación midiendo el cambio de resistencia eléctrica en un laminado compuesto de CFRP. Una grieta de delaminación se detecta utilizando el cambio de resistencia eléctrica entre los dos electrodos montados, como se muestra en la Fig. 2.22.

Un sistema inalámbrico de detección de delaminación se compone de un módulo sensor que tiene un oscilador cerámico conectado a los electrodos montados en la superficie del material compuesto y su receptor. El oscilador cerámico del módulo sensor se utiliza para transmitir de forma inalámbrica a su receptor los datos de cambio de resistencia eléctrica a medida que cambia la frecuencia de oscilación. La frecuencia de oscilación del circuito sensor aumenta con el incremento de la resistencia eléctrica de los laminados de CFRP, lo que indica la aparición de delaminación en los laminados de CFRP.

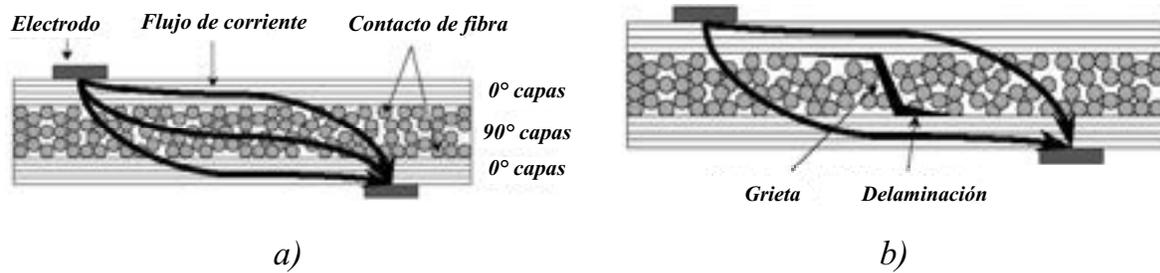


Figura 2.22. Esquema de una estructura de un compuesto de carbono/epoxi cuando se aplica una corriente eléctrica: a) estructura de red eléctrica de la fibra en un laminado CFRP y b) la red eléctrica se rompe con delaminación y agrietamiento de la matriz.

Fuente: [14]

### 2.2.8. Medidor mecánico de deformación

Las galgas extensométricas mecánicas se utilizan popularmente en las pruebas estáticas y de fatiga de palas de aerogeneradores [34]. Como se muestra en la Fig. 2.23, se adhieren a la superficie de la pala sometida a prueba para proporcionar una medición precisa de las cargas de flexión y tensión de la pala. En la actualidad, las galgas extensométricas mecánicas podrían ser el método más barato y fiable para la detección de fallos, la previsión de la vida útil y la protección contra altos niveles de tensión de las palas de aerogeneradores. Sin embargo, debido a los problemas de fiabilidad inherentes al material, las galgas extensométricas mecánicas pueden utilizarse en pruebas de laboratorio, pero resultan inadecuadas para aplicaciones en el campo.



Figura 2.23. Arreglo de galgas extensométricas mecánicas en las pruebas de fatiga de una pala de aerogenerador

Fuente: [8]

## Capítulo 3.

---

# Fundamentos teóricos

---

En este capítulo se describen conceptos básicos sobre el funcionamiento y principales componentes de un aerogenerador, así como su clasificación en función de distintos parámetros; también se define el concepto y terminología de un perfil aerodinámico, y la clasificación de los perfiles mas utilizados en la actualidad; se exponen los conceptos básicos relacionados con imágenes digitales, se muestra una clasificación de las diversas técnicas de análisis y procesamiento digital de imágenes, curvas de Bézier, también se aborda el fundamento teórico de la flexión en una viga en voladizo, la torsión de una barra recta y fundamentos del análisis modal.

### 3.1. Introducción

Las estructuras de los rotores están formadas por diversos componentes y subsistemas susceptibles a sufrir daños estructurales, así como daños en los rodamientos, los husillos o las cajas de engranajes. Según el Foro de Información sobre Parques Eólicos de Caithness [17], los datos de 1975 a 2011 de los principales parques eólicos del mundo muestran daños catastróficos de los aerogeneradores, entre los que se incluyen daños de las palas, incendios, daños estructurales no relacionados con las palas y desprendimientos de hielo, que representan el 41.3 %, 30.8 %, 22.1 % y 5.8 % del total de daños, respectivamente.

Los hechos demuestran que aproximadamente el 63.4 % de los daños estructurales en aerogeneradores que han provocado accidentes han indicado alguna deformidad repentina o cambios de desplazamiento entre la pala y la torre al final de la vida útil del aerogenerador. Teniendo esto en cuenta, cualquier comportamiento de este tipo en el sistema del aerogenerador podría considerarse un indicador de daño [35].

## 3.2. Aerogenerador y principales componentes

Un generador eólico es una máquina capaz de transformar la energía cinética del viento en energía mecánica. Según el uso que se le dará a esa energía mecánica, se pueden dividir en dos tipos: los aerogeneradores que utilizan esa energía mecánica para el accionamiento de un generador eléctrico y así generar electricidad, o los aeromotores que utilizan directamente esa energía mecánica para el accionamiento de una máquina. La generación de energía eléctrica es el uso de la energía eólica más importante hoy en día.

En un aerogenerador se producen varios cambios de energía: la energía cinética del viento que se convierte a energía mecánica por medio del rotor, y la energía mecánica que se convierte en energía eléctrica por medio del generador [36].

En la Fig. 3.1 se muestra los principales componentes que constituyen un aerogenerador de eje horizontal:

1. Pala.
2. Soporte de la pala.
3. Actuador del ángulo de paso.
4. Buje.
5. Cubierta.
6. Soporte principal.
7. Eje principal.
8. Luces de señalización aérea.
9. Multiplicador.
10. Dispositivos hidráulicos de refrigeración.
11. Frenos mecánicos.
12. Generador.
13. Convertidor de potencia y dispositivos eléctricos de control, protección y seccionamiento.

14. Transformador.
15. Anemómetros.
16. Estructura de la góndola.
17. Torre de soporte.
18. Mecanismo actuador de la orientación.

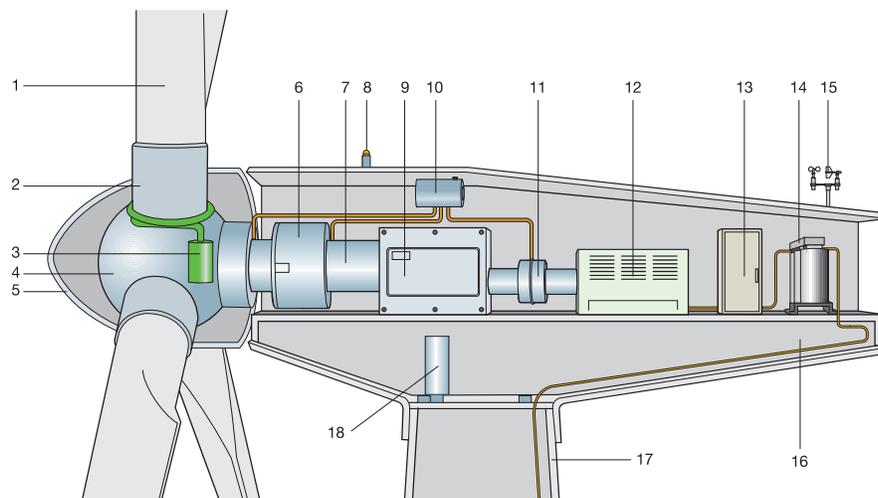


Figura 3.1. Componentes de un aerogenerador.

Fuente: [37].

- **Rotor:** su función es convertir la energía cinética del viento en energía mecánica de rotación, son el conjunto de componentes del aerogenerador que giran fuera de la góndola. Está compuesto por las palas, el buje y la nariz.
- **Palas:** son el elemento del aerogenerador que por aprovechamiento aerodinámico capturan la energía del viento y transmiten su potencia hacia el buje al que están conectadas.
- **Buje:** es el elemento de unión entre las palas y el sistema de rotación, ya que este está acoplado al eje de baja velocidad del aerogenerador.
- **Cono o nariz:** es la cubierta metálica con forma cónica que se encara al viento, y lo desvía hacia el tren motor. Debe tener la forma aerodinámica adecuada para impedir la formación de turbulencias.

- **Eje de baja velocidad:** es el encargado de conectar el buje del rotor con la multiplicadora y transmitir la energía captada por las palas.
- **Multiplicadora:** debido a que la velocidad a la que gira el rotor es mucho menor a la que necesita el generador para producir electricidad, se necesita de una multiplicadora, para aumentar la velocidad a la que gira el rotor y así lograr el accionamiento del generador.
- **Eje de alta velocidad:** es el encargado del accionamiento del generador eléctrico.
- **Generador eléctrico:** su función es convertir la energía mecánica de rotación que le entrega la multiplicadora, en energía eléctrica.
- **Góndola:** la góndola encierra en su interior la multiplicadora, el generador eléctrico y los sistemas auxiliares del aerogenerador y dispone de una cubierta de protección y de insonorización de los componentes de la máquina.
- **Sistema de regulación y control:** este sistema tiene como función, mantener la velocidad de rotación constante y regular, y limitar la potencia eólica aprovechada o recuperada por el rotor. Cuando la velocidad del viento es menor a la de conexión o mayor a la de desconexión, el sistema de control frena el aerogenerador como medio para prevenir daños.
- **Sistema de orientación:** este sistema tiene como función orientar el rotor de forma que quede colocado de forma perpendicular a la dirección del viento y así presente siempre la mayor superficie de captación.
- **Anemómetro:** se utiliza para medir la velocidad del viento.
- **Veleta:** se utiliza para medir la dirección del viento.
- **Sistema hidráulico:** Proporciona la potencia hidráulica para los accionamientos del aerogenerador (palas, . . .).
- **Torre:** es la encargada de soportar la góndola y el rotor. Cuanto más alta sea la torre mayor cantidad de energía podrá obtenerse, ya que la velocidad del viento aumenta con la altura respecto al nivel del suelo.
- **Cimentación:** plataforma de alta resistencia sobre la cual se dispone el conjunto del aerogenerador.

### 3.3. Tipos de aerogeneradores y clasificación

Dado el desarrollo científico-técnico alcanzado en el aprovechamiento de la energía eólica se cuentan con varios tipos de configuraciones para los aerogeneradores, con diferentes clasificaciones, a continuación se describen los mas importantes [38, 39].

#### 3.3.1. Por la posición del eje de rotación

##### 3.3.1.1. Eje vertical

La característica principal de los aerogeneradores de eje vertical es que el eje de rotación se encuentra perpendicular al suelo, tienen la ventaja de instalarse uno cerca del otro ya que no existe efecto de frenado de aire, no necesitan sistema de orientación, pero como desventaja no aprovechan las grandes corrientes de aire y tienen problemas de fiabilidad. En los aerogeneradores de eje vertical existen algunos tipos de rotores, que se muestran a continuación:

- a) **Savonius:** es el modelo más simple de rotor, consiste en cilindros huecos desplazados respecto a su eje, de forma que ofrecen la parte convexa una menor resistencia al giro (ver Fig. 3.2). Se suele mejorar su diseño dejando un espacio entre ambas caras para evitar la sobre presión en el interior de la parte cóncava. No son útiles para la generación de electricidad debido a su elevada resistencia al aire. Su bajo costo y fácil construcción les hace útiles para aplicaciones mecánicas.



Figura 3.2. Rotor Savonius.

Fuente: [40].

- b) **Darrieus:** patentado por G.J.M Darrieus en 1931, es el modelo de los aerogeneradores de eje vertical de más éxito comercial, conocido también como aerogenerador

Darrieus tipo Troposkein. Consiste en un eje vertical asentado sobre el rotor, con dos o mas finas palas en curva unidas al eje por los dos extremos, el diseño de las palas es simétrico y similar a las alas de un avión, el modelo de curva utilizado para la unión de las palas entre los extremos del rotor es el de Troposkien (ver Fig. 3.3). Evita la necesidad de diseños complejos en las palas como los necesarios en los generadores de eje horizontal, permite mayores velocidades que las del rotor Savonius, aunque sin alcanzar las generadas por los modelos de eje horizontal, pero necesita de un sistema externo de arranque.



Figura 3.3. Rotor Darrieus.  
Fuente: [41].

- c) **Darrieus tipo H o Giromill:** este tipo de generadores también fueron patentados por G.J.M. Darrieus. Consisten en palas verticales unidas al eje por unos brazos horizontales, que pueden salir por los extremos del aspa e incluso desde su parte central (ver Fig. 3.4). Las palas verticales cambian su orientación a medida que se produce el giro del rotor para una mayor aprovechamiento de la fuerza del viento.



Figura 3.4. Rotor Darrieus tipo H.  
Fuente: [42].

- d) **Darrieus tipo Helicoidal:** diseñada específicamente para entornos urbanos, donde el viento suele ser más suave, funciona con corrientes de viento con una velocidad mayor de  $5 \text{ m/s}$  (ver Fig. 3.5). Esta se mueve independientemente de la dirección del viento y lo hace con una mayor suavidad, reduciendo el ruido de la velocidad de punta de pala, esto permite instalarla en azoteas y cerca de viviendas.



Figura 3.5. Rotor Helicoidal.  
Fuente: [43].

- e) **Darrieus tipo Windside:** es un aerogenerador de eje vertical cuyo rotor está basado en los principios de ingeniería de vela, las palas del rotor se componen de un perfil alabeado con torsión que asciende por el eje vertical (ver Fig. 3.6), trabajan con vientos variables que oscilan entre un rango de  $(1.5 \text{ y } 18) \text{ m/s}$  por lo que no se precisa de la utilización de multiplicadores para elevar la velocidad del rotor .



Figura 3.6. Rotor Windside.  
Fuente: [44].

### 3.3.1.2. Eje horizontal

Son aquellas máquinas en las que el eje de rotación se encuentra paralelo al suelo (ver Fig. 3.7). En la actualidad tanto para generación en bloque como para aplicaciones menores o residenciales la gran mayoría de los aerogeneradores que se construyen conectados a red son de eje horizontal. Los aerogeneradores de eje horizontal tienen una mayor eficiencia energética y alcanzan mayores velocidades de rotación, además debido a la construcción elevada, aprovechan en mayor medida el aumento de la velocidad del viento con la altura.



Figura 3.7. Aerogenerador de eje horizontal.  
Fuente: [45].

### 3.3.2. Por el número de palas

- a) **De una pala:** al tener sólo una pala, estos aerogeneradores requieren un contrapeso en el otro extremo para equilibrar (ver Fig. 3.8 a)). La velocidad de giro es muy elevada. Su inconveniente es que introducen en el eje esfuerzos muy variables, lo que acorta la vida de la instalación .
- b) **De dos palas:** los diseños bipala de aerogeneradores tienen la ventaja de ahorrar el costo de una pala y por supuesto, su peso (ver Fig. 3.8 b)). Sin embargo necesitan una mayor velocidad de giro para producir la misma energía de salida. Esto supone una desventaja tanto en lo que respecta al ruido como al aspecto visual.
- c) **Tres palas:** la mayoría de los diseños modernos tienen tres palas y son las más vendidas en el mercado ya que presentan mayor suavidad durante el funcionamiento (ver Fig. 3.8 c)), reducen los niveles de ruido respecto a los monopalas y bipalas, además de que disminuyen las vibraciones en la máquina .
- d) **Multipalas:** los rotores multipala, tipo americano, tienen por uso casi excluyente el bombeo de agua (ver Fig. 3.8 d)). Su elevada fuerza de arranque y su relativo bajo costo los hace muy aptos para accionar bombas de pistón .

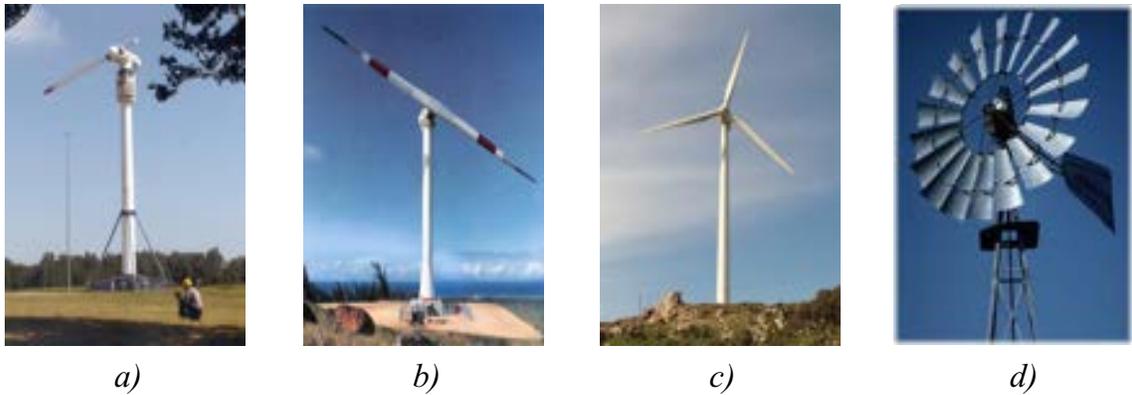


Figura 3.8. Aerogenerador de: a) una pala , b) dos palas, c) tres palas y d) multipala.  
Fuente: [46–49].

### 3.3.3. Por la orientación respecto a la dirección dominante del viento

- a) **Máquina con rotor a barlovento:** la máquina con rotor a barlovento es aquella que tiene las palas del rotor de cara a la corriente del viento (ver Fig. 3.9 a), una de las principales ventajas de este diseño es que evita que el flujo del viento choque primero con la torre, es decir la corriente de viento incide directamente en la turbina del aerogenerador; evitando así pérdidas de potencias. Las desventajas de este diseño es que para su óptimo funcionamiento se requiere que su diseño mecánico sea muy robusto para poder lograr un rotor más rígido con el fin de mantener una cierta distancia de la torre para evitar pérdidas por fluctuaciones de viento, además este tipo de configuración requiere de un sistema de orientación del rotor con el propósito que este siempre se encuentre de cara al viento. Este sistema de orientación puede ser activo o pasivo, un sistema de orientación activo necesita utilizar sensores de dirección y accionamientos motorizados que guíen el rotor automáticamente hacia la dirección del viento, en cambio un sistema de orientación pasivo utiliza un rotor a barlovento acompañado por aletas estabilizadoras.
- b) **Máquina con rotor a sotavento:** las máquinas con rotor a sotavento tienen el rotor situado en la cara a sotavento de la torres es decir atrás de la torre (ver Fig. 3.9 b). Este tipo de máquinas tienen la ventaja que la corriente de viento guía a la góndola para que ésta se oriente de manera correcta con la dirección del viento. La principal desventaja de esta máquina es que tiene problema con los efectos de sombra en la torre, es decir, cada vez que una pala oscila detrás de la torre se encuentra

con un pequeño periodo de viento reducido lo que incide en que la pala tienda a doblarse. Esta flexión de la pala de la turbina tiende a desembocar en la rotura de la pala, debido a la fatiga de los materiales que la componen, así como también a aumentar el ruido de la pala en su funcionamiento dando lugar a una reducción de la potencia de salida.

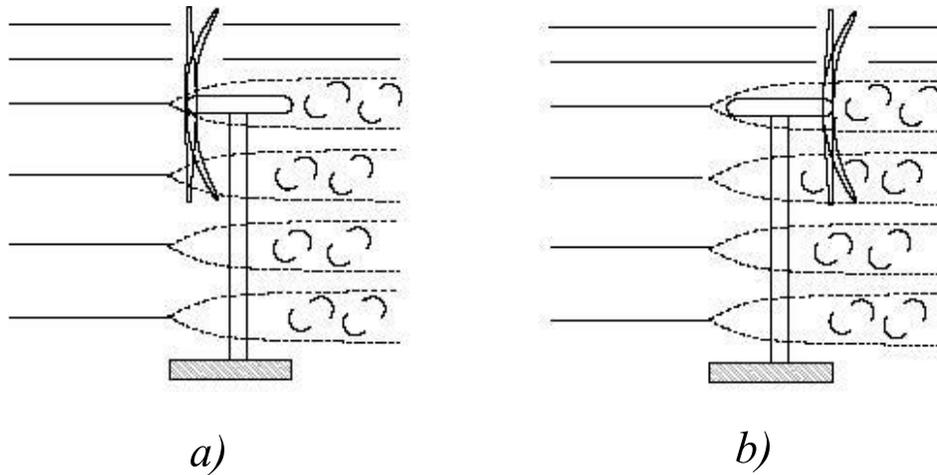


Figura 3.9. Aerogenerador con rotor: a) barlovento y b) sotavento.  
Fuente: [50].

### 3.3.4. Por la potencia

- Microturbinas (<3kW):** suelen ser utilizadas en sistemas aislados para generar electricidad que posteriormente servirá para cargar unas baterías de almacenamiento. El generador eléctrico que normalmente utilizan es de imanes permanentes, y no suelen contar con caja multiplicadora entre el eje del rotor del aerogenerador y el generador eléctrico. Habitualmente se trata de máquinas de eje horizontal con tres palas y diámetros pequeños (entre 1 y 5 metros) que trabajan a velocidades de rotación elevadas y generalmente variables. Ejemplo: máquinas eólicas que se encargan de accionar bombas hidráulicas para la extracción de agua de los pozos.
- Pequeños aerogeneradores (<50kW):** también suelen ser utilizados en sistemas aislados para generar electricidad que posteriormente servirá para cargar unas baterías de almacenamiento, es decir, cubren una demanda similar a la del grupo anterior, pero teniendo una mayor potencia. Además, también suelen utilizarse para formar sistemas híbridos, es decir, sistemas que combinan la energía eólica con

otro tipo de energía como puede ser solar, hidráulica, diésel, etc. Ejemplo: máquinas eólicas que se encargan de la iluminación de granjas de animales.

- **Grandes aerogeneradores (<850kW):** en este caso, la producción de electricidad ya se inyecta a la red. Suelen ser aerogeneradores rápidos de eje horizontal que cuentan normalmente con tres palas. Sus potencias suelen estar comprendidas entre 200 y 850 kW y sus diámetros entre 25 y 55 metros. Cuentan con cajas de engranajes para aumentar la velocidad y así poder accionar el generador eléctrico y sus palas suelen contar con un sistema de regulación (ya sea activo o pasivo) mediante el que se controla la potencia del rotor en función de la velocidad del viento. Ejemplo: parques eólicos cuando éstos se encuentran en terrenos complejos.
- **Aerogeneradores multimegawat (1-3MW):** la electricidad que producen también se inyecta a la red. Son similares a los anteriores en cuanto a cajas de engranajes y sistemas de regulación, sin embargo sus diámetros son mucho mayores (entre 50 y 90 metros) y su altura suele estar entre 60 y 100 metros. Ejemplo: parques eólicos offshore.

### 3.4. Definición y terminología de un perfil aerodinámico

En aeronáutica se denomina perfil aerodinámico, perfil alar, o simplemente perfil, a la forma de la sección transversal de un elemento, que al moverse en el seno de un fluido es capaz de crear una distribución de presiones a su alrededor de manera que genere sustentación. Para comenzar a trabajar con perfiles es preciso definir las características geométricas que los describen. La nomenclatura fue establecida por la NACA (Comité Consejero Nacional de Aeronáutica) en los años 30 cuando comenzó a experimentar con distintas secciones creadas de forma sistemática. La terminología se ilustran en la Fig. 3.10, y sus definiciones pueden encontrarse en [51, 52]

- **Cuerda:** línea recta que une el borde de ataque con el borde de salida.
- **Borde de ataque:** primer punto del perfil en donde el aire impacta.
- **Borde de salida:** último punto del perfil por donde el flujo pasa.
- **Radio de curvatura del borde de ataque:** define la forma del borde de ataque como un círculo tangente al extradós e intradós, y cuyo centro se sitúa en la línea

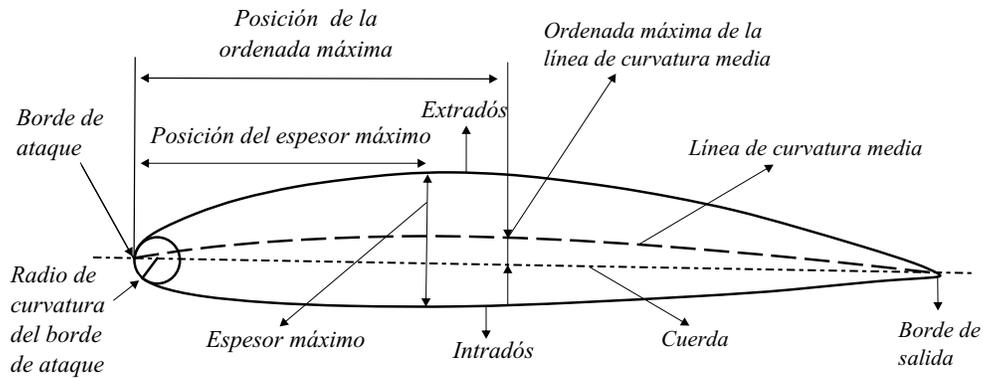


Figura 3.10. Nomenclatura de un perfil aerodinámico

Fuente: Elaboración propia.

tangente en el origen a la línea de curvatura media, este es el parámetro principal que define el borde de ataque.

- **Extradós:** parte superior del perfil, generalmente asociada a la cara de succión.
- **Intradós:** parte inferior del perfil, generalmente asociada a la cara de presión.
- **Espesor máximo:** es una medida perpendicular a la cuerda. Esta medida se expresa en porcentaje de la cuerda, sus valores son del rango que oscila en 10%.
- **Posición del espesor máximo:** distancia del borde de ataque hasta la vertical que representa el espesor máximo del perfil.
- **Ordenada máxima desde la línea de curvatura:** distancia máxima desde la línea de curvatura media y la cuerda, este valor es en porcentaje.
- **Línea de curvatura media:** línea que mide la curvatura del perfil y está a la misma distancia con respecto al extradós y el intradós, en caso de que esta línea esté por debajo de la cuerda, se dice que es negativa, si está por encima, entonces es positiva, por último, en el caso de que ocurran ambas situaciones, se dice que el perfil tiene doble curvatura.
- **Posición de la ordenada máxima:** distancia que va del borde de ataque hasta donde se encuentra la ordenada máxima de la línea de curvatura, esta distancia se da también en porcentaje.
- **Ángulo de ataque:** es aquel que se encuentra entre la línea de la cuerda y la dirección del viento relativo.

### 3.4.1. Clasificación de perfiles

Con el fin de estandarizar la nomenclatura de los perfiles y poder identificarlos de forma inequívoca, se presentan las diferentes familias (ver Fig. 3.11). Sin embargo, cada familia identifica sus perfiles de manera particular con un código numérico en el que cada dígito especifica una característica del perfil siguiendo unas reglas de diseño propias de cada serie. Entre las diferentes familias de perfiles se pueden destacar las series NACA, TsAGI, Joukowsky, etc.



Figura 3.11. Familias de perfiles aerodinámicos  
Fuente: [53].

Las series NACA son las más empleadas en la actualidad, no limitándose únicamente al diseño de alas ni solamente a la aviación. Las series TsAGI son el homólogo ruso de los perfiles NACA, y por ello son muy utilizados en la industria aeronáutica rusa. Por su parte, las secciones Joukowsky fueron las primeras que se definieron de forma teórica, no obstante actualmente no se usan. Los perfiles Clark Y (EE.UU) y RAF (Reino Unido), son los primeros intentos de definir una familia de perfiles, actualmente se emplean para hélices. Por otra parte, las series Gottingen, Eppler y Wortmann son secciones alemanas; donde la primera familia es de uso general, mientras que la segunda y tercera están especializadas en planeadores. Para terminar, los perfiles NLF y GA son los últimos diseños desarrollados por la NASA, empleándose los primeros en planeadores y los segundos en aviones ligeros [53]. A continuación se presenta la nomenclatura de las series NACA.

#### 3.4.1.1. Series NACA

Fueron las primeras series en ser desarrolladas de forma sistemática, hasta entonces el diseño de perfiles era arbitrario, basado en la experimentación y modificación de formas

conocidas. Las primeras series de perfiles NACA, la de 4 dígitos, 5 dígitos y sus modificaciones, fueron generadas usando ecuaciones analíticas que describen la línea de curvatura y la distribución de espesor a lo largo de la sección. Posteriormente se emplearon técnicas derivadas de métodos teóricos en lugar de métodos geométricos para tratar de conseguir la distribución de presiones deseadas, dando lugar a la aparición de la serie 1 ó 16 y la serie 6.

La metodología de diseño empezó a cambiar a partir de que la NACA publicará su estudio “*The Characteristics of 78 Related Airfoil Sections from Tests in the Variable Density Wind Tunnel*”. Tras esta publicación, los diseñadores descubrieron que existía una relación entre los perfiles con mejores características y dos variables: la pendiente de la línea de curvatura y la distribución de espesor respecto a esta línea. Así, el diseño se volvió aun más sofisticado, surgiendo series como las series de 7 y 8 dígitos. Sin embargo, en la referencia numérica se siguieron manteniendo valores geométricos [54].

El sistema de numeración para los perfiles NACA de las series de cuatro dígitos está basada en la geometría del perfil.

Ejemplo: NACA 1412

1° dígito (1): expresa el valor de la curvatura máxima en porcentaje de la cuerda: 1 %.

2° dígito (4): expresa la posición de la curvatura máxima en décimas de la cuerda respecto al borde de ataque: 40 %.

3° y 4° dígito (12): expresa el espesor máximo del perfil en porcentaje de la cuerda: 12 %.

### 3.5. Representación de imágenes digitales

Una imagen analógica puede ser representada en forma aproximada por una serie de muestras igualmente espaciadas, a este proceso se le conoce como discretización; una imagen digital es la discretización tanto en coordenadas como en tonos de gris de una imagen analógica.

Una imagen puede definirse como una función bidimensional  $f(x, y)$ , donde los valores  $x$  y  $y$  son coordenadas espaciales, y el valor de  $f$  en cualquier par de coordenadas  $(x, y)$  se denomina *intensidad* o *nivel de gris* de la imagen en ese punto; se habla de una imagen

digital cuando  $x$  y  $y$  y los valores de  $f$  son cantidades finitas y discretas. Una imagen digital está compuesta por un número finito de elementos que tienen posición y valores particulares. Estos elementos son conocidos como elementos de la imagen, pels o píxeles. Píxel es el término más utilizado para denotar los elementos de una imagen digital [55].

Para representar una imagen digital se emplea una matriz de  $M$  renglones y  $N$  columnas, cuyo contenido son cantidades discretas:

$$f(x, y) = \begin{pmatrix} f(0, 0) & f(0, 1) & \dots & f(0, N - 1) \\ f(1, 0) & f(1, 1) & \dots & f(1, N - 1) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ f(M - 1, 0) & f(M - 1, 1) & \dots & f(M - 1, N - 1) \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

Las posiciones de los píxeles de una imagen se representan con el uso de coordenadas (ver Fig. 3.12); por convención el origen de la imagen se encuentra en el extremo izquierdo superior, denotado por la coordenada  $(x, y) = (0, 0)$ , que indica que se encuentra en el primer renglón y en la primera columna.

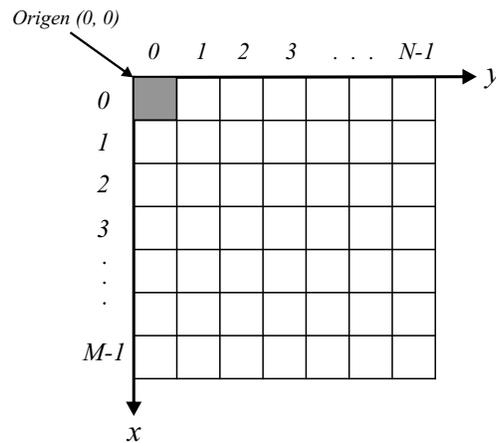


Figura 3.12. Coordenadas espaciales empleadas en la representación de una imagen digital.  
Fuente: [55]

Durante el proceso de digitalización de la imagen se toman decisiones sobre los valores para  $M$ ,  $N$  (número de filas y columnas respectivamente) y a la cantidad discreta de niveles de gris permitidos para cada píxel, denotado por  $L$ ; el valor de  $L$  se restringe a potencias de 2.

$$L = 2^k, \quad (3.2)$$

donde  $k$  representa el número de bits necesarios para representar un valor de  $L$ .

Los niveles de gris están espaciados por igual y se encuentran en el intervalo de  $[0, L - 1]$  conocido como rango dinámico de una imagen, se define el rango dinámico de un sistema de imágenes como la relación entre la intensidad máxima medible y el nivel de intensidad mínimo detectable en el sistema.

### 3.6. Criterios de evaluación del procesamiento sobre una imagen digital

Los criterios tomados en cuenta, cuando se valoran los resultados de aplicar algoritmos de procesamiento sobre imágenes digitales, hacen uso de la “distorsión” que sufre la imagen recuperada al aplicar dicho procesamiento.

La medición de la distorsión se subdivide en dos categorías: la subjetiva y la objetiva, [56, 57]. Cuando la calidad de los resultados es medida o evaluada por el humano, se dice que la medida de la distorsión es subjetiva. El uso de esta categoría es poco práctico; es por eso que se emplea con muy poca frecuencia.

Cuando se hace uso de la segunda categoría, los criterios objetivos, para calcular la distorsión entre dos imágenes, comúnmente se emplea una función predefinida. Esta función calcula la diferencia de ambas imágenes, la original y la recuperada, y todos los cambios localizados entre ambas los considera como distorsión, aunque el observador humano no los distinga. De los métodos de medición de la distorsión cuantitativa en imágenes reconstruidas, se encuentran el Error Absoluto Medio (*MAE*, *Mean Absolut Error*), el Error Cuadrático Medio (*MSE*, *Mean Square Error*) y la Relación Señal a Ruido de Pico (*PSNR*, *Peak Signal to Noise Ratio*) [56], donde el MAE se define como:

$$\text{MAE} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |\bar{x}_i - x_i|, \quad (3.3)$$

el MSE como:

$$\text{MSE} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\bar{x}_i - x_i)^2, \quad (3.4)$$

y la PSNR como:

$$\text{PSNR} = 10 \log_{10} \left( \frac{(2^n - 1)^2}{MSE} \right), \quad (3.5)$$

donde  $N$  es el número de píxeles en la imagen,  $n$  es el número de bits por píxel,  $x$  son los elementos de la imagen original y  $\bar{x}$  son los elementos de la imagen recuperada.

### 3.7. Definición de procesamiento y análisis de imágenes

El procesamiento y análisis digital de imágenes es un área de la ingeniería que se dedica a la manipulación y análisis de la información contenida en una imagen digital por medio de un procesador.

El análisis digital de imágenes se encarga de la extracción de mediciones, datos o información contenida en una imagen. Incluye aquellas técnicas cuyo principal objetivo es facilitar la búsqueda e interpretación de información contenida en ellas. Un sistema de análisis de imágenes se distingue debido a que tiene como parámetro de entrada una imagen, y cuyo producto es comúnmente una salida numérica, en lugar de otra imagen. Esta salida es información, en la mayoría de los casos estadística, referente al contenido de la imagen de entrada [58].

EL procesamiento digital de imágenes es el conjunto de técnicas que se aplican a las imágenes digitales con el objetivo de mejorar su calidad. Engloba una serie de técnicas que comprenden operaciones donde el origen es una imagen, y el resultado final es otra, ya procesada. El valor del píxel en la imagen de salida puede estar en función del valor que tenía en la imagen de entrada, de los valores de sus vecinos o del valor de todos los puntos de la imagen.

En la bibliografía especializada en el tema del procesamiento y análisis de imágenes se pueden encontrar una gran variedad de formas de clasificación de las técnicas pertenecientes a esta área de la ingeniería [56, 59].

### 3.8. Tipos de datos de imagen

La elección del formato de imagen utilizado puede estar determinada en gran medida no sólo por el contenido de la imagen sino también el tipo de datos de la imagen que se

requiere para su almacenamiento. Existen varios tipos de imágenes, tal como se muestra a continuación[60]:

- Las imágenes RGB:** son matrices tridimensionales que asignan tres valores numéricos a cada píxel, cada uno de los cuales corresponde al componente del canal rojo, verde y azul (RGB) de la imagen, respectivamente (ver Fig. 3.13). Conceptualmente, podemos considerarlas como tres planos bidimensionales distintos, de modo que tienen una dimensión  $M \times N \times 3$ , donde  $M$  es el número de filas de la imagen y  $N$  el número de columnas de la misma.

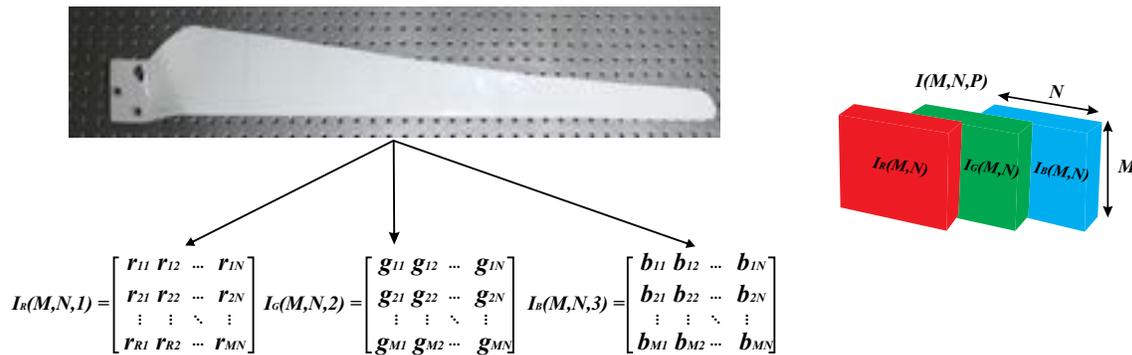


Figura 3.13. Imagen a color RGB.

Fuente: Elaboración propia.

- Las imágenes de intensidad o de escala de grises:** son matrices bidimensionales que asignan un valor numérico a cada píxel que es representativo de la intensidad en ese punto (ver Fig. 3.14). El rango de valores de los píxeles está limitado por la resolución de bits de la imagen y dichas imágenes se almacenan como imágenes enteras de  $N$  bits con un formato determinado. Una imagen en escala de grises suele tener 256 niveles de gris diferentes que van del negro al blanco.



Figura 3.14. Imagen en escala de grises.

Fuente: Elaboración propia.

- Las imágenes binarias:** son matrices bidimensionales que asignan un valor numérico del conjunto  $\{0, 1\}$  a cada píxel de la imagen (ver Fig. 3.15). A veces se denominan imágenes lógicas: el negro corresponde al valor cero (un píxel “apagado” o “de

fondo”) y el blanco corresponde al valor uno (un píxel “encendido” o “de primer plano”).



Figura 3.15. Imagen binarizada.  
Fuente: elaboración propia.

## 3.9. Mejora de la imagen

Se trata del conjunto de técnicas más sencillas y más utilizadas en el tratamiento digital de imágenes. La mejora de la imagen es un proceso cuyo objetivo principal es destacar detalles de interés de una imagen, y/o mejorar la calidad de la misma con la finalidad de que el aspecto resultante sea más adecuado para una aplicación específica.

Todos aquellos algoritmos de procesamiento de imágenes destinados a resaltar, agudizar y/o contrastar determinados aspectos de la imagen, y también aquellos que ayudan a eliminar efectos no deseados sobre ellas, como toda clase de ruido (aditivo, sustractivo, multiplicativo, etc.), son técnicas de mejora de la imagen [61].

El conjunto de algoritmos de mejora de una imagen comúnmente es dividido en dos grandes grupos:

1. **Algoritmos en el dominio espacial:** se refiere a métodos que procesan una imagen píxel por píxel, y en ocasiones tomando en cuenta un conjunto de píxeles vecinos.
2. **Algoritmos en el dominio de la frecuencia:** frecuentemente, estos métodos son aplicados sobre los coeficientes resultantes de la Transformada de Fourier de una imagen.

### 3.9.1. Métodos en el dominio espacial

Las operaciones espaciales procesan a una imagen haciendo un recorrido por cada uno de sus píxeles, y aplicando una transformación sobre ellos, esto es

$$g(x, y) = T[f(x, y)], \quad (3.6)$$

donde  $f(x, y)$  es la imagen de entrada,  $g(x, y)$  es la imagen procesada o resultante, y  $T$  es un operador que se aplica sobre la imagen, el cual es definido sobre los vecinos del píxel  $(x, y)$ . La manera más simple de definir a  $T$ , es cuando los vecinos tomados en cuenta son una matriz de  $1 \times 1$ , de esta forma  $g(x, y)$  depende únicamente de  $(x, y)$ , que es el píxel que se está procesando. La función de transformación o también llamada *mapping* queda de la siguiente manera

$$s = T(r), \quad (3.7)$$

que por simplicidad se usa  $r$  para representar al píxel que se está procesando, y  $s$  para definir al píxel resultante. El conjunto de píxeles vecinos al píxel actual suele llamarse *kernel*, *ventana* o *plantilla*.

En la Fig. 3.16 se puede observar un ejemplo de una plantilla de píxeles vecinos de  $3 \times 3$ .

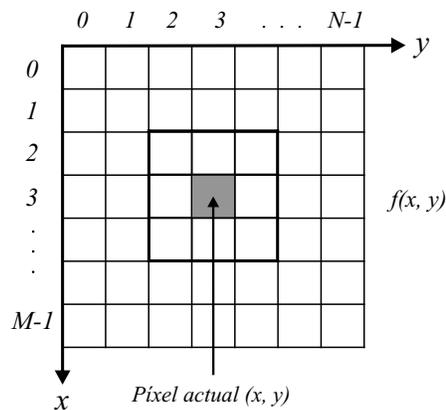


Figura 3.16. Plantilla de vecinos del píxel actual de  $3 \times 3$ .

Fuente: [55]

Algunas de las técnicas de mejora de la imagen más empleadas son: el negativo de la imagen, el histograma y varios filtros espaciales; donde solo se mencionaran los primeros dos.

### 3.9.1.1. Negativo de una imagen

El negativo de una imagen con niveles de gris en el rango  $[0, L - 1]$ , es obtenido al restar cada uno de sus píxeles  $r$  de valor máximo de nivel de gris  $(L - 1)$  permitido en la imagen [62], esto es

$$s = (L - 1) - r. \quad (3.8)$$

Este procedimiento resulta útil cuando se quiere resaltar detalles blancos o grises que se encuentran en regiones oscuras de una imagen (ver Fig. 3.17), especialmente cuando las áreas negras son dominantes en tamaño.



Figura 3.17. Negativo de una imagen.  
Fuente: elaboración propia

### 3.9.1.2. Histograma

El histograma de una imagen con niveles de gris en el rango  $[0, L - 1]$ , es una función discreta que representa el número de píxeles que posee cada nivel de gris en la imagen, o dicho en otras palabras, es la frecuencia relativa de ocurrencia de cada nivel de gris en la imagen [62, 63].

$$h(r_k) = n_k, \quad (3.9)$$

donde  $r_k$  es el  $k$ -ésimo nivel de gris y  $n_k$  es el número de píxeles en la imagen que contienen dicho nivel. La Fig. 3.18 muestra un ejemplo de una imagen con su histograma.

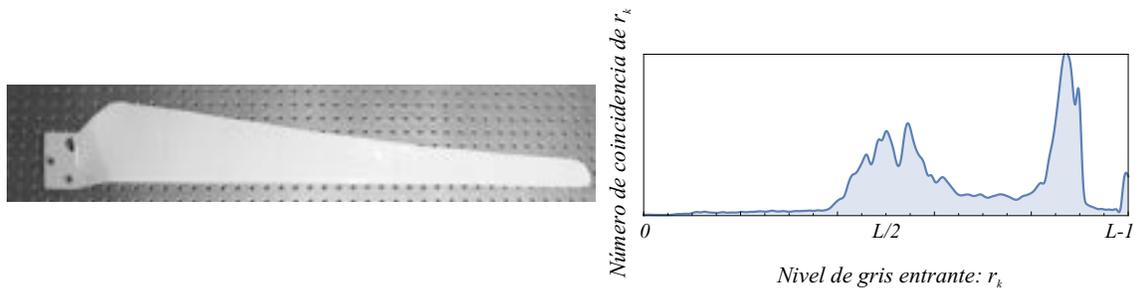


Figura 3.18. Histograma de una imagen en escala de grises.  
Fuente: elaboración propia.

## 3.9.2. Métodos en el dominio de la frecuencia

En 1822, Jean Baptiste Joseph Fourier publicó su libro titulado “La Teoría Analítica del Calor” (*La Théorie Analytique de la Chaleur*) [64], teniendo entre sus principales aportaciones la demostración de que cualquier función que se repite periódicamente puede ser

expresada como la suma de senos y/o cosenos de diferentes frecuencias, cada uno multiplicado por coeficientes diferentes (“Series de Fourier”).

Una función no periódica-finita, también pueden ser llevada al “dominio de Fourier”, expresándola como una integral de senos y/o cosenos. A esto se le conoce como la “Transformada de Fourier” de dicha función, que al igual que las series de Fourier, recuperan a la función sin pérdida de información al aplicar el proceso inverso (“Transformada de Fourier Inversa”).

La transformada de Fourier de dos dimensiones  $F(u, v)$ , es una herramienta útil cuando se requiere aplicar mejoras a una imagen en el dominio de la frecuencia, ya que una imagen es considerada como una función  $f(x, y)$  finita

$$F(u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-j2\pi(ux+vy)} dx dy, \quad (3.10)$$

y la transformada inversa se expresa de manera similar

$$f(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(u, v) e^{j2\pi(ux+vy)} du dv. \quad (3.11)$$

Sin embargo, debido a que las imágenes a tratar son de tipo discreto, es de interés trabajar con la Transformada Discreta de Fourier (DFT, por sus siglas en inglés *Discrete Fourier Transform*). La DFT de una imagen de tamaño  $M \times N$  está dada por la siguiente ecuación

$$F(u, v) = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) e^{-j2\pi(ux/M+vy/N)}, \quad (3.12)$$

donde  $u = 0, 1, 2, \dots, M - 1$  y  $v = 0, 1, 2, \dots, N - 1$  son las variables en frecuencia. Teniendo inicialmente a  $F(u, v)$ ,  $f(x, y)$  se obtiene mediante la transformada inversa

$$f(x, y) = \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u, v) e^{j2\pi(ux/M+vy/N)}, \quad (3.13)$$

donde  $x = 0, 1, 2, \dots, M - 1$  y  $y = 0, 1, 2, \dots, N - 1$  son las variables espaciales de la imagen. La DFT de una imagen está compuesta por una parte real  $R(u, v)$  y otra imaginaria  $I(u, v)$ . A continuación se expresan el espectro de Fourier, el ángulo de fase y el espectro de potencia respectivamente, útiles cuando se trabaja en el dominio de la frecuencia:

$$|F(u, v)| = [R^2(u, v) + I^2(u, v)]^{1/2}, \quad (3.14)$$

$$\Phi(u, v) = \arctan \left[ \frac{I(u, v)}{R(u, v)} \right], \quad (3.15)$$

$$P(u, v) = |F(u, v)|^2 = R^2(u, v) + I^2(u, v). \quad (3.16)$$

### 3.9.2.1. Filtrado en el dominio de la frecuencia

Una función de transferencia de filtrado  $H(u, v)$  es aquella que actúa sobre la transformada de Fourier de una imagen  $F(u, v)$ , y permite suprimir ciertas frecuencias mientras deja a otras sin cambio alguno. Las frecuencias bajas son responsables de la mayoría de los niveles de gris de una imagen sobre áreas suaves. Mientras que las frecuencias altas tienen que ver con los detalles de la imagen, como son los bordes y el ruido.

A continuación se describen dos de los filtros en el dominio de la frecuencia más importantes, estos son el Butterworth y el Gaussiano, ambos en sus versiones pasa-bajas y pasa-altas.

#### 3.9.2.1.1. Filtro Butterworth

La función de transferencia del Filtro Butterworth Pasa Bajas (BLPF, por sus siglas en inglés *Butterworth Low Pass Filter*) de orden  $n$  con frecuencia de corte  $D_0$  a partir del origen es

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + [D(u, v)/D_0]^{2n}}, \quad (3.17)$$

donde

$$D(u, v) = [(u - M/2)^2 + (v - N/2)^2]^{1/2}. \quad (3.18)$$

La función de transferencia del Filtro Butterworth Pasa Altas (BHPF, por sus siglas en inglés *Butterworth High pass Filter*) de orden  $n$  con frecuencia de corte localizado en  $D_0$  desde el origen está dada por

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + [D_0/D(u, v)]^{2n}}, \quad (3.19)$$

### 3.9.2.1.2. Filtro Gaussiano

El Filtro Gaussiano Pasa Bajas (GLPF, por sus siglas en ingles *Gaussian Low pass Filter*) con frecuencia de corte  $D_0$  está dado por la siguiente expresión

$$H(u, v) = e^{-D^2(u,v)/2D_0^2}, \quad (3.20)$$

donde  $D(u, v)$  es la distancia desde la frecuencia cero hasta la posición  $(M/2, N/2)$ .

La función de transferencia del Filtro Gaussiano Pasa Altas (GHPF, por sus siglas en ingles *Gaussian High pass Filter*) con frecuencia de corte localizada a una distancia  $D_0$  desde el origen esta dada por

$$H(u, v) = 1 - e^{-D^2(u,v)/2D_0^2}. \quad (3.21)$$

## 3.10. Método basado en el umbralizado del histograma

El umbralizado es uno de los métodos más antiguos para la segmentación de una imagen. Se puede ver que una operación implica realizar comprobaciones frente a una función  $\tau$  de la forma [55]

$$\tau = \tau(x, y, p(x, y), f(x, y)), \quad (3.22)$$

donde  $f(x, y)$  es el nivel de gris en el punto  $(x, y)$  y  $p(x, y)$  representa alguna propiedad local de este punto (por ejemplo, la media de los niveles de gris, la desviación estándar, la entropía, etc.). A continuación se presenta una definición del proceso de umbralizado.

**Definición 3.10.1.** Dado un conjunto  $N$  de números naturales sean  $(x, y)$  las coordenadas espaciales de una imagen digitalizada, y sea  $G = \{0, 1, \dots, 2^B\}$  un conjunto de números positivos que representan los niveles de grises, donde  $B$  es el número de bits. Entonces se puede definir una función de imagen como  $f : N \times N \rightarrow G$ . La brillantez (nivel de gris) de un pixel con coordenadas  $(x, y)$  se denota como  $f(x, y)$ . Sea  $\tau \in G$  un umbral y sea  $C = \{c_0, c_1\}$  un par de niveles de gris binarios ( $c_0, c_1 \in G$ ). El resultado de segmentar una función de imagen  $f(x, y)$  respecto al umbral  $\tau$  es la función binaria  $f\tau : N \times N \rightarrow C$ , tal que

$$g(x, y) = \begin{cases} c_0 & \text{si } f(x, y) < \tau, \\ c_1 & \text{en } f(x, y) \geq \tau. \end{cases} \quad (3.23)$$

Así los píxeles marcados con  $c_0$  podrían corresponder al fondo mientras que los marcados con  $c_1$  corresponderían a los objetos. En este caso se dice que la imagen ha quedado binarizada (ver Fig. 3.15).

### 3.11. Cálculo de centroides

El método convencional del algoritmo para la detección de centroides se basa en el cálculo del centro de masa [65], y es conocido como el algoritmo de peso promediado de píxeles (PPP) y a partir de éste método se han desarrollado los métodos de: PPP de umbral (PPPU), en el cual se utiliza el umbral para mejorar la razón de señal a ruido (SNR) y el método PPP de potencias (PPPP), en el cual el valor de la razón de señal a ruido se mejora mediante el uso de potencias [66]. Además, se han utilizado métodos adaptativos de detección de centroides mediante un método de filtrado morfológico sobre la imagen binaria [67]. En el peso promediado de píxeles (PPP) para un arreglo ideal, la posición del centroide es [68]

$$C_x = \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N x_i I(i, j)}{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N I(i, j)} - 0.5, \quad (3.24)$$

$$C_y = \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N y_i I(i, j)}{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N I(i, j)} - 0.5, \quad (3.25)$$

donde  $C_x$  y  $C_y$  son las coordenadas del centroide de la imagen de la línea proyectada (ver Fig. 3.19),  $x_i$  y  $y_i$  son las coordenadas de cada píxel,  $I(i, j)$  es la señal de lectura de salida del píxel  $(x_i, y_i)$  y  $M$ ,  $N$  son el número de píxeles en las direcciones  $x$  y  $y$  respectivamente.

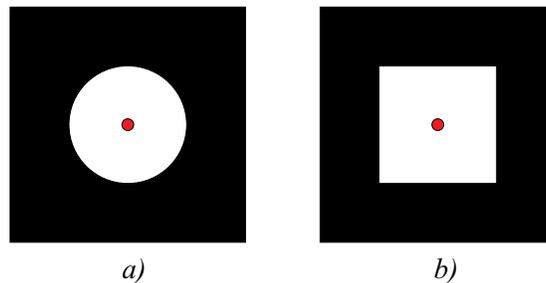


Figura 3.19. Centroides estimados de las siguientes figuras geométricas: a) círculo y un b) cuadrado.

Fuente: elaboración propia.

## 3.12. Curvas de Bézier

Las curvas de Bézier son curvas polinómicas expresadas con polinomios de Bernstein. Una curva de Bézier de grado  $n$  se especifica por un conjunto de  $n+1$  puntos que son llamados puntos de control [69]. El polígono obtenido al unir los puntos de control se denomina polígono de control. A continuación se da la definición de polinomios de Bernstein.

### 3.12.1. Polinomios de Bernstein

**Definición 3.12.1.** Llamamos polinomios de Bernstein de grado  $n$  a los polinomios dados por la expresión

$$N_k^n(x) = \binom{n}{k} x^k (1-x)^{n-k}, \quad k = 0, \dots, n, \quad (3.26)$$

donde  $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$  son los coeficientes binómicos.

**Ejemplo 1.** *Ejemplos de polinomios de Bernstein.*

a) Para  $n = 1$ ,

$$\begin{aligned} N_0^1(x) &= \binom{1}{0} x^0 (1-x)^{1-0} = 1-x, \\ N_1^1(x) &= \binom{1}{1} x^1 (1-x)^{1-1} = x. \end{aligned}$$

b) Para  $n = 2$ ,

$$\begin{aligned} N_0^2(x) &= \binom{2}{0} x^0 (1-x)^{2-0} = (1-x)^2, \\ N_1^2(x) &= \binom{2}{1} x^1 (1-x)^{2-1} = 2x(1-x), \\ N_2^2(x) &= \binom{2}{2} x^2 (1-x)^{2-2} = x^2. \end{aligned}$$

b) Para  $n = 3$ ,

$$\begin{aligned} N_0^3(x) &= \binom{3}{0} x^0 (1-x)^{3-0} = (1-x)^3, \\ N_1^3(x) &= \binom{3}{1} x^1 (1-x)^{3-1} = 3x(1-x)^2, \\ N_2^3(x) &= \binom{3}{2} x^2 (1-x)^{3-2} = 3x^2(1-x), \\ N_3^3(x) &= \binom{3}{3} x^3 (1-x)^{3-3} = x^3. \end{aligned}$$

### 3.12.2. Curvas de Bézier simples

Los polinomios de grado menor o igual que  $n$  forman un espacio vectorial real de dimensión  $n + 1$  y los polinomios de Bernstein son  $n + 1$  polinomios linealmente independientes de grado  $n$ . Por tanto, podremos representar una curva polinómica como combinación de los polinomios de Bernstein [69].

**Definición 3.12.2.** Sea  $\{P_0, \dots, P_n\}$  un conjunto de puntos de  $\mathbb{R}^2$ , se llama curva de Bezier de grado  $n$  a

$$C(t) = \sum_{k=0}^n P_k N_k^n(t), \quad t \in [0, 1], \quad (3.27)$$

donde  $N_k^n(t)$  es el  $k$ -ésimo polinomio de Bernstein de grado  $n$  y a  $P_0, \dots, P_n$  los denominados puntos de control.

El nombre de polígono de control hace referencia a que sirve para controlar la forma de la curva.

**Ejemplo 2.** *Ejemplos de curvas de Bézier.*

a) Para  $n = 1$ ,

$$C(t) = \sum_{k=0}^n P_k N_k^n(t) = P_0 N_0^1(t) + P_1 N_1^1(t) = (1-t)P_0 + tP_1,$$

luego se tiene que

$$\begin{aligned} C(0) &= P_0, \\ C(1) &= P_1. \end{aligned}$$

Así,  $C(t)$  es la recta que une los puntos  $P_0$  y  $P_1$ .

b) Para  $n = 2$ ,

$$\begin{aligned} C(t) &= P_0N_0^2(t) + P_1N_1^2(t) + P_2N_2^2(t) \\ &= (1-t)^2P_0 + 2t(1-t)P_1 + t^2P_2, \end{aligned} \quad (3.28)$$

tenemos

$$\begin{aligned} C(0) &= P_0, \\ C(1) &= P_2. \end{aligned} \quad (3.29)$$

c) Para  $n = 3$ ,

$$\begin{aligned} C(t) &= P_0N_0^3(t) + P_1N_1^3(t) + P_2N_2^3(t) + P_3N_3^3(t) \\ &= (1-t)^3P_0 + 3t(1-t)^2P_1 + 3t^2(1-t)P_2 + t^3P_3, \end{aligned} \quad (3.30)$$

entonces

$$\begin{aligned} C(0) &= P_0, \\ C(1) &= P_3. \end{aligned}$$

Cabe resaltar que en este trabajo usaremos las curvas de Bézier para determinar la geometría de perfiles reconstruidos con el método óptico de palas con perfiles desconocidos, es decir que no se conoce la función analítica que describe el perfil bajo estudio, además se puede controlar la cantidad de puntos a trabajar y una característica muy importante es que estos puntos están igualmente espaciados lo que permite hallar una correspondencia uno a uno de los puntos y poder calcular deflexión y torsión de palas cuando se aplican cargas conocidas.

## 3.13. Esfuerzos en vigas

### 3.13.1. Introducción

Consideremos una viga en voladizo con una carga concentrada que actúa hacia arriba en el extremo libre (ver Fig. 3.20 a). Debido a la acción de esta carga el eje de la viga se deforma y adopta una forma curva, como se muestra en la figura 3.20 b). La “deflexión” de la viga en cualquier punto a lo largo de su eje es el desplazamiento de ese punto desde su posición original, medido en la dirección  $y$ . Denotamos la deflexión con la letra  $v$  para distinguirla de la coordenada  $y$  (ver Fig. 3.20 b).

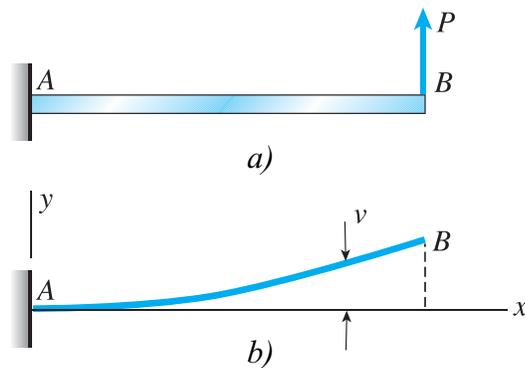


Figura 3.20. Flexión de una viga en voladizo: a) viga con carga y b) curva de deflexión. Fuente: [70].

Al analizar vigas, con frecuencia es necesario distinguir entre flexión pura y flexión no uniforme. “Flexión” pura se refiere a la flexión de una viga ante un momento flexionante constante. Por tanto, la flexión pura ocurre sólo en regiones de una viga donde la fuerza cortante es cero. En contraste, “flexión no uniforme” se refiere a la flexión en presencia de fuerzas cortantes, lo cual significa que el momento flexionante cambia conforme nos movemos a lo largo del eje de la viga [70].

### 3.13.2. Curvatura de una viga

Cuando se aplican cargas a una viga, su eje longitudinal se deforma y adopta una forma curva, como se ilustró en la Fig. 3.20. Las deformaciones unitarias y los esfuerzos en la viga están directamente relacionados con la “curvatura” de la curva de deflexión.

Para ilustrar el concepto de curvatura, se considera de nuevo una viga en voladizo sometida a una carga  $P$  que actúa en el extremo libre (ver Fig. 3.21 a). La curva de deflexión de esta viga se muestra en la Fig. 3.21 b. Para fines de análisis, se identifica dos puntos  $m_1$  y  $m_2$  en la curva de deflexión. El punto  $m_1$  se selecciona a una distancia arbitraria  $x$  del eje  $y$  y el punto  $m_2$  está ubicado a una distancia pequeña  $ds$  más alejada a lo largo de la curva. En cada uno de estos puntos se traza una línea normal a la tangente de la curva de deflexión, es decir, normal a la propia curva. Estas normales se intersectan en el punto  $O'$  que es el “centro de curvatura” de la curva de deflexión. Como la mayoría de las vigas tienen deflexiones muy pequeñas y curvas de deflexión casi planas, es usual que el punto  $O'$  se ubique mucho más alejado de la viga de lo que se indica en la Fig. 3.21 b.

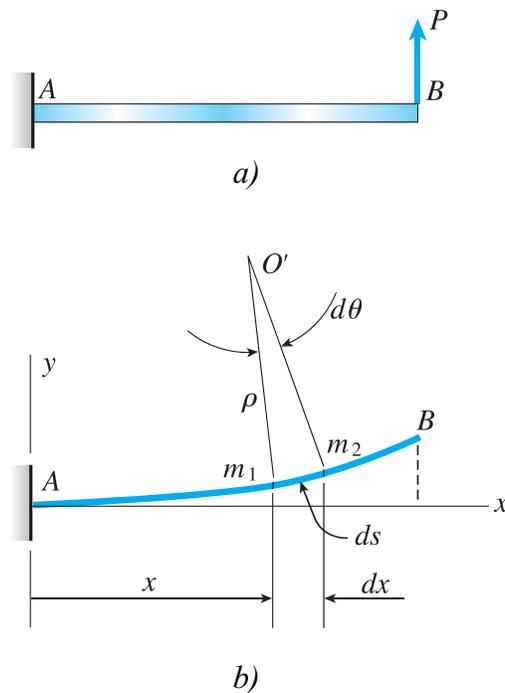


Figura 3.21. Curvatura de una viga flexionada: a) viga con carga y b) curva de deflexión. Fuente: [70].

La distancia  $m_1 O'$  desde la curva hasta el centro de curvatura se denomina “radio de curvatura”  $\rho$ , y la “curvatura”  $\kappa$  y se define como el recíproco del radio de curvatura. Por tanto,

$$\kappa = \frac{1}{\rho}. \quad (3.31)$$

La curvatura es una medida de qué tan agudamente está flexionada una viga. Si la

carga sobre una viga es pequeña, la viga será casi recta, el radio de curvatura será muy grande y la curvatura será muy pequeña. Si la carga se aumenta, la cantidad de flexión aumentará; el radio de curvatura será menor y la curvatura será mayor.

De la geometría del triángulo  $O' m_1 m_2$  (ver Fig. 3.21 b) obtenemos

$$\rho d\theta = ds, \quad (3.32)$$

en donde  $d\theta$  (medido en radianes) es el ángulo infinitesimal entre las normales y  $ds$  es la distancia infinitesimal a lo largo de la curva entre los puntos  $m_1$  y  $m_2$ . Al combinar la Ec. 3.32 con la Ec. 3.31, tenemos que

$$\kappa = \frac{1}{\rho} = \frac{d\theta}{ds}. \quad (3.33)$$

Esta ecuación para la “curvatura” es válida para cualquier curva, sin importar la cantidad de curvatura; si ésta es constante en toda la longitud de una curva, el radio de curvatura también será constante y la curva será un arco de círculo.

Las deflexiones de una viga suelen ser muy pequeñas comparadas con su longitud. Deflexiones pequeñas significan que la curva de deflexión es casi plana. En consecuencia, la distancia  $ds$  a lo largo de la curva se puede igualar con su proyección horizontal  $dx$ . En estas condiciones especiales de “deflexiones pequeñas”, la ecuación para la curvatura se transforma en [70]

$$\kappa = \frac{1}{\rho} = \frac{d\theta}{dx}. \quad (3.34)$$

La curvatura y el radio de curvatura son funciones de la distancia  $x$  medida a lo largo del eje  $x$  y de aquí se deriva que la posición  $O'$  del centro de curvatura también depende de la distancia  $x$ .

### 3.13.3. Ecuaciones diferenciales de la curva de deflexión

Para obtener la ecuación de la curva de deflexión, debemos expresar la deflexión  $v$  como una función de la coordenada  $x$ . La deflexión  $v$  en cualquier punto  $m_1$  sobre la curva de deflexión se muestra en la Fig. 3.22 a. El punto  $m_1$  está ubicado a una distancia  $x$  desde el origen (medida a lo largo del eje  $x$ ), también se muestra un segundo punto  $m_2$ , ubicado a una distancia  $x + dx$  desde el origen. La deflexión en este segundo punto es  $v + dv$ , donde  $dv$  es el incremento en la deflexión conforme nos movemos a lo largo de la curva de  $m_1$  a  $m_2$ .

Cuando la viga se flexiona, no sólo hay una deflexión en cada punto a lo largo del eje, sino también una rotación. El “ángulo de rotación”  $\theta$  del eje de la viga es el ángulo entre el eje  $x$  y la tangente a la curva de deflexión, según se muestra para el punto  $m_1$  en la vista ampliada de la Fig. 3.22 b. Para nuestra elección de ejes ( $x$  positivo hacia la derecha y  $y$  positivo hacia arriba), el ángulo de rotación es positivo cuando es contrario al sentido de las manecillas del reloj. (Otros nombres para el ángulo de rotación son “ángulo de inclinación” y “ángulo de la pendiente”).

El ángulo de rotación en el punto  $m_2$  es  $\theta + d\theta$ , donde  $d\theta$  es el incremento angular conforme nos movemos del punto  $m_1$  al punto  $m_2$ . Se deduce que si trazamos líneas normales a las tangentes (ver Fig. 3.22 a y b), el ángulo entre estas normales es  $d\theta$ . El punto de intersección de estas normales es el centro de curvatura  $O'$  (ver Fig. 3.22 a) y la distancia desde  $O'$  hasta la curva es el “radio de curvatura”  $\rho$ .

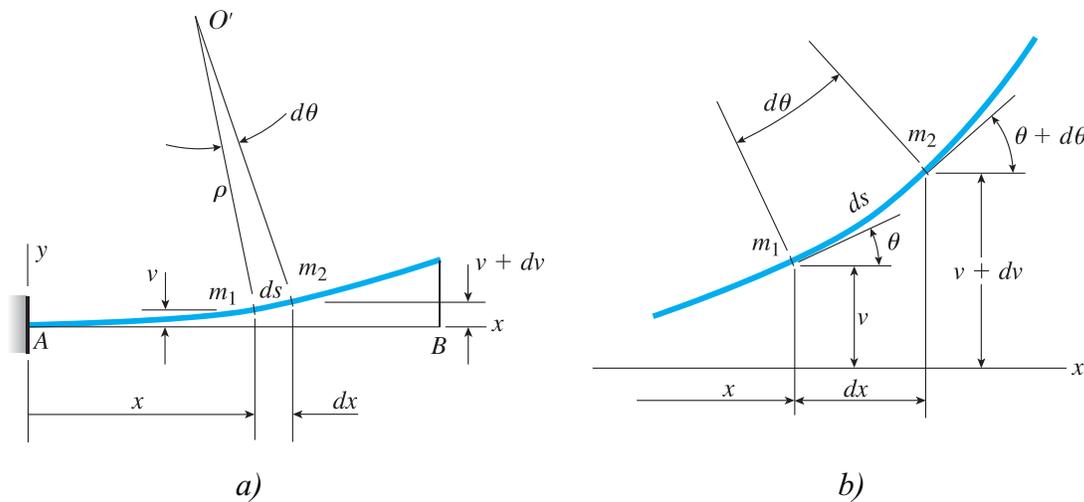


Figura 3.22. Curva de deflexión de una viga.  
Fuente: [70].

En la figura 3.22 a observamos que

$$\rho d\theta = ds, \quad (3.35)$$

en donde  $d\theta$  está en radianes y  $ds$  es la distancia a lo largo de la curva de deflexión entre los puntos  $m_1$  y  $m_2$ . Por tanto, la “curvatura”  $\kappa$  está dada por la siguiente ecuación

$$\kappa = \frac{1}{\rho} = \frac{d\theta}{ds}. \quad (3.36)$$

La “pendiente de la curva de deflexión” es la primera derivada  $dv/dx$  de la expresión para la deflexión  $v$ . En términos geométricos, la pendiente es el incremento  $dv$  en la deflexión (conforme vamos del punto  $m_1$  al punto  $m_2$  en la Fig. 3.22) dividido entre el incremento  $dx$  en la distancia a lo largo del eje  $x$ . Como  $dv$  y  $dx$  son infinitesimalmente pequeños, la pendiente  $dv/dx$  es igual a la tangente del ángulo de rotación  $\theta$  (ver Fig. 3.22 b). Por tanto,

$$\frac{dv}{dx} = \tan \theta, \quad (3.37)$$

$$\theta = \arctan \frac{dv}{dx}. \quad (3.38)$$

De manera similar, también obtenemos las siguientes relaciones

$$\cos \theta = \frac{dx}{ds}, \quad (3.39)$$

$$\sin \theta = \frac{dv}{ds}. \quad (3.40)$$

Las Ecs. 3.36-3.40 se basan sólo en consideraciones geométricas y, por tanto, son válidas para vigas de cualquier material. Además, no hay restricciones para las magnitudes de las pendientes y deflexiones.

### 3.13.4. Vigas con ángulos de rotación pequeños

Las estructuras que se encuentran en la vida cotidiana, como edificios, automóviles, aeronaves y barcos, experimentan cambios relativamente pequeños en su forma mientras están en servicio. Los cambios son tan pequeños que no los nota un observador casual. En consecuencia, las curvas de deflexión de la mayor parte de las vigas y columnas tienen ángulos de rotación muy pequeños, deflexiones muy pequeñas y curvaturas muy pequeñas.

Consideremos la curva de deflexión que se muestra en la Fig. 3.22. Si el ángulo de rotación  $\theta$  es una cantidad muy pequeña (y de aquí que la curva de deflexión sea casi horizontal), la distancia  $ds$  a lo largo de la curva de deflexión es prácticamente la misma que el incremento  $dx$  a lo largo del eje  $x$ . Esta misma conclusión se puede obtener de manera directa a partir de la Ec. 3.39. Dado que  $\cos \theta \approx 1$  cuando el ángulo  $\theta$  es pequeño, la Ec. 3.39 da

$$ds \approx dx. \quad (3.41)$$

Con esta aproximación, la curvatura resulta

$$\kappa = \frac{1}{\rho} = \frac{d\theta}{dx}. \quad (3.42)$$

Además, ya que  $\theta \approx \tan \theta$  cuando  $\theta$  es pequeño, podemos hacer la siguiente aproximación para la Ec. 3.37

$$\theta \approx \tan \theta = \frac{dv}{dx}. \quad (3.43)$$

Entonces, si las rotaciones de una viga son pequeñas, podemos suponer que el ángulo de rotación  $\theta$  y la pendiente  $dv/dx$  son iguales.

Al derivar  $\theta$  con respecto a  $x$  en la Ec. 3.43, obtenemos

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{d^2v}{dx^2}. \quad (3.44)$$

Combinamos la Ec. 3.44 con la Ec. 3.42 para obtener una relación entre la curvatura de una viga y su deflexión

$$\kappa = \frac{1}{\rho} = \frac{d^2v}{dx^2}. \quad (3.45)$$

Esta ecuación es válida para una viga de cualquier material, siempre que las rotaciones sean pequeñas. Si el material de una viga es linealmente elástico y sigue la ley de Hooke, la curvatura es

$$\kappa = \frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI}, \quad (3.46)$$

en donde  $M$  es el momento flexionante y  $EI$  es la rigidez a la flexión de la viga. Al combinar la Ec. 3.45 con la Ec. 3.46 se obtiene la ecuación diferencial básica de la curva de deflexión de una viga [70]

$$\frac{d^2v}{dx^2} = \frac{M}{EI}. \quad (3.47)$$

Esta ecuación se puede integrar en cada caso particular para encontrar la deflexión  $v$ , siempre que el momento flexionante  $M$  y la rigidez a la flexión  $EI$  se conozcan como funciones de  $x$ .

## 3.14. Torsión

### 3.14.1. Introducción

Torsión se refiere al torcimiento de una barra recta al ser cargada por momentos (o pares de torsión) que tienden a producir rotación con respecto al eje longitudinal de la barra. Un caso idealizado de carga torsional se representa en la Fig. 3.23 a, donde se muestra una barra recta soportada en un extremo y cargada por dos pares de fuerzas iguales y opuestas. El primer par consiste en las fuerzas  $P_1$  que actúan cerca del punto medio de la barra y el segundo par consiste de las fuerzas  $P_2$  que actúan en el extremo. Cada par de fuerzas forma un “par de torsión” que tiende a torcer la barra con respecto a su eje longitudinal. El “momento de un par de torsión” es igual al producto de una de las fuerzas y la distancia perpendicular entre las líneas de acción de las fuerzas; por tanto, el primer par de torsión tiene un momento  $T_1 = P_1 d_1$  y el segundo tiene un momento  $T_2 = P_2 d_2$  [70].

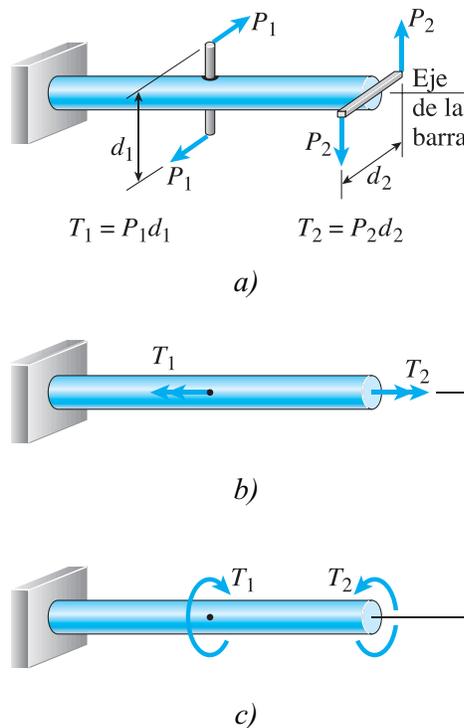


Figura 3.23. Barra circular sometida a torsión por los pares de torsión  $T_1$  y  $T_2$ .  
Fuente: [70].

El momento de un par de torsión se puede representar por un “vector” en forma de una flecha con cabeza doble (ver Fig. 3.23 b). La flecha es perpendicular al plano que contiene el par de torsión y, por tanto, en este caso las dos flechas son paralelas al eje de la barra.

Una representación alternativa de un momento es una flecha curva que actúa en el sentido de la rotación (ver Fig. 3.23 c). Los momentos que producen el torcimiento de una barra, como los marcados  $T_1$  y  $T_2$  en la figura 3.23, se llaman “pares de torsión” o “momentos de torsión”.

### 3.14.2. Deformaciones torsionantes de una barra circular

Consideremos una barra prismática con sección transversal circular torcida por pares de torsión  $T$  que actúan en sus extremos (ver Fig. 3.24 a). Dado que cada sección transversal de la barra es idéntica y puesto que cada sección transversal se somete al mismo par de torsión interno, decimos que la barra está en “torsión pura”. A partir de consideraciones de simetría, se puede demostrar que las secciones transversales de la barra no cambian de forma conforme giran con respecto al eje longitudinal. En otras palabras, todas las secciones transversales permanecen planas y circulares y todos los radios permanecen rectos. Además, si el ángulo de rotación entre un extremo de la barra y el otro es pequeño, no cambiarán la longitud de la barra ni sus radios [70].

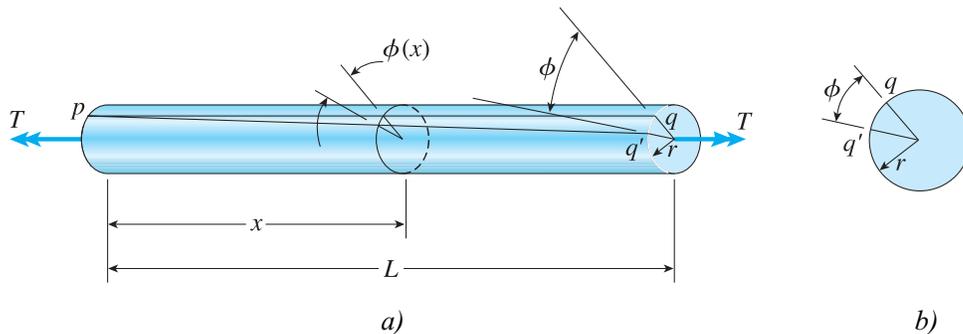


Figura 3.24. Deformaciones de una barra circular en torsión pura.

Fuente: [70].

Para ayudar a visualizar la deformación de la barra, imaginemos que el extremo izquierdo de la misma (ver Fig. 3.24 a) está fijo. Luego, ante la acción del par de torsión  $T$ , el extremo derecho girará (con respecto al extremo izquierdo) un ángulo pequeño  $\phi$ , conocido como “ángulo de torsión” (o ángulo de rotación). Debido a esta rotación, una línea recta longitudinal  $pq$  en la superficie de la barra se convertirá en la curva helicoidal  $pq'$ , donde  $q'$  es la posición del punto  $q$  después de que la sección transversal extrema ha girado el ángulo  $\phi$  (ver Fig. 3.24 b).

El ángulo de torsión cambia a lo largo del eje de la barra y en secciones transversales intermedias tendrá un valor  $\phi(x)$  que está entre cero en el extremo izquierdo y  $\phi$  en el

extremo derecho. Si cada sección transversal de la barra tiene el mismo radio y se somete al mismo par de torsión (torsión pura), el ángulo  $\phi(x)$  variará linealmente entre los extremos.

### 3.14.3. Deformaciones unitarias por cortante en la superficie exterior

Ahora considere un elemento de la barra entre dos secciones transversales separadas una distancia  $dx$  (ver Fig 3.25 a). Este elemento se muestra agrandado en la Fig. 3.25 b. En su superficie exterior identificamos un elemento pequeño  $abcd$ , con lados  $ab$  y  $cd$  que al inicio son paralelos al eje longitudinal. Durante el torcimiento de la barra, las secciones transversales derechas giran con respecto a las secciones transversales izquierdas un ángulo pequeño de torsión  $d\phi$ , de manera que los puntos  $b$  y  $c$  se mueven a  $b'$  y  $c'$ , respectivamente. Las longitudes de los lados del elemento, que ahora es el elemento  $ab'c'd$ , no cambian durante esta rotación pequeña.

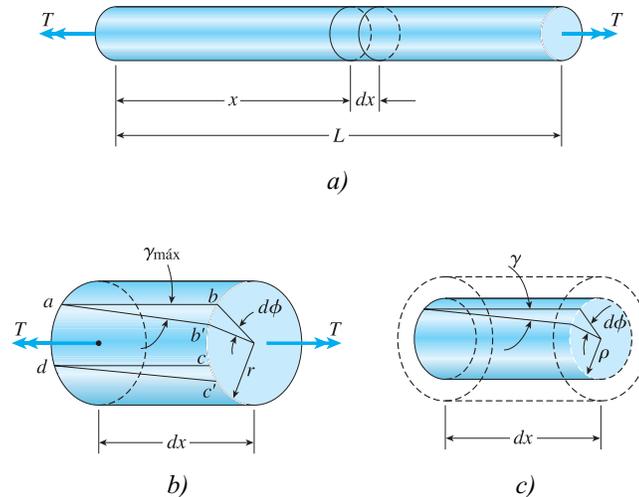


Figura 3.25. Deformación de un elemento con longitud  $dx$  cortado de una barra en torsión. Fuente: [70].

Sin embargo, los ángulos en las esquinas del elemento (ver Fig. 3.25 b) ya no son iguales a  $90^\circ$ . Por tanto, el elemento está en un estado de “cortante puro”, lo cual significa que el elemento está sometido a deformaciones por cortante pero no a deformaciones normales. La magnitud de la deformación por cortante en la superficie exterior de la barra, denotada  $\gamma_{m\acute{a}x}$ , es igual al decremento en el ángulo en el punto  $a$ , es decir, el decremento en el ángulo  $bad$ . De la figura 3.25 b observamos que el decremento en este ángulo es

$$\gamma_{max} = \frac{bb'}{ab}, \quad (3.48)$$

donde  $bb'$  es la distancia que se desplaza el punto  $b$  y  $ab$  es la longitud del elemento (igual a  $dx$ ). Si  $r$  denota el radio de la barra, podemos expresar la distancia  $bb'$  como  $rd\phi$ . Por tanto, la ecuación anterior se convierte en

$$\gamma_{m\acute{a}x} = \frac{rd\phi}{dx}, \quad (3.49)$$

Esta ecuación relaciona la deformación unitaria cortante en la superficie exterior de la barra con el ángulo de torsión. La cantidad  $d\phi/dx$  es la razón de cambio del ángulo de torsión  $\phi$  con respecto a la distancia  $x$  medida a lo largo del eje de la barra. Denotaremos  $d\phi/dx$  con el símbolo  $\theta$  y nos referiremos a ella como “razón de torsión” o “ángulo de torsión” por unidad de longitud.

$$\theta = \frac{d\phi}{dx}. \quad (3.50)$$

Con esta notación ahora podemos escribir la ecuación para la deformación unitaria por cortante en la superficie exterior (Ec. 3.49) como sigue:

$$\gamma_{m\acute{a}x} = \frac{rd\phi}{dx} = r\theta. \quad (3.51)$$

En el caso especial de torsión pura, la razón de torsión es igual al ángulo total de torsión  $\phi$  dividido entre la longitud  $L$ , es decir,  $\theta = \phi/L$ . Por lo tanto, sólo para torsión pura, obtenemos [70]

$$\gamma_{m\acute{a}x} = r\theta = \frac{rd\phi}{L}. \quad (3.52)$$

#### 3.14.4. Deformaciones unitarias por cortante dentro de la barra

Las deformaciones unitarias por cortante en el interior de la barra se pueden determinar mediante el mismo método empleado para encontrar la deformación unitaria por cortante  $\gamma_{m\acute{a}x}$  en la superficie. Como los radios en las secciones transversales de una barra permanecen rectos y sin distorsión durante la torsión, observamos que el análisis anterior para un elemento  $abcd$  en la superficie exterior (ver Fig. 3.25 b) también será válido para un elemento similar situado en la superficie de un cilindro interior con radio  $\rho$  (ver Fig. 3.25 c). Por tanto, los elementos interiores también están en cortante puro con las deformaciones unitarias por cortante correspondientes dadas por la ecuación [70]

$$\gamma = \rho\theta = \frac{\rho}{r}\gamma_{m\acute{a}x}. \quad (3.53)$$

Esta ecuación muestra que las deformaciones unitarias cortantes en una barra circular

varían linealmente con la distancia radial  $\rho$  desde el centro, siendo cero la deformación unitaria en el centro y alcanzando un valor máximo  $\gamma_{máx}$  en la superficie exterior.

### 3.15. Vibraciones mecánicas

Se define como vibración a todo aquel movimiento de una partícula o cuerpo que oscila alrededor de una posición de equilibrio y que se repite después de un intervalo de tiempo y su estudio se refiere a este movimiento y, a sus fuerzas asociadas. Todos los cuerpos que poseen masa y elasticidad son capaces de vibrar, tal es el caso de las máquinas y estructuras que suelen experimentar vibración hasta cierto grado y, su diseño, requiere generalmente consideración de su conducta oscilatoria [71]. Las vibraciones se pueden clasificar en libres y forzadas, a la vez que éstas pueden ser amortiguadas o no amortiguadas. A continuación se presenta una breve descripción de las vibraciones libres excluyendo los sistemas forzados ya que no son de principal interés para nuestro caso de estudio.

#### 3.15.1. Vibración libre no amortiguada

La vibración libre es aquella respuesta de un sistema que vibra por sí solo después de una perturbación inicial, es decir, ninguna fuerza externa actúa en ella. La oscilación de un péndulo simple es un ejemplo de vibración libre.

La ecuación de movimiento para este tipo de sistema masa-resorte sin amortiguamiento viene definido por la Ec. 3.54

$$m\ddot{x} + kx = 0, \quad (3.54)$$

así mismo este modelo se representa por el siguiente diagrama de cuerpo libre:

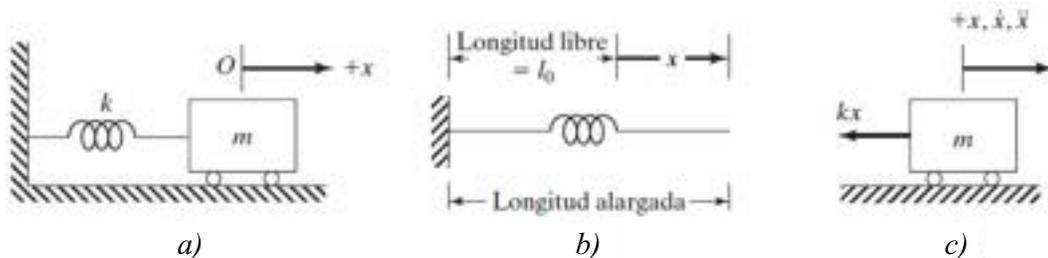


Figura 3.26. Esquema de un sistema vibratorio de 1 grado de libertad (GDL) sin amortiguamiento.

Fuente: [71].

En este tipo de vibración no existe algún elemento que contribuya a la disipación de energía durante el movimiento de la masa, con lo que la amplitud del movimiento permanece constante. Otra característica de un sistema bajo vibración libre es que éste vibrará a una o más de sus frecuencias naturales que, son propiedades del sistema dinámico que dependen de su distribución de masa y rigidez.

### 3.15.2. Vibración libre amortiguada

La vibración libre amortiguada a diferencia de la no amortiguada, incluye en el sistema un elemento disipador de energía comúnmente llamado amortiguador. La fuerza de amortiguamiento viscoso  $F_d = -c\dot{x}$ , donde  $c$  es el coeficiente de amortiguamiento, es proporcional a la velocidad  $\dot{x}$ , la aplicación de la ley de Newton proporciona la ecuación diferencial homogénea para el movimiento

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0. \quad (3.55)$$

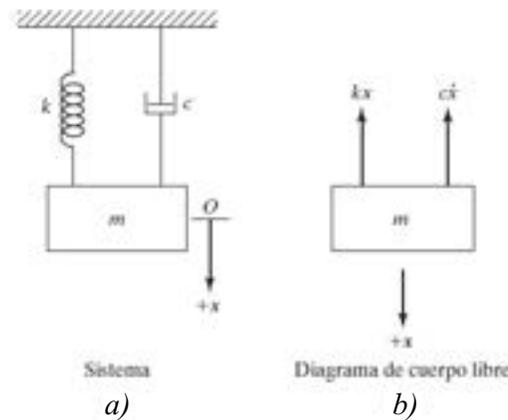


Figura 3.27. Esquema de un sistema vibratorio de 1 grado de libertad (GDL) con amortiguamiento.

Fuente: [71].

La Ec. 3.55, al ser dividida entre  $m$  y suponer una solución de la forma  $x = e^{st}$  puede reescribirse de la siguiente forma

$$s^2 + \frac{c}{m}s + \frac{k}{m} = 0. \quad (3.56)$$

La Ec. 3.56 es conocida como la ecuación característica y tiene dos raíces

$$s_{1,2} = -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}}, \quad (3.57)$$

la solución general está dada por:

$$x = e^{-(c/2m)t} \left( A e^{\sqrt{(c/2m)^2 - k/m}t} + B e^{-\sqrt{(c/2m)^2 - k/m}t} \right), \quad (3.58)$$

donde A y B son constantes que deben ser evaluadas por medio de las condiciones iniciales  $x(0)$  y  $\dot{x}(0)$ .

Existen tres casos de vibración amortiguada los cuales se identifican analizando el factor de amortiguamiento crítico  $c_c$  el cuál se define como:

$$c_c = 2\sqrt{km} = 2m\omega_n, \quad (3.59)$$

empleando la razón adimensional de amortiguamiento

$$\zeta = \frac{c}{c_c}, \quad (3.60)$$

y expresando las raíces de la Ec. 3.57 en términos de  $\zeta$  tenemos que

$$\frac{c}{2m} = \zeta \frac{c_c}{2m} = \zeta \omega_n,$$

la Ec. 3.57 se vuelve

$$s_{1,2} = \left( -\zeta \pm \sqrt{\zeta^2 - 1} \right) \omega_n, \quad (3.61)$$

y los tres casos identificados con anterioridad dependen de si  $\zeta$  es mayor, menor o igual a uno.

**Caso sobreamortiguado**  $\zeta > 1$ . También llamado movimiento no oscilatorio, dado que el coeficiente de amortiguamiento es lo suficientemente alto para evitar que el cuerpo vibratorio oscile, de tal forma que cuando el cuerpo se desplaza inicialmente el amortiguamiento impide que oscile y lo devuelve a su posición de equilibrio.

**Caso críticamente amortiguado**  $\zeta = 1$ . Este caso al igual que el anterior, define un movimiento no oscilatorio, aunque para este caso el valor del coeficiente de amortiguamiento es el mínimo requerido para evitar que el cuerpo vibratorio oscile y al ser desplazado sea regresado a su punto de equilibrio.

**Caso subamortiguado**  $\zeta < 1$ . Este caso es el que interesa analizar para el desarrollo de este proyecto debido a que se ajusta a un comportamiento real de un cuerpo en vibra-

ción, este caso supone que el cuerpo oscila por un intervalo de tiempo  $(t_i, t_f)$  hasta que regresa a su posición de equilibrio.

De los tres casos descritos el subamortiguado es el único que caracteriza un movimiento oscilatorio y por lo tanto es el aconsejable a emplear al modelar sistemas físicos en oscilación. Además si hablamos respecto al sistema vibratorio sin amortiguamiento de la Fig. 3.26 se estaría presentando un caso en el que el sistema vibratorio se encuentra oscilando de tal forma que nunca regresa a su posición de equilibrio. En la Fig. 3.28 se representan gráficamente cada uno de los casos presentados.

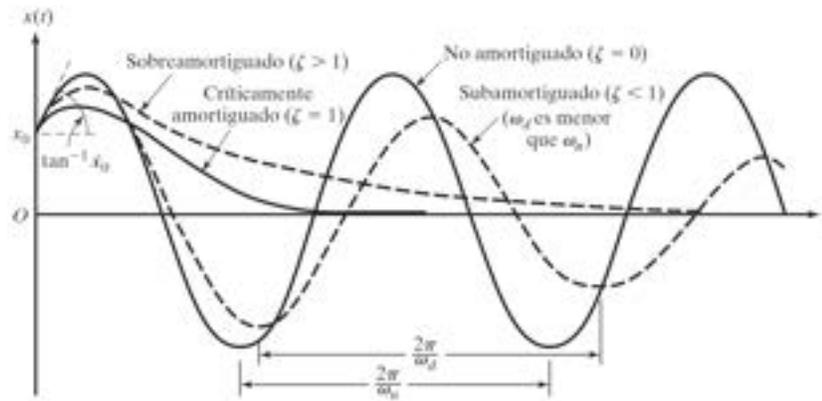


Figura 3.28. Comparación del movimiento con diferentes tipos de amortiguamiento.

Fuente: [72]

### 3.15.3. Amortiguamiento

Como se comentó en la sección anterior el amortiguador es el mecanismo encargado de disipar la energía vibratoria de un sistema convirtiéndolo progresivamente en calor o sonido y el conocimiento de su nivel de amortiguación en un sistema dinámico es importante en la utilización, análisis y prueba del sistema [73]. Se considera al elemento amortiguador con masa y elasticidad despreciables, y sólo existe fuerza amortiguadora en un amortiguador cuando sus extremos tienen velocidad relativa. Además, puede ser representado por varios parámetros (como la capacidad específica de amortiguamiento, factor de pérdida, factor  $Q$  y relación de amortiguamiento) y modelos (viscoso, de histerésis, estructural y fluido).

#### 3.15.3.1. Modelos de amortiguamiento

- **Amortiguamiento viscoso:** cuando se produce la vibración de un sistema mecánico en un medio fluido como aire, gas, agua o aceite, la resistencia generada por

el fluido al movimiento del sistemas produce disipación de energía. La cantidad de energía disipada depende de varios factores: tamaño y forma del cuerpo en vibración.

- **Amortiguamiento por fricción seca o de Coulomb:** la fuerza de amortiguamiento es constante en magnitud y opuesta en dirección a la fuerza de desplazamiento del cuerpo en vibración. Está producida mediante fricción entre superficies no lubricadas o con lubricación insuficiente.
- **Amortiguamiento de histéresis:** ocurre durante la deformación un material, el material absorbe y disipa energía. Ello es debido a la fricción entre planos internos que se deslizan entre ellos cuando se produce una deformación.

Dentro de la literatura es posible encontrar distintos métodos para la estimación de la relación de amortiguamiento como el método de decremento logarítmico, energía de deformación, masa equivalente o el método bandwidth o ancho de banda.

## Capítulo 4.

---

# Desarrollo experimental del esquema de medición

---

En este capítulo se describe el esquema geométrico para la reconstrucción de perfiles aerodinámicos en palas de aerogeneradores utilizando la técnica de triangulación láser, también se describe la metodología para la calibración del sistema óptico, técnicas de procesamiento de imágenes, reconstrucción de perfiles, cálculo de la deflexión y torsión. También se muestra el esquema geométrico para el análisis dinámico en palas de aerogeneradores implementando la técnica de fotogrametría, se describe la geometría del blanco de referencia a utilizar, la metodología para el cálculo de la sensibilidad del sistema, reconstrucción de la trayectoria de vibración y método para determinar los parámetros modales.

### 4.1. Metodología para las pruebas estáticas mediante la técnica de triangulación láser

#### 4.1.1. Esquema geométrico del sistema de medición

El esquema de medición para la reconstrucción geométrica del perfil de la pala consiste en la proyección de una línea de luz láser sobre un plano de referencia tangente a la superficie de la geometría de la pala bajo prueba. La proyección se realiza perpendicular al plano de referencia y una cámara CMOS registra la proyección de la línea sobre la superficie, formando un ángulo  $\phi$  con respecto al plano de referencia, tal y como se muestra en la Fig. 4.1. El modelo matemático que relaciona los parámetros involucrados en el esquema para determinar la coordenada  $z$  para la reconstrucción geométrica del perfil viene dada por la siguiente ecuación

$$\Delta z = \frac{b\Delta x}{\Delta x \sin \phi - a \cos \phi}, \tag{4.1}$$

donde los parámetros  $a$ ,  $b$ , y  $\phi$  son la distancia focal de la lente de la cámara CMOS, la distancia del pinhole al plano de referencia y el ángulo de observación respectivamente.  $\Delta x$  se mide en el plano imagen, en píxeles, y denota los desplazamientos laterales de la línea de luz láser de referencia producido por los cambios de altura  $\Delta z$ , en milímetros, del perfil seleccionado.

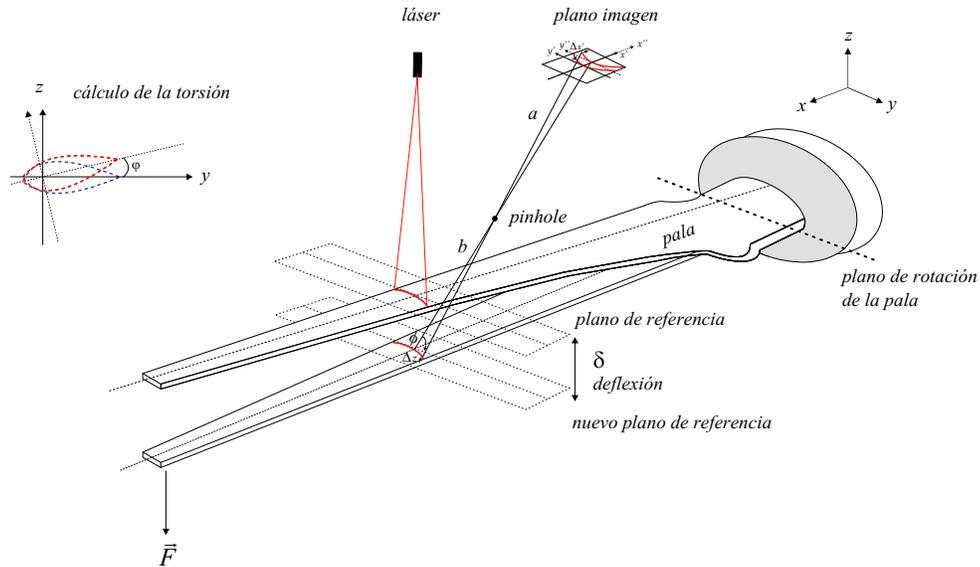


Figura 4.1. Esquema de medición óptica para la reconstrucción del perfil aerodinámico. Fuente: elaboración propia.

En la Fig. 4.2 se muestra el diagrama de flujo que describe la metodología completa del instrumento óptico para las pruebas estáticas.

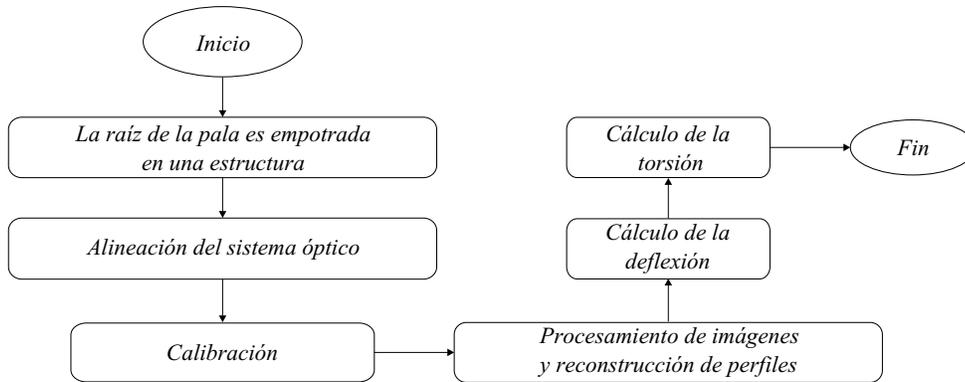


Figura 4.2. Diagrama de flujo para pruebas estáticas. Fuente: elaboración propia.

### 4.1.2. Calibración del sistema óptico

Experimentalmente, los parámetros  $a$ ,  $b$ , y  $\phi$  de la Ec. 4.1 son difíciles de medir con buena precisión, por lo que se utiliza un proceso de calibración del sistema, como en la referencia [74]. Este proceso permite encontrar una relación entre los pequeños desplazamientos conocidos  $\Delta z$  realizados mecánicamente en unidades de milímetros, utilizando un sistema de desplazamiento lineal a lo largo del eje  $z$ , con los observados en el plano imagen ( $\Delta x'$ ) en unidades de píxeles. Esta relación suele ser lineal y por interpolación podemos determinar las coordenadas de los perfiles en  $\Delta z$ , cuando los desplazamientos  $\Delta x'$  se estiman por procesamiento de imagen.

El esquema de la Fig. 4.3 muestra una perspectiva bidimensional (plano  $xz$ ) del proceso de calibración del sistema de medición. Los movimientos que se realizan en este proceso son movimientos lineales conocidos del dispositivo láser-cámara mediante un sistema de desplazamiento lineal motorizado. Estos movimientos se realizan tras identificar las coordenadas de un punto de inspección en el plano de la imagen, que podemos suponer tangente al plano de referencia. La curva de calibración se obtiene trazando las coordenadas del centroide de este punto de inspección sobre la misma línea en el plano de la imagen ( $\Delta x'$ ) en unidades de píxeles, para cada desplazamiento mecánico realizado por el sistema de medición ( $\Delta z$ ) en unidades de milímetros. Este proceso se realiza para cada sección evaluada, para garantizar una mayor fiabilidad en los resultados.

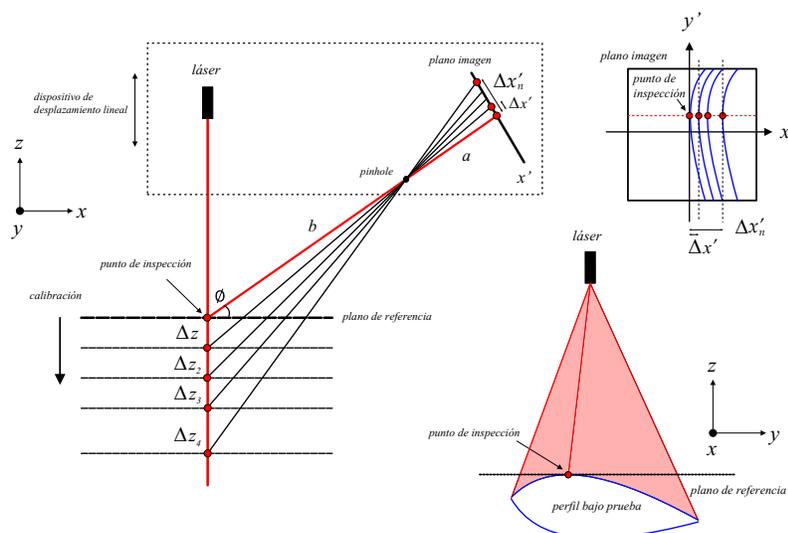


Figura 4.3. Esquema del proceso de calibración.

Fuente: elaboración propia.

Se desarrolló un código en el software Matlab 2020b que permite obtener la curva de calibración el cual nos ayudara para convertir unidades de píxeles a milímetros en la etapa de procesamiento de imágenes y reconstrucción de perfiles. A continuación se describen cada uno de las pasos que realiza el código y en la Fig. 4.5 se puede observa un diagrama de flujo general.

1. El banco de imágenes se importa automáticamente mediante una ruta ya preestablecida.
2. Se define el número total de imágenes mediante el comando

$$N = \text{length}(\text{imagen}).$$

3. Se establece el valor de desviación estándar para el filtro Gaussiano

$$\sigma = 2.$$

4. El ciclo automático de procesamiento de imágenes, empieza con un contador  $k = 1$  hasta  $N$ 
  - 4.1. Se carga y lee la imagen  $k$  mediante el comando *imread*.
  - 4.2. Se determina la dimensión de la imagen  $k$  mediante el comando *size*.
  - 4.3. Se convierte la imagen  $k$  en escala de grises mediante el comando *rgb2gray*.
  - 4.4. Se selecciona la fila central de la imagen  $k$  en escala de grises.
  - 4.5. Se aplica filtro Gaussiano a la fila central de la imagen  $k$  a escala de grises mediante el comando *imgaussfilt* con el valor de la desviación estándar  $\sigma$ .
  - 4.7. Se determina la posición de los valores de intensidad máximos de grises de la imagen  $k$  y se promedia, estos valores se guardan para el eje  $y$  en píxeles

$$y(k) = \text{mean}(\text{find}(\text{maximo})).$$

- 4.8. Para el eje  $z$  se guarda los desplazamientos mecánicos realizados en milímetros

$$z(k) = k.$$

- 4.9 El contador aumenta

$$k = k + 1.$$

5. Con la información obtenida se grafica (ver Fig. 4.4) la posición de cada desplazamiento mecánico(milímetros) realizado contra la estimación de la posición del valor de intensidad máximo de grises(píxeles). Se realiza un ajuste lineal empleando mínimos cuadrados a la siguiente ecuación

$$y = mx + b. \quad (4.2)$$

6. Se calcula la sensibilidad de medición, considerando que el desplazamiento mínimo que se puede medir en el plano imagen es de 1 píxel

$$\text{sensibilidad} = 1/m.$$

7. Se determina el error medio cuadrático de la función de ajuste

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\bar{y}_i - y_i)^2}.$$

donde  $\bar{y}_i$  son los datos experimentales en el eje  $y$  y  $y_i$  son los puntos evaluados de las abscisas de los datos experimentales a la función de ajuste de la Ec. 4.2

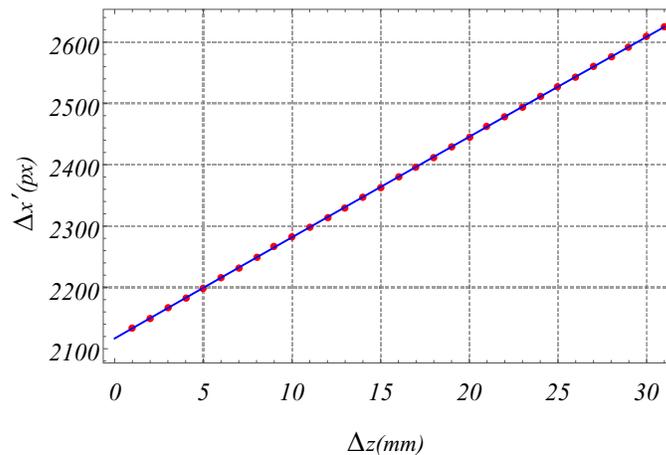


Figura 4.4. Curva de calibración.

Fuente: elaboración propia.

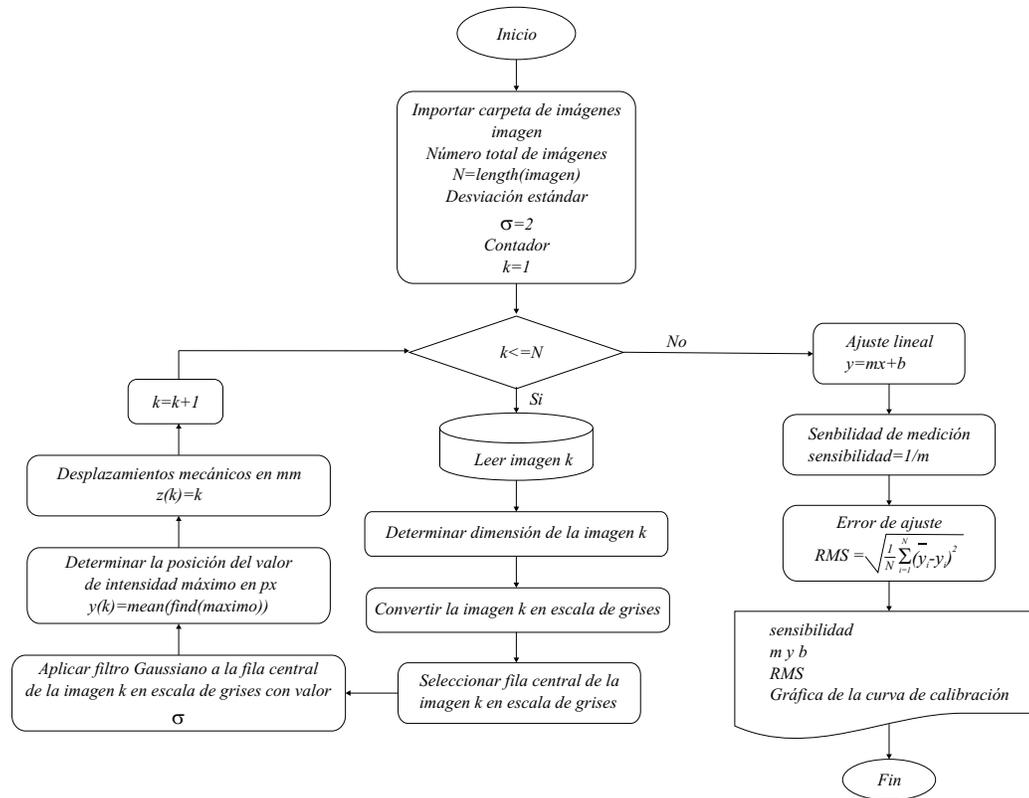


Figura 4.5. Diagrama de flujo del proceso de calibración.  
Fuente: elaboración propia.

### 4.1.3. Procesamiento de imágenes y reconstrucción de perfiles

Las imágenes de las secciones de perfil capturadas por la cámara CMOS implementando la técnica de triangulación láser se procesan para la estimación de los centroides de cada línea de píxeles en el plano de la imagen, para llevar a cabo este proceso se desarrolló un código en el software Matlab 2020b que realiza todo el procesamiento de imágenes y reconstrucción de perfiles (ver Fig. 4.6), utilizando los parámetros del ajuste lineal de la curva de calibración, además en la Fig. 4.7 se puede observar el diagrama de flujo general.

1. La imagen se importa automáticamente mediante una ruta ya preestablecida.
2. Se importa los parámetros del ajuste lineal  $m$  y  $b$ .
3. Se ingresan el valor de umbral  $\tau$  y el tamaño de la cuerda en milímetros  $t_{mm}$ .
4. Se establece el valor de desviación estándar para el filtro Gaussiano

$$\sigma = 2.$$

5. Se carga y lee la imagen mediante el comando *imread*.
6. Se determina la dimensión de la imagen mediante el comando *size*.
7. Se convierte la imagen en escala de grises mediante el comando *im2bw*.
8. Se aplica filtro Gaussiano a la imagen en escala de grises mediante el comando *imgaussfilt* con el valor de la desviación estándar  $\sigma$ .
9. Se binariza la imagen con un valor de umbral ingresado  $\tau$ .
10. Se determina el área máximo a trabajar en la imagen, descartando regiones de no interés con el comando *regionprops* y la propiedad *Area*.
11. Se realiza el cálculo de los centroides  $(x_i, y_i)$  utilizando la Ec. 3.24.

$$C_x = \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N x_i I(i, j)}{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N I(i, j)} - 0.5, \quad C_y = y_i - 0.5, \quad (4.3)$$

donde  $C_x$  y  $C_y$  son las coordenadas del centroide de la imagen de la línea proyectada,  $x_i$  y  $y_i$  son las coordenadas de cada píxel,  $I(i, j)$  es la señal de lectura de salida del píxel  $(x_i, y_i)$  y  $M, N$  son el número de píxeles en las direcciones  $x$  y  $y$  respectivamente.

12. El valor de la coordenada en el eje  $y$  en milímetros se determina mediante la siguiente ecuación

$$y = \frac{(C_y) * (t_{mm})}{d_{px}}, \quad (4.4)$$

donde,  $d_{px}$  es la dimensión en píxeles del lado de la imagen utilizada.

13. Para el cálculo de las coordenadas en el eje  $z$  en milímetros, es necesario realizar un despeje en la Ec. 4.2, quedando de la siguiente manera

$$z = \frac{C_x - b}{m}. \quad (4.5)$$

14. Se grafica y se exportan las coordenadas  $(z, y)$  del perfil reconstruido.

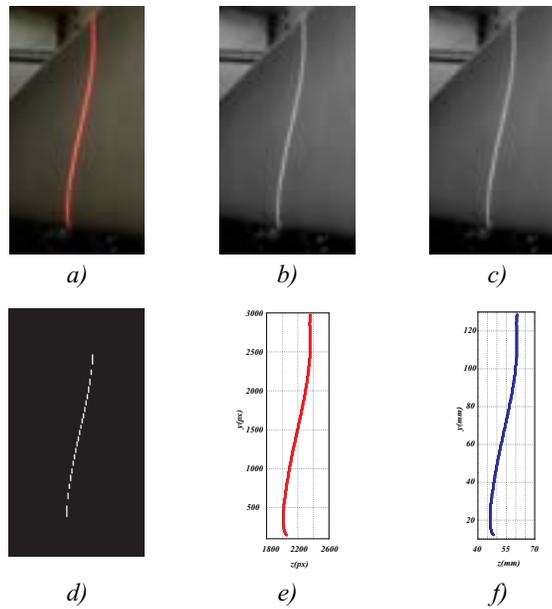


Figura 4.6. Procesamiento de imágenes: a) imagen importada, b) imagen a escala de grises, c) imagen con filtro Gaussiano, d) imagen binarizada, e) cálculo de centroides y f) perfil reconstruido.

Fuente: elaboración propia.

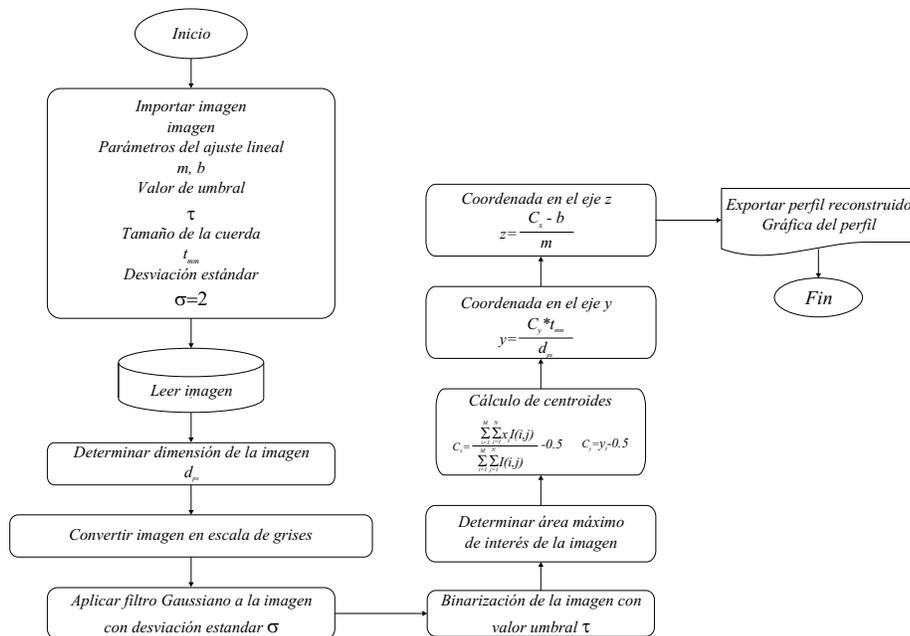


Figura 4.7. Diagrama de flujo del proceso de procesamiento de imágenes.

Fuente: elaboración propia.

#### 4.1.4. Cálculo de la deflexión y torsión

La metodología para medir la deflexión, consiste en reconstruir un perfil inicial o de referencia sin carga aplicada a la pala ( $F = 0$ ), posteriormente por cada carga aplicada, el perfil de referencia se compara con los perfiles reconstruidos y obtenidos a diferentes cargas aplicadas ( $F_1, F_2, \dots, F_n$ ) en el borde de la misma. Por cada carga que se aplica existe un pequeño ángulo de torsión, para que la reconstrucción de cada perfil se realice sobre el mismo plano de referencia el módulo de proyección y observación se posiciona sobre esta nueva referencia y se compara con el perfil sin carga.

Se desarrolló un código en el software Matlab 2020b que permite calcular la deflexión total de un perfil cuando se le aplica una carga en el borde la pala, a continuación se describen los pasos que realiza el código y en la Fig. 4.8 se puede observar el diagrama de flujo general.

1. Se reconstruye el perfil de referencia (sin carga aplicada) y se importa mediante el comando *imread*.
2. Se reconstruye el perfil (con carga aplicada) y se importa mediante el comando *imread*.
3. Se establece el número de puntos discretos de las curvas de Bézier  $M = 1000$ .
4. Se carga y lee el perfil de referencia mediante el comando *load*.
5. Se carga y lee el perfil deflectado mediante el comando *load*.
6. Se ajusta el perfil de referencia a una curva de Bézier mediante el comando *bezier\_(perfil de referencia, M, [])* con este comando generamos una curva de Bézier con  $M$  puntos discretos y se guardan en  $P$ .
7. Se ajusta el perfil deflectado a una curva de Bézier mediante el comando *bezier\_(perfil deflectado, M, [])* con este comando generamos una curva de Bézier con  $M$  puntos discretos y se guardan en  $Q$ .
8. Para calcular la deflexión total del perfil se empleó la ecuación de la distancia euclidiana entre dos puntos, obteniéndose un conjunto  $d_M$  de distancias a lo largo de la longitud de la cuerda del perfil (ver Fig. 4.9) y por último se determina el valor promedio de todas esas distancias

$$d(P, Q) = \frac{\sqrt{\sum_{k=1}^M (p_k - q_k)^2}}{M}, \quad (4.6)$$

donde

$P(p_1, p_2, \dots, p_M)$  son los  $M$  puntos discretos de la curva de Bézier que se ajustaron al perfil de referencia.

$Q(q_1, q_2, \dots, q_M)$  son los  $M$  puntos discretos de la curva de Bézier que se ajustaron al perfil deflectado.

9. Se imprime el valor de la deflexión total.
10. Se grafican  $P$  y  $Q$ .
11. Se grafican las diferencias a lo largo de la longitud de la cuerda de  $P$  y  $Q$ .

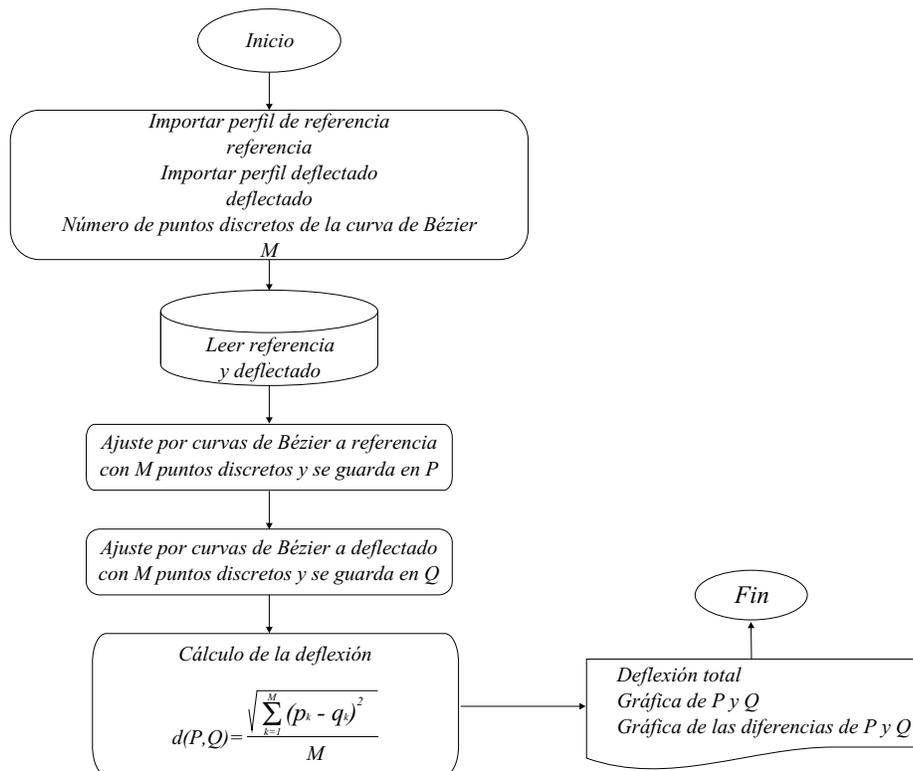


Figura 4.8. Diagrama de flujo del cálculo de la deflexión.

Fuente: elaboración propia.

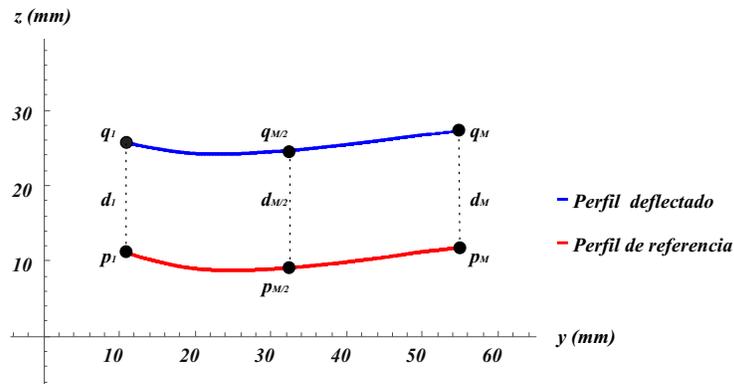


Figura 4.9. Esquema del cálculo de la deflexión.

Fuente: elaboración propia.

Para calcular el ángulo de torsión se desarrolló un código en el software Matlab 2020b que a continuación se describe los pasos que realiza y en la Fig. 4.10 se puede observar el diagrama de flujo general.

1. Se reconstruye el perfil de referencia (sin carga aplicada) y se importa mediante el comando *imread*.
2. Se reconstruye el perfil con torsión (con carga aplicada) y se importa mediante el comando *imread*.
3. Se establece el número de puntos discretos de las curvas de Bézier  $M = 1000$ .
4. Se carga y lee el perfil de referencia mediante el comando *load*.
5. Se carga y lee el perfil con torsión mediante el comando *load*.
6. Se ajusta el perfil de referencia a una curva de Bézier mediante el comando *bezier\_(perfil de referencia, M, [])* con este comando generamos una curva de Bézier con  $M$  puntos discretos y se guardan en  $P$ .
7. Se ajusta el perfil con torsión a una curva de Bézier mediante el comando *bezier\_(perfil deflectado, M, [])* con este comando generamos una curva de Bézier con  $M$  puntos discretos y se guardan en  $Q$ .
8. Utilizando matrices afines se trasladan los puntos  $P$  y  $Q$  al origen.
9. Para calcular el ángulo de torsión total del perfil se empleó la ecuación del producto interno entre dos vectores, obteniéndose un conjunto de ángulos de torsión a lo largo

de la longitud de la cuerda del perfil (ver Fig. 4.11) y por último se determina el valor promedio de todos esos ángulos

$$\varphi = \frac{\sum_{k=1}^M \arccos \left( \frac{\vec{P}_k \cdot \vec{Q}_k}{\|\vec{P}_k\| \|\vec{Q}_k\|} \right)}{M}, \quad (4.7)$$

donde

$P(p_1, p_2, \dots, p_M)$  son los  $M$  puntos discretos de la curva de Bézier que se ajustaron al perfil de referencia.

$Q(q_1, q_2, \dots, q_M)$  son los  $M$  puntos discretos de la curva de Bézier que se ajustaron al perfil con torsión.

10. Se imprime el valor del ángulo total.

11. Se grafican los puntos  $P$  y  $Q$ .

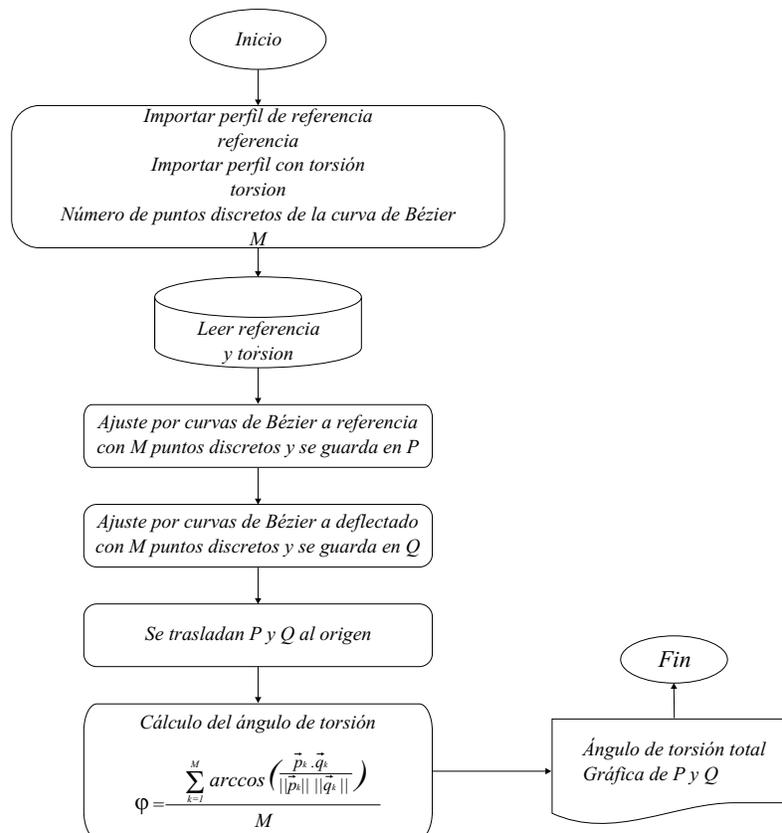


Figura 4.10. Diagrama de flujo del cálculo del ángulo de torsión.

Fuente: elaboración propia.

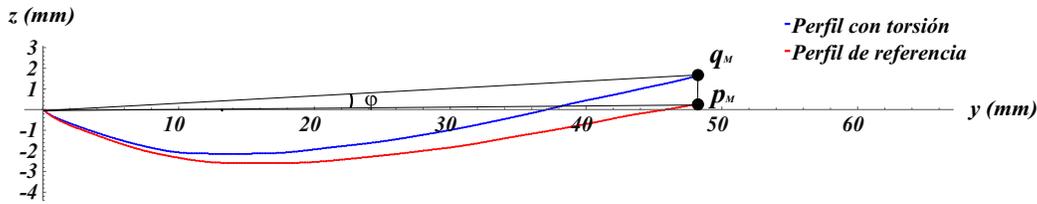


Figura 4.11. Esquema del cálculo del ángulo de torsión.  
Fuente: elaboración propia.

## 4.2. Metodología para las pruebas dinámicas mediante el método de fotogrametría

### 4.2.1. Análisis dinámico con el método de fotogrametría

El propósito de implementar un análisis modal de forma experimental es determinar los parámetros modales como son frecuencia natural de vibración amortiguada, razón de amortiguamiento y amplitud máxima de vibración. Para calcular estos parámetros de forma experimental, se propuso una metodología la cual se implementa la técnica de fotogrametría. El principio de esta técnica consiste en perturbar la dinámica de la pala en sus condiciones iniciales (ver Fig. 4.12), como resultado se obtiene una respuesta armónica en el tiempo la cual es muestreada por una secuencia de imágenes capturadas por el sensor de la cámara CMOS utilizando los desplazamientos del blanco de referencia que es colocado en el borde de ataque de la sección bajo estudio de la pala.

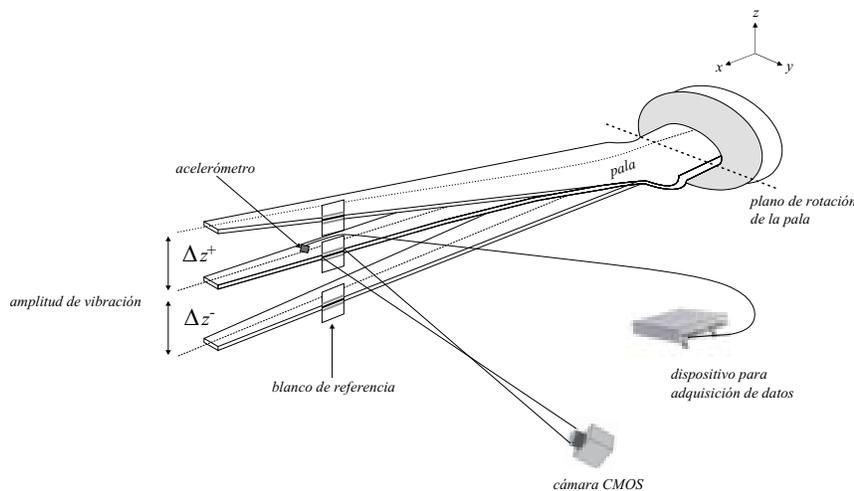


Figura 4.12. Principio de funcionamiento del método de fotogrametría.  
Fuente: elaboración propia.

En la Fig. 4.13 se muestra el diagrama de flujo que describe la metodología completa

de la técnica de fotogrametría para las pruebas dinámicas.

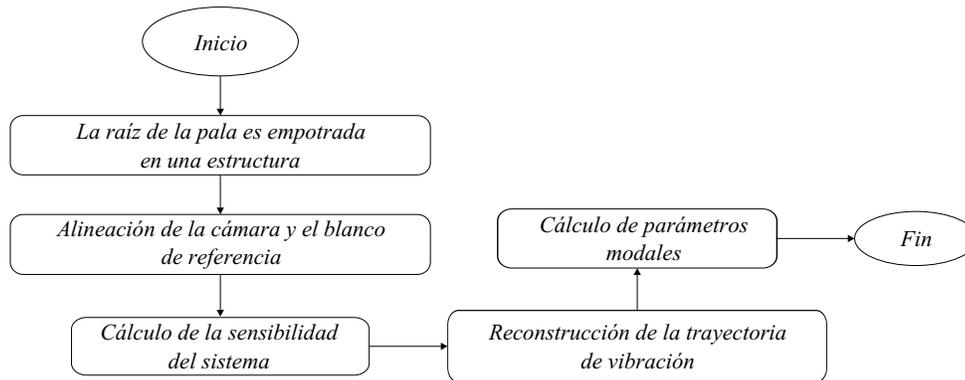


Figura 4.13. Diagrama de flujo para pruebas dinámicas.  
Fuente: elaboración propia.

#### 4.2.2. Selección del blanco de referencia

Para llevar a cabo la implementación de la técnica de la fotogrametría, es necesario seleccionar un blanco de referencia debido que será un elemento esencial durante la calibración y el procesamiento de imágenes. El blanco de referencia tiene características geométricas bien conocidas que permite realizar la calibración del sistema de medición con una sola imagen. En la Fig. 4.14 se muestra el blanco de referencia con dimensiones de  $90 \times 55$  mm, al centro se observan tres franjas, la franja del medio es de color negro, mientras que las dos franjas laterales tienen una tonalidad de gris y la separación entre ellas es de 20 mm.

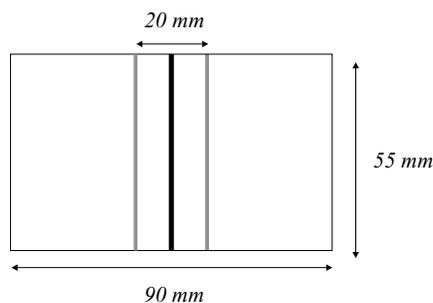


Figura 4.14. Blanco de referencia.  
Fuente: elaboración propia.

La variación de tonalidad en las franjas del blanco de referencia tienen como objetivo que las dos franjas laterales se utilicen solo para determinar el factor de conversión de unidades de píxeles a milímetros y la franja central se utilice para la reconstrucción de la

trayectoria de vibración en el dominio del tiempo. En la Fig. 4.15 se puede observar una gráfica de los valores de intensidad máximos de grises, cuando se selecciona la fila central del primer fotograma del vídeo capturado por la cámara CMOS e implementando técnicas de procesamiento de imágenes. Con el resultado mostrado en la Fig. 4.15, los valores de intensidad máximos de grises nos permitirá realizar lo siguiente:

1. Realizar la medición de las distancias de las franjas laterales del blanco de referencia en píxeles, nos permitirá encontrar una relación entre la distancia de dichas franjas en milímetros y la distancia en píxeles que se miden tomando la diferencia entre los máximos locales ( $d_{px} = |m_3 - m_2|$ ).
2. Conocer la posición del valor de intensidad máximo de grises ( $m_1$ ) al procesar los fotogramas en píxeles, nos permitirá reconstruir la trayectoria de desplazamientos del sistema dinámico en milímetros utilizando el factor de conversión y con el análisis de esta trayectoria podemos determinar los parámetros que caracterizan la respuesta dinámica del sistema.

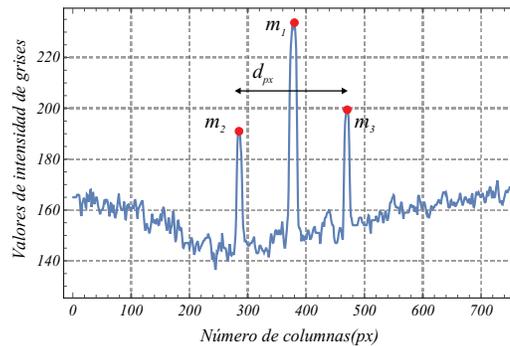


Figura 4.15. Valores de intensidad máximos de grises.

Fuente: elaboración propia.

### 4.2.3. Cálculo de la sensibilidad del sistema

En esta etapa se desarrolló un código en el programa Matlab 2020b que permite determinar la sensibilidad del sistema, esto es utilizando técnicas de procesamiento de imágenes al primer fotograma capturado por la cámara CMOS (ver Fig. 4.16). La sensibilidad del sistema nos indica que capacidad tiene el instrumento de medición, en este caso particular, de detectar y medir magnitudes de desplazamientos muy pequeños. A continuación se describe los pasos que realiza el código y en la Fig. 4.17 se muestra el diagrama general.

1. Se carga y lee el vídeo mediante el comando *read* donde se especifica que lea el primer fotograma.
2. Se declara la distancia en milímetros de las franjas en tonalidad de grises

$$d_{mm} = 20.$$

3. Se ingresa el valor de la desviación estándar  $\sigma$  para el filtro Gaussiano.
3. Se obtiene el número total de fotogramas  $n_f$  del vídeo.
4. Se obtiene la duración del vídeo en  $t$  segundos .
5. Se discretiza los fotogramas con respecto a la duración del vídeo.

$$fotograma = t/n_f.$$

6. Se obtienen las dimensiones del fotograma con el comando *size*.
7. El fotograma se convierte a escala de grises con el comando *rgb2gray*.
8. El fotograma a escala de grises es convertido a una imagen negativa con el comando *imcomplement*.
9. Se selecciona solo la fila central de la imagen negativa.
10. A la fila central se le aplica filtro Gaussiano mediante el comando *imgaussfilt*, con un valor de desviación estándar  $\sigma$ .
11. Se determinan la posición de los valores de intensidad máximos de grises de la fila central en píxeles. Se obtiene la distancia de las franjas grises en píxeles.

$$d_{px} = |m_2 - m_3|.$$

12. Considerando que el desplazamiento mínimo que se puede medir en el plano imagen es de 1 píxel, se encuentra la siguiente relación que es la sensibilidad y también es el factor de conversión de unidades de píxeles a milímetros.

$$sensibilidad = d_{mm}/d_{px}.$$

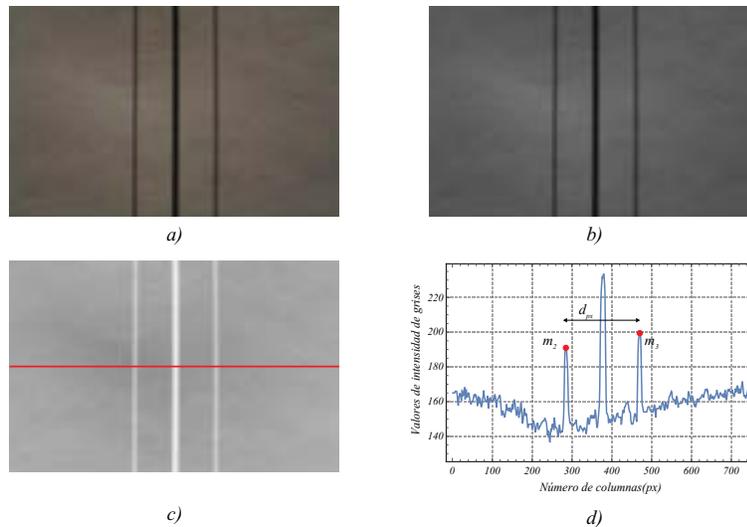


Figura 4.16. Procesamiento de imágenes: a) importar primer fotograma, b) fotograma a escala de grises, c) fotograma convertida al negativo (con filtro Gaussiano solo a la fila central en color rojo) y d) valores de intensidad máximos de grises de la fila central.

Fuente: elaboración propia.

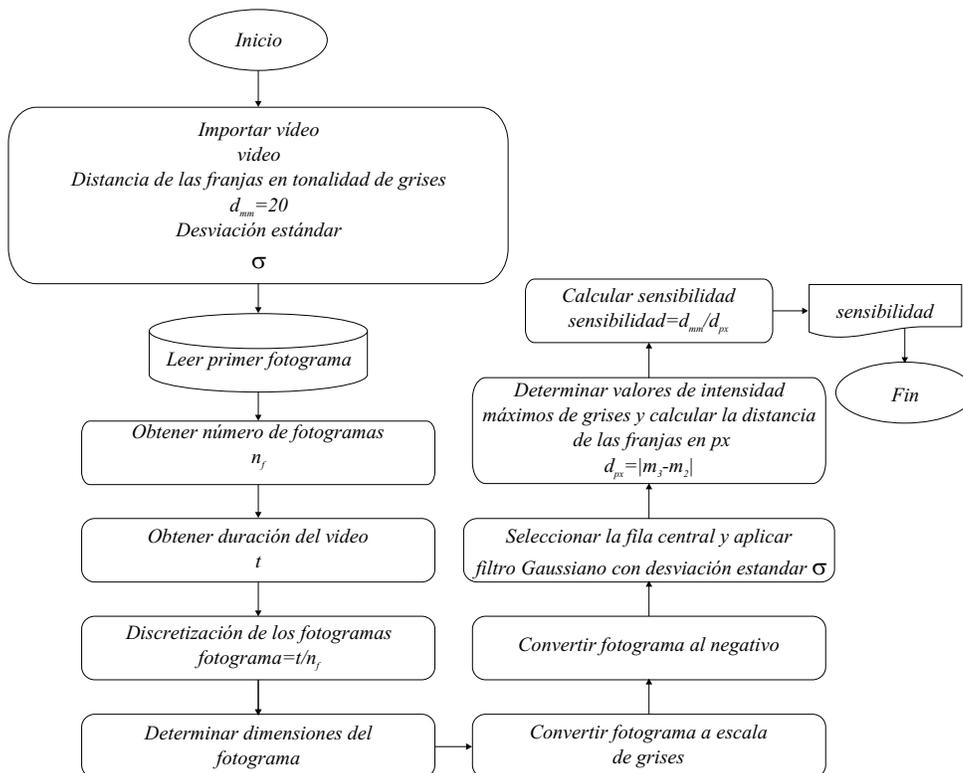


Figura 4.17. Diagrama de flujo del cálculo de la sensibilidad.

Fuente: elaboración propia.

#### 4.2.4. Reconstrucción de la trayectoria de vibración

En la sección anterior se determinó la sensibilidad del sistema, este parámetro es muy importante debido a que nos ayudara a convertir los desplazamiento medidos en el sensor de la cámara en unidades de píxeles a milímetros y así poder reconstruir la trayectoria de vibración en el dominio del tiempo.

Se desarrolló un código en el software Matlab 2020b que realiza el procesamiento de imágenes de cada uno de los fotogramas capturados de la cámara CMOS (ver Fig. 4.18), al igual que la metodología de la sección anterior se seleccionó la fila central de cada fotograma para determinar la posición del valor de intensidad máximo de gris de la franja central(color negro) en píxeles. A continuación se describe los pasos que realiza el código y en la Fig. 4.19 se muestra el diagrama general.

1. Se importa los parámetros *sensibilidad*,  $n_f$ , *fotograma* y  $\sigma$ .
2. Se ingresa el valor de la desviación estándar  $\sigma$ .
3. Se carga el vídeo mediante el comando *read*. En este paso el programa va a leer fotograma por fotograma del vídeo, empezara con un contador  $k=1$  hasta  $n_f$ , donde  $n_f$  es el número total de fotogramas.
  - 4.1. Se lee el fotograma  $k$  del vídeo.
  - 4.2. Se obtienen las dimensiones del fotograma  $k$  con el comando *size*.
  - 4.3. El fotograma  $k$  se convierte a escala de grises con el comando *rgb2gray*.
  - 4.4. El fotograma a escala de grises  $k$  se convierte a una imagen negativa con el comando *imcomplement*.
  - 4.5. Se selecciona solo la fila central del fotograma  $k$ .
  - 4.6. A la fila central del fotograma  $k$  se le aplica filtro Gaussiano mediante el comando *imgaussfilt*, con un valor de desviación estándar  $\sigma$ .
  - 4.7. Se determina los valores de intensidad máximos de la franja central en color negro del fotograma  $k$  y se promedia, con este valor se encuentra la posición en píxeles del fotograma  $k$ . Este valor se almacena en la coordenada  $y$ .

$$y(k) = \text{find}(\text{mean}(\text{maximo}))$$

4.8 Para la coordenada en  $x$  se guarda la posición que le corresponde el fotograma respecto a la duración del vídeo

$$x(k) = \text{fotograma} * k$$

4.9 El contador  $k$  aumenta  $k=k+1$

5. El vector que contiene las coordenadas en  $x$  se trasponen con el comando

$$\text{coordenada}_x = x'$$

6. Se convierten los desplazamientos en píxeles a milímetros utilizando el parámetro *sensibilidad*, respecto a un valor de referencia.

$$\text{coordenada}_y(k) = (y(1) - y') * \text{sensibilidad}$$

7. Se grafica la trayectoria de vibración y se exportan los datos con el nombre *vibracion.txt*.

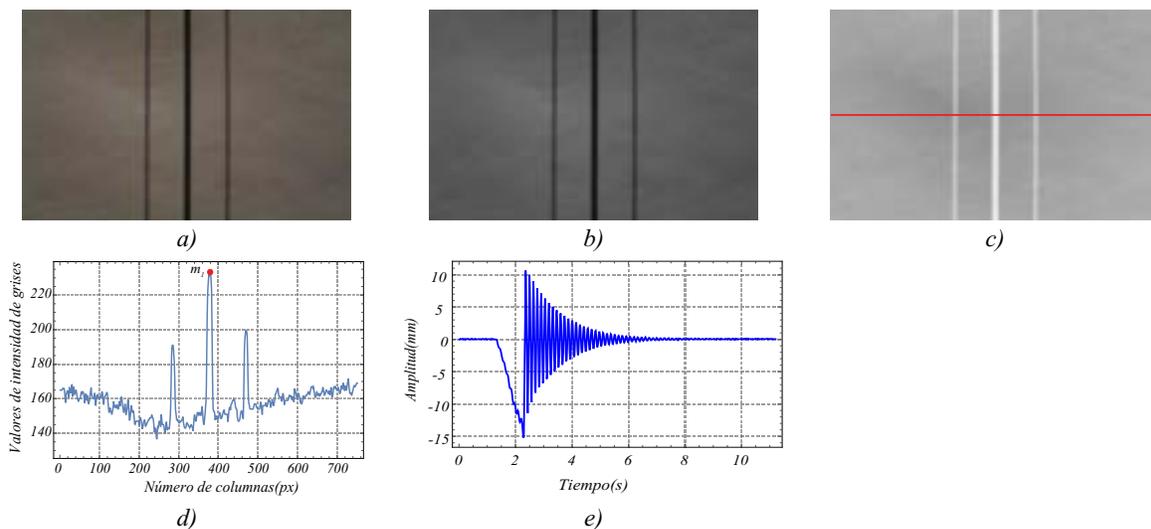


Figura 4.18. Procesamiento de imágenes: a) importar primer fotograma, b) fotograma a escala de grises, c) fotograma convertida al negativo(con filtro Gaussiano solo a la fila central en color rojo), d) valor de intensidad máximo de gris de la franja central y e) reconstrucción de la trayectoria de vibración.

Fuente: elaboración propia.

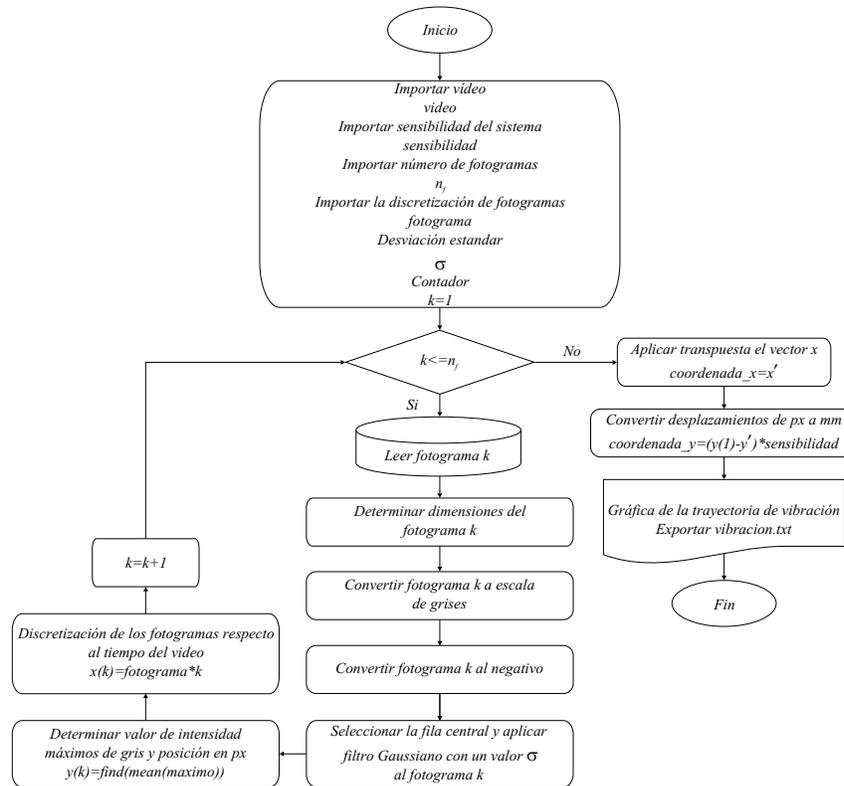


Figura 4.19. Diagrama de flujo de la reconstrucción de la trayectoria de vibración.  
Fuente: elaboración propia.

#### 4.2.5. Cálculo de parámetros modales

Se desarrolló un código en el software Matlab 2020b que permite calcular los parámetros modales por el método de ajuste no lineal a la nube de puntos(vibración.txt) de la reconstrucción de la trayectoria de vibración obtenida en la sección anterior, se describen los pasos que realiza el código (ver Fig. 4.20) y en la Fig. 4.21 se muestra el diagrama general.

1. Se importa la nube de puntos *vibracion.txt* mediante el comando *load*
2. Se aplica un criterio de selección de muestreo a la nube de puntos, el cual consiste en seleccionar un conjunto de puntos a partir del valor de amplitud máxima en el eje *y* mediante el comando *max* y en el eje *x* se determina el rango del tiempo donde ocurre las máximas amplitudes mediante el comando *find*.
3. Del conjunto de puntos seleccionados, se realiza una partición  $(1/n)$  de los datos (donde  $n = 2$  implicaría que se estaría utilizando  $1/2$  parte de conjunto de puntos seleccionados) partiendo de la amplitud máxima. Se localizan las amplitudes máxi-

mas o picos en el intervalo de tiempo establecido mediante el siguiente comando  
 $[pks,locs] = findpeaks(Amplitud,Tiempo,'MinPeakDistance',0.01)$

4. Se calcula el periodo  $\tau$ , promediando las distancias que existen entre cada amplitud máxima o picos mediante el comando  $\tau = mean(diff(locs))$

5. Se determina la frecuencia que es inversamente proporcional al periodo, tal como se define a continuación

$$f = 1/\tau. \quad (4.8)$$

6. Se determina la frecuencia angular mediante la siguiente ecuación

$$\omega = 2\pi/\tau. \quad (4.9)$$

7. El conjunto de puntos que fueron seleccionados en el paso(3) son ajustados mediante una ecuación no lineal del tipo exponencial y armónica, dada por la siguiente ecuación

$$f(t) = Ae^{-\lambda t} \sin(\omega t + \phi), \quad (4.10)$$

donde:

$A$  es la amplitud.

$\phi$  es el ángulo de fase.

$\omega$  es la frecuencia angular.

8. Se imprimen los parámetros modales  $A$ ,  $\lambda$ ,  $\phi$  y  $\omega$ . Se grafican los datos seleccionados del paso(2).

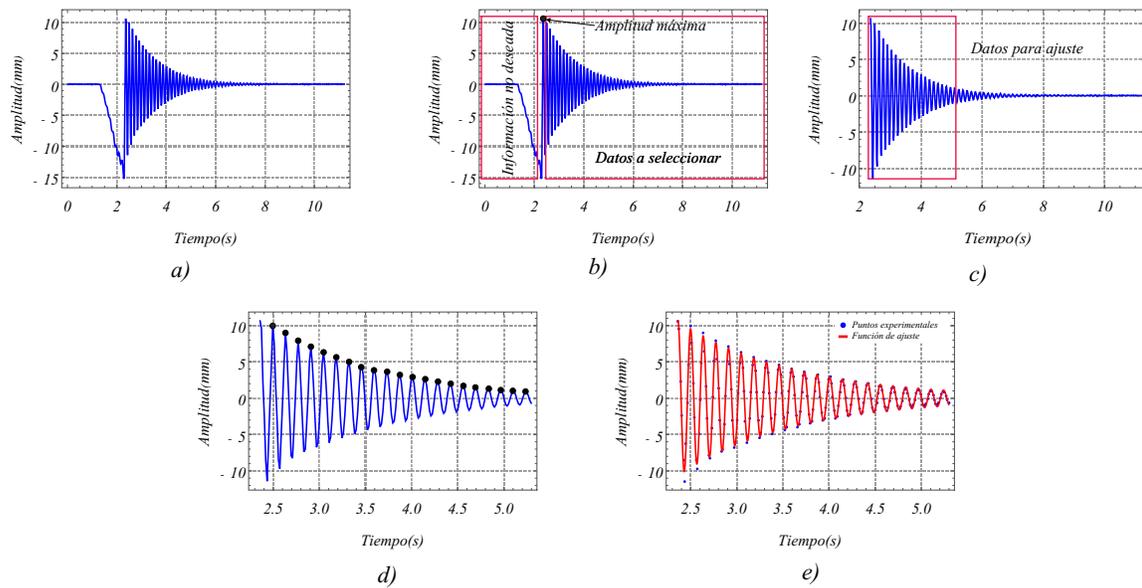


Figura 4.20. Cálculo de parámetros modales: a) importar datos, b) seleccionar datos de interés, c) seleccionar los datos donde existen las máximas amplitudes, d) determinar periodo y e) función de ajuste a datos seleccionados.

Fuente: elaboración propia.

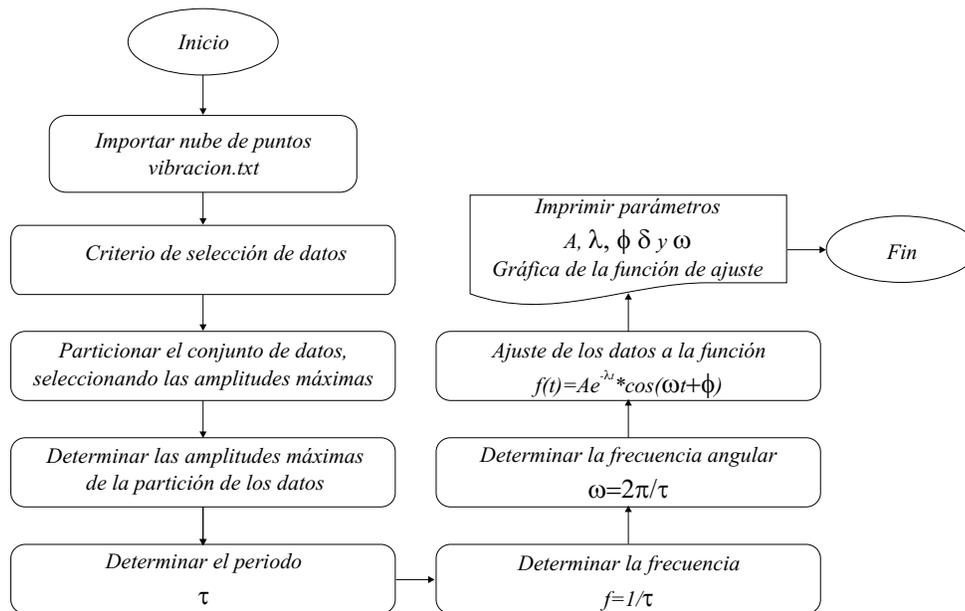


Figura 4.21. Diagrama de flujo para el cálculo de los parámetros modales.

Fuente: elaboración propia.

## Capítulo 5.

---

# Resultados experimentales

---

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos al realizar pruebas experimentales en el banco de pruebas a palas de aerogeneradores de baja potencia, se realizaron pruebas estáticas a una pala con perfil S834 aplicando cargas conocidas en diferentes secciones, obteniendo resultados de la deflexión y la torsión, también se realizaron pruebas dinámicas en un pala con perfil FX-63137 determinando la frecuencia natural, razón de amortiguamiento y amplitud máxima de vibración, por ultimo se muestra las validaciones para el cálculo de la deflexión y torsión, así como la validación de análisis modal.

### 5.1. Banco de pruebas

El banco de pruebas se encuentra ubicado en el Instituto de Estudios de la Energía, de la Universidad del Istmo, particularmente en el Laboratorio de Energía Eólica (ver Fig. 5.1).



Figura 5.1. Instituto de Estudios de la Energía.  
Fuente: elaboración propia.

El banco de pruebas cuenta con un sistema automático para la calibración del instrumento de medición controlada por una tarjeta Arduino Mega 2560, este se encuentra montado en un sistema de desplazamiento lineal para realizar un barrido longitudinal a la pala y poder reconstruir su forma o medir alguna sección en particular, también cuenta con un sistema que permite aplicar cargas conocidas en el borde extremo de la pala con la ayuda de un dinamómetro y poleas (ver Fig. 5.2). El sistema óptico de medición para la reconstrucción digital esta conformado por un módulo de diodo láser (0.9 mW, 633 nm) y una cámara CMOS, con una resolución de 12 MP. El banco de pruebas tiene la capacidad de medir palas de hasta 3 metros de longitud debido a que esa es la longitud del riel metálico.

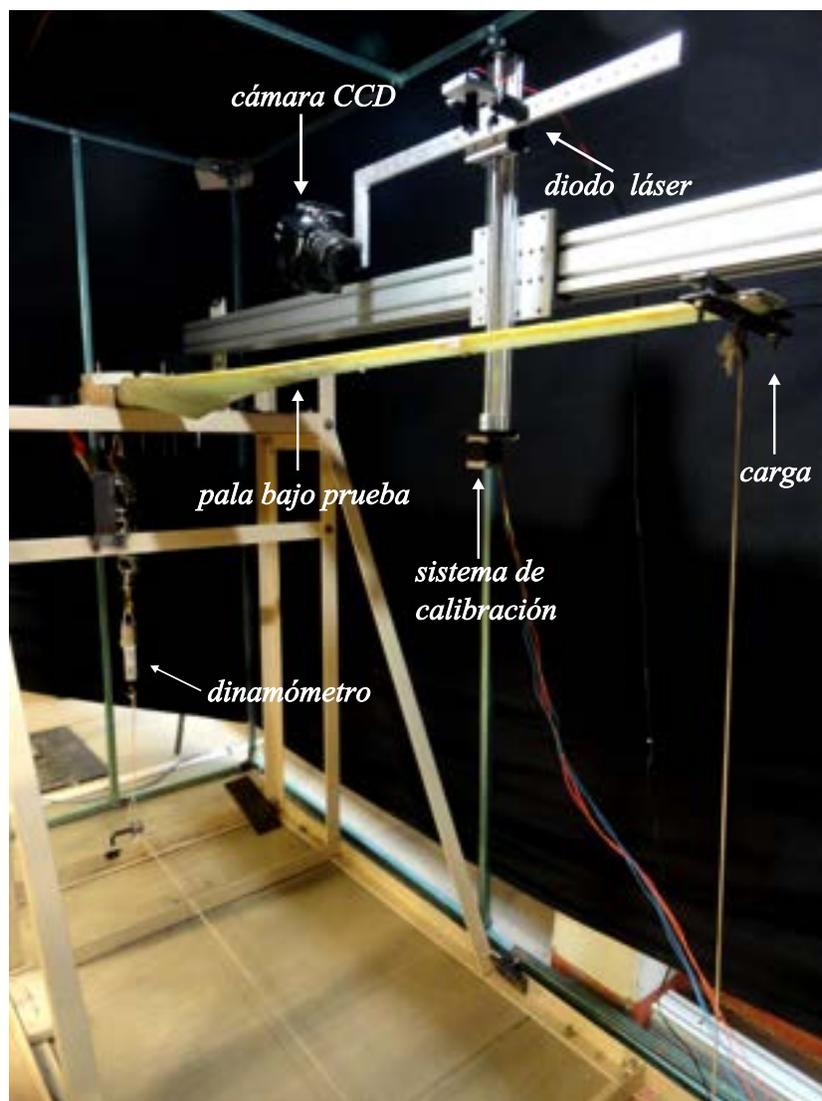


Figura 5.2. Elementos que componen el banco de pruebas.  
Fuente: elaboración propia.

## 5.2. Pruebas estáticas a una pala con perfil S834

Se realizaron pruebas experimentales a una pala con perfil aerodinámico S834, fue proporcionada por el Centro de Ingeniería y Desarrollo Industrial (CIDESI, Querétaro), esta manufacturada en fibra de vidrio, no sólida y tiene una longitud de 1.5 m (ver Fig. 5.3).



Figura 5.3. Pala con perfil S834.

Fuente: elaboración propia.

Se evaluaron tres secciones de la pala a 25 %, 50 % y 75 % respecto a la longitud de la pala (ver Fig. 5.4), se aplicaron 3 cargas conocidas con ayuda de un dinamómetro de 10N, 20N y 30N, por cada sección se determinaron la deflexión y la torsión con la técnica de triangulación láser, se dejaba un cierto periodo de descanso entre cada aplicación de carga para que la pala regresara a su posición inicial.

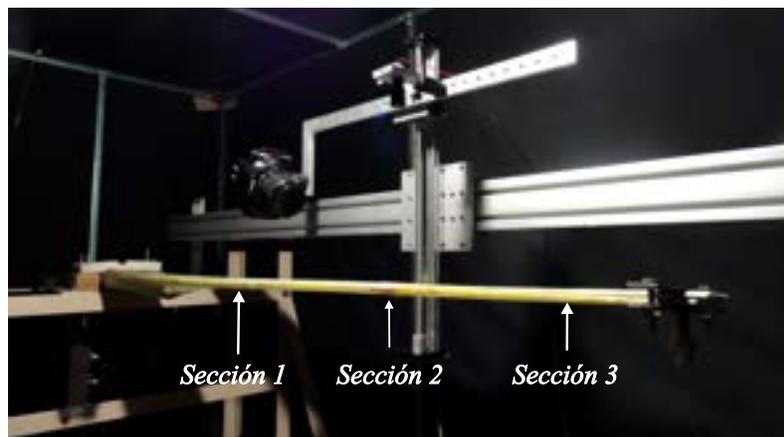


Figura 5.4. Prueba experimental de la pala en el banco de pruebas.

Fuente: elaboración propia.

Empleando la interfaz gráfica “Pruebas estáticas en álabes de aerogeneradores mediante técnicas ópticas” del anexo A, se obtuvieron los siguientes resultados como se puede ver en la tabla 5.1 las posiciones de medición y los valores de la deflexión total con respecto a las cargas aplicadas, en la Fig. 5.5 se puede observar una gráfica de las deflexiones, donde se obtuvo una deflexión máxima de 41 mm cuando se aplica una carga de 30N.

Tabla 5.1. Deflexiones calculadas aplicando diferentes magnitudes de cargas.

Carga (N)	Posición (mm)		
	375	750	1125
10	9.005	16.877	25.881
20	12.416	24.451	34.855
30	15.073	28.083	41.018

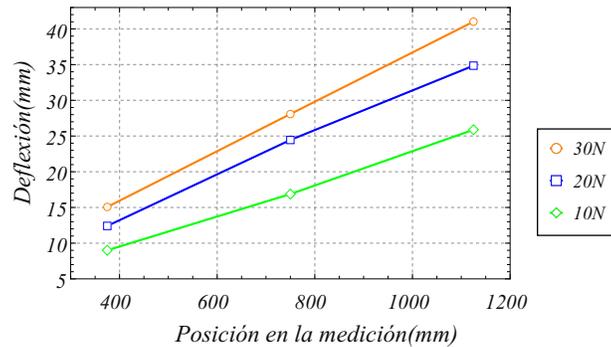


Figura 5.5. Deflexión para cada posición de medición del perfil S834.  
Fuente: elaboración propia.

También se obtuvieron los siguiente resultados para la torsión, en la tabla 5.2 se muestran las posiciones de medición y los valores de la torsión total con respecto a las cargas aplicadas, en la Fig. 5.6 se puede observar una gráfica de las torsiones, donde se obtuvo una torsión máxima de  $2.2^\circ$  cuando se aplica una carga de 30N.

Tabla 5.2. Torsiones calculadas aplicando diferentes magnitudes de cargas.

Carga (N)	Posición (mm)		
	375	750	1125
10	0.6912	0.984	1.260
20	0.8045	1.211	1.594
30	0.922	1.405	2.216

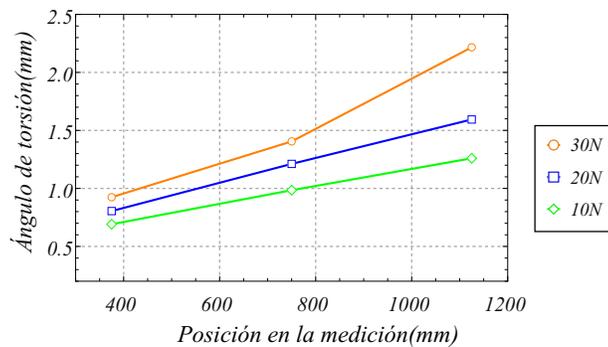


Figura 5.6. Torsión para cada posición de medición del perfil S834.  
Fuente: elaboración propia.

### 5.3. Pruebas dinámicas a una pala con perfil FX-63137

Se realizó un análisis dinámico a una pala de aerogenerador de baja potencia con perfil aerodinámico FX-63137, tiene una longitud de 1.7 m, frecuencia de diseño de 6.6135 Hz y esta manufacturado en fibra de vidrio. El análisis dinámico se realizó en el banco de pruebas implementando la técnica de fotogrametría, la configuración experimental se muestra en la Fig. 5.7 en condiciones de extremo empotrado y libre. Se seleccionaron 9 secciones con una separación de 145 cm cada uno, teniendo un extremo libre de 1.59 m, por cada sección se colocó un blanco de referencia y se analizó sección por sección.

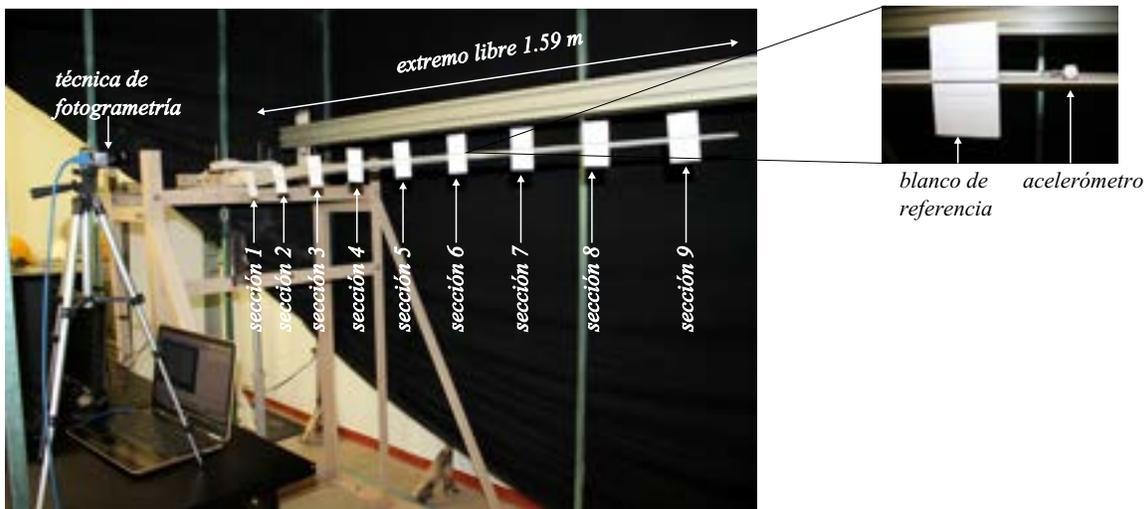


Figura 5.7. Arreglo experimental.  
Fuente: elaboración propia.

Se realizaron mediciones de manera simultánea con un acelerómetro de la marca “KISTLER”, el cual registró una repetibilidad de medición de la frecuencia de 6.6135 Hz para cada una de las secciones. Se determinó la frecuencia por cada sección, empleando la interfaz “Análisis Modal Experimental mediante técnicas ópticas” del anexo A, obteniendo un valor promedio de 6.634 Hz, una diferencia con respecto al acelerómetro de 0.021 Hz y un error porcentual de 0.314 %.

A partir del valor promedio estimado de  $\lambda_{prom} = 0.908$  de la tabla 5.3 se puede determinar el coeficiente de amortiguamiento. De acuerdo a la teoría de vibraciones libres amortiguadas, para un sistema de un grado de libertad la Ec. 4.10 representa el compor-

Tabla 5.3. Resultados del Analisis Modal Experimental a la pala FX-63137.

Número de secciones	Frecuencia Hz (técnica fotogrametría)	Diferencias acelerómetro (6.6135 Hz)	$\lambda$
1	6.593	0.021	0.88
2	6.594	0.020	0.791
3	6.642	-0.029	0.898
4	6.685	-0.072	0.920
5	6.660	-0.047	0.917
6	6.585	0.029	0.933
7	6.692	-0.078	0.938
8	6.632	-0.018	0.903
9	6.626	-0.012	0.998
Promedio:	6.634	-0.021	0.908
Error(%):	0.314		

tamiento de las amplitudes de una vibración y  $\lambda$  esta definida de la siguiente manera

$$\lambda = \frac{c}{2m}, \quad (5.1)$$

donde  $c$  es el coeficiente de amortiguamiento y  $m$  es la masa, despejando a  $c$  obtenemos la siguiente ecuación en unidades N\*s/m

$$c = (\lambda)(2m). \quad (5.2)$$

Sustituyendo los valores de  $\lambda_{prom} = 0.908$  y  $m = 3.085$  kg en la Ec. 5.2 obtenemos el coeficiente de amortiguamiento

$$c = 5.602 \text{ N} * \text{s}/\text{m}.$$

La técnica también proporciona las amplitudes máximas, en la tabla 5.4 se puede ver las amplitudes máximas en cada sección de análisis en milímetros y en la Fig. 5.8 se puede observar la gráfica del primer modo de vibración.

Tabla 5.4. Amplitudes máximas para cada sección de la pala FX-63137.

Número de secciones	Posición de medición (m)	Amplitud máxima(mm)
1	0.275	0.62
2	0.42	0.94
3	0.565	1.51
4	0.71	2.42
5	0.855	3.48
6	1.0	4.79
7	1.145	6.54
8	1.29	8.76
9	1.435	11.35

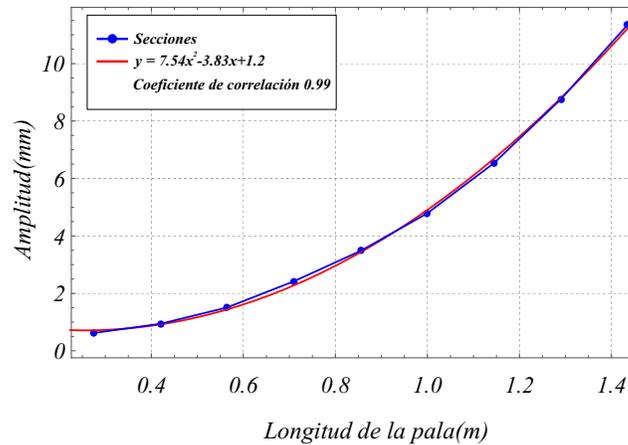


Figura 5.8. Gráfica del primer modo de vibración.  
Fuente: elaboración propia.

## 5.4. Validación del cálculo de la deflexión

Se realizaron pruebas experimentales en el banco de pruebas a la pala con el perfil aerodinámico FX-63137, con el fin de validar el cálculo de la deflexión implementado con la técnica de triangulación láser. Se tomaron los resultados de la simulación por el método de elementos finitos de la tesis de [75], en la tabla 5.5 se puede observar que se analizaron nueve secciones, se marcaron las posiciones donde se aplicaron las fuerzas axiales con los valores correspondientes en Newton y la equivalencia en kilogramos, también las posiciones de mediciones donde se determinaron las deflexiones de cada sección en milímetros. En la Fig. 5.9 se puede ver la simulación de la pala con cargas distribuidas y en la Fig 5.10 se puede observar una gráfica de la simulación de la deflexión de la pala FX-63137.

Tabla 5.5. Datos de la simulación.

Número de secciones	Posición de peso(m)	Posición de medición(m)	Fuerza Axial (N)	Peso (kg)	Deflexiones (mm)
1	0.425	0.510	2.738	0.279	5.863
2	0.595	0.680	4.105	0.418	10.506
3	0.765	0.850	5.512	0.562	16.735
4	0.935	1.020	6.693	0.682	26.573
5	1.105	1.190	7.794	0.794	36.652
6	1.275	1.360	8.702	0.887	49.380
7	1.445	1.530	9.404	0.958	63.650
8	1.573	1.615	4.858	0.495	71.120
9	1.658	1.690	4.835	0.493	77.755

De los datos obtenidos de la simulación de la tabla 5.5, se realizó el mismo caso de estudio pero de manera experimental en el banco de pruebas a la pala FX-63137, se marcaron las 9 secciones donde se aplicaron cargas equivalentes a las fuerzas axiales dadas en

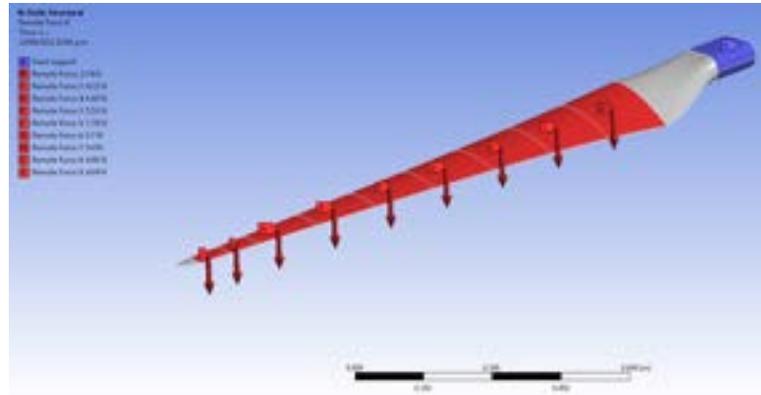


Figura 5.9. Distribución de las fuerzas aerodinámicas en la pala FX-63137.  
Fuente: [75].

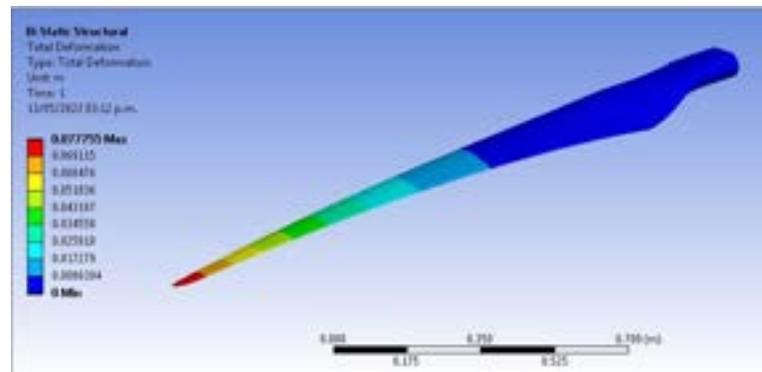


Figura 5.10. Deflexión de la pala FX-63137 bajo acción de las fuerzas aerodinámicas.  
Fuente: [75].

la simulación, como se puede ver en la Fig. 5.11, donde se utilizó una balanza digital para la calibración de los pesos requeridos para cada sección de la pala.

Para obtener las deflexiones con la técnica de triangulación láser en cada sección de la pala se realizaron 5 pruebas experimentales con el fin de verificar la repetibilidad del sistema de medición, se determinaron las deflexiones promedio en cada sección como se puede ver en la tabla 5.6, obteniendo un error promedio de repetibilidad de 0.401 %. Las deflexiones promedio experimentales se compararon con las deflexiones obtenidas por la simulación, donde se obtuvo un error promedio de medición de 0.282 %.

Con el objetivo de determinar las deflexiones en cada posición de los perfiles de la tabla 5.6, se obtuvo la línea de tendencia de las deflexiones en cada sección de la pala FX-63137 y la función de ajuste cuadrática, determinándose de esta forma las deflexiones a lo largo de la longitud de la pala (ver Fig. 5.12).

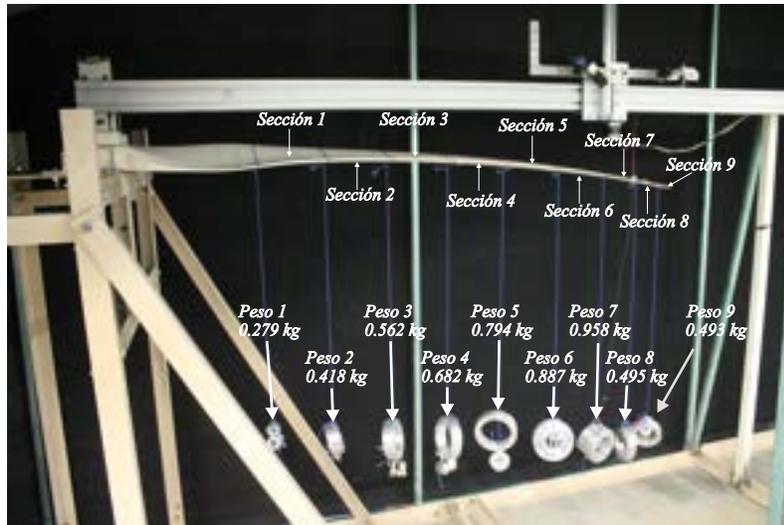


Figura 5.11. Esquema experimental.  
Fuente: elaboración propia.

Tabla 5.6. Resultados de la deflexión de las pruebas experimentales comparado con la simulación.

Secciones	Posición de medición(m)	Deflexiones (mm)					Deflexiones promedio experimental(mm)	Error repetibilidad (%)	Deflexiones simulacion (mm)	Error medición (%)
		P1	P2	P3	P4	P5				
1	0.510	5.819	5.929	5.871	5.877	5.878	5.875	0.406	5.863	0.201
2	0.680	10.474	10.512	10.406	10.539	10.497	10.486	0.348	10.506	0.194
3	0.850	16.827	16.947	16.614	16.792	16.825	16.801	0.467	16.735	0.394
4	1.020	26.454	26.386	26.294	26.704	26.514	26.470	0.419	26.573	0.386
5	1.190	36.728	36.988	36.775	36.539	36.560	36.718	0.367	36.652	0.180
6	1.360	49.089	49.635	49.328	48.778	49.073	49.181	0.489	49.380	0.404
7	1.530	63.674	63.265	63.708	63.010	63.765	63.484	0.437	63.650	0.260
8	1.615	71.015	71.771	71.695	71.300	71.125	71.381	0.394	71.120	0.367
9	1.690	77.850	77.401	77.484	77.974	77.476	77.637	0.283	77.755	0.152
Promedio del error %								0.401		0.282

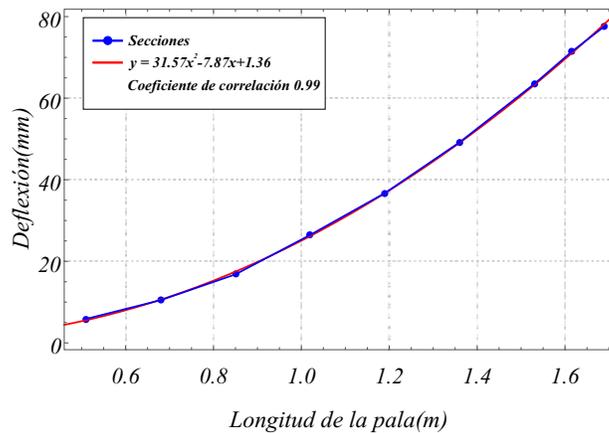


Figura 5.12. Deflexión en cada sección de la pala FX-63137.  
Fuente: elaboración propia.

## 5.5. Validación del cálculo de la torsión

Para la validación del cálculo de la torsión mediante la técnica triangulación láser se realizó una prueba experimental a una probeta elíptica manufacturada en fibra de carbono, la probeta fue montada sobre un arreglo experimental como se puede ver en la Fig. 5.13, este arreglo permite realizar rotaciones respecto al centro geométrico de la probeta mediante un motor a pasos y un goniómetro digital (Mitutoyo, modelo 950-317), se aplicaron 10 rotaciones en un rango de  $0^\circ$  a  $5^\circ$  con un tamaño de paso de  $0.5^\circ$ .

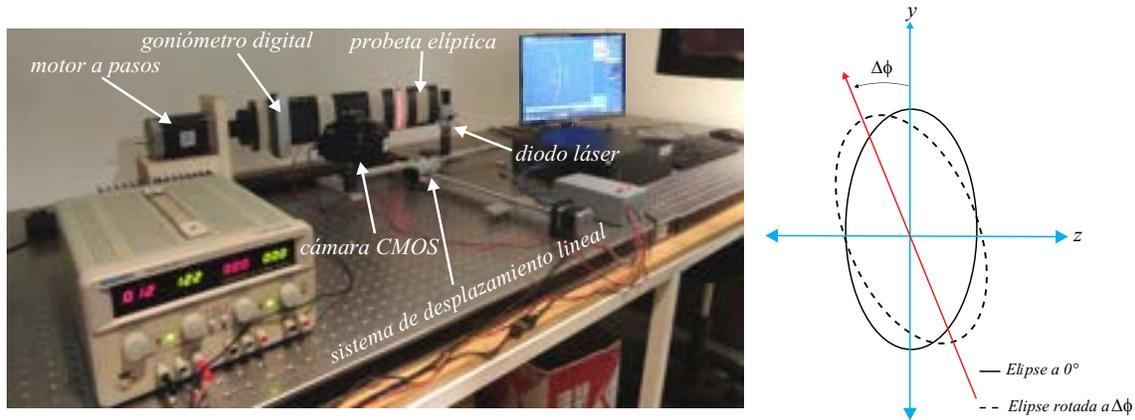


Figura 5.13. Arreglo experimental.  
Fuente: elaboración propia.

Se reconstruyeron las 10 rotaciones con la técnica de triangulación láser y se ajustaron los datos experimentales a la ecuación de la elipse mediante el método de Levenberg Marquardt. En el ajuste se restringe los parámetros de los ejes mayor y menor de la elipse

$$\left( \frac{(x - x_c) \cos \theta - (y - y_c) \sin \theta}{a} \right)^2 + \left( \frac{(x - x_c) \sin \theta + (y - y_c) \cos \theta}{b} \right)^2 = 1, \quad (5.3)$$

donde

$a$  es el semieje mayor

$b$  es el semieje menor

$x_c$  es la coordenada del centro de la elipse en el eje  $x$

$y_c$  es la coordenada del centro de la elipse en el eje  $y$

$\theta$  es el ángulo de rotación de la elipse

Los parámetros iniciales y los rangos de solución necesarios para el aplicar el método Levenberg Marquardt se muestran en la tabla 5.7

Tabla 5.7. Parámetros geométricos de la elipse.

Parámetros de la elipse		Rango de solución
$a$ :	56 mm	[55 a 57] mm
$b$ :	10 mm	[9 a 11] mm
$x_c$ :	72 mm	[40 a 100] mm
$y_c$ :	13 mm	[-20 a 20] mm
$\theta$ :	[0:0.5:5] $^\circ$	[-5 a 5] $^\circ$

En la tabla 5.8 se muestran los resultados de los parámetros de las elipses ajustadas, donde se observa que la elipse tiene una pre-rotación inicial de  $1.465^\circ$  y en la Fig. 5.14 se puede ver las elipses ajustadas (color azul) a los datos experimentales (color rojo), donde el rango de reconstrucción del método óptico en el semieje mayor es de 20-124 mm.

Tabla 5.8. Resultados de ajuste de elipse a los perfiles reconstruidos.

Semieje mayor(mm)	Semieje menor(mm)	Ángulo de rotación (grado)	Centro de la elipse en la coordenada x(mm)	Centro de la elipse en la coordenada y(mm)	Desviación estándar (mm)
56	10	1.465	72.306	13.399	0.064
56	10	1.963	72.267	13.425	0.062
56	10	2.408	72.191	13.459	0.060
56	10	2.815	72.236	13.466	0.057
56	10.025	3.325	72.152	13.485	0.052
56	10.058	3.735	71.879	13.515	0.048
55.782	10.019	4.193	71.891	13.511	0.047
55.540	10	4.603	71.723	13.480	0.046
55.351	10	4.975	71.350	13.456	0.052
55.097	10	5.333	70.762	13.401	0.062
54.930	10	5.700	70.593	13.399	0.062

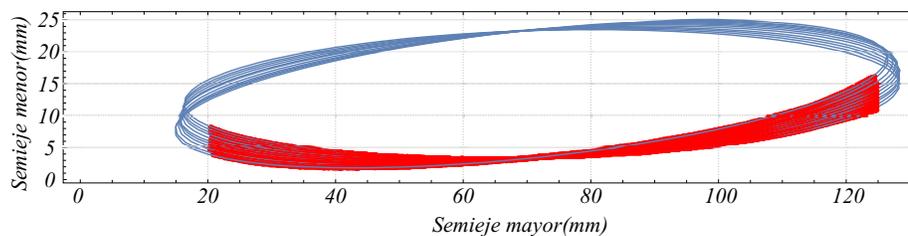


Figura 5.14. Ajuste de elipses a los perfiles reconstruidos.

La desviación estándar promedio de los perfiles reconstruidos con la técnica óptica es de 0.06, se generan datos simulados de la Ec. 5.3 donde se introducirá esta desviación estándar como un ruido gaussiano blanco, se toman los valores de la tabla 5.7 y un rango en el semieje mayor de 20-124 mm. Estos datos simulados se ajustan mediante el método

Levenberg Marquardt con la finalidad de verificar que tengan la misma desviación estándar que los datos experimentales. En la tabla 5.9 se muestra el valor de los parámetros de las elipses ajustadas y un valor promedio de la desviación estándar de 0.06 que corresponde con la desviación estándar de los perfiles reconstruidos.

Tabla 5.9. Resultados de ajuste de elipse a los datos simulados.

Semieje mayor(mm)	Semieje menor(mm)	Ángulo de rotación(grado)	Centro de la elipse en la coordenada x(mm)	Centro de la elipse en la coordenada y(mm)	Desviación estándar (mm)
56	10.022	1.470	72.328	13.419	0.056
56	10.038	1.955	72.238	13.455	0.054
56	10.020	2.402	72.180	13.478	0.057
56	10.031	2.818	72.244	13.493	0.057
56	10.045	3.345	72.226	13.509	0.057
56	10.085	3.744	71.909	13.543	0.055
56	10.157	4.194	71.900	13.646	0.057
56	10.236	4.589	71.683	13.712	0.055
56	10.339	4.920	71.163	13.772	0.056
56	10.487	5.297	70.653	13.867	0.058
56	10.559	5.610	70.283	13.914	0.056

Empleando la metodología para el cálculo del ángulo de torsión se determinaron los ángulos de rotación de los datos experimentales y datos simulados, como se puede ver en la tabla 5.10.

Tabla 5.10. Ángulos de rotaciones de los perfiles experimentales y simulados.

Número de rotaciones	Ángulo de rotación de referencia(grados)	Ángulo de rotación de los datos experimentales(grados)	Ángulo de rotación de los datos simulados(grados)
1	0.5	0.5305	0.5308
2	1	1.0403	1.0465
3	1.5	1.5108	1.5135
4	2	2.0088	2.0703
5	2.5	2.4912	2.5642
6	3	2.9773	3.0231
7	3.5	3.4326	3.4711
8	4	3.9797	3.9603
9	4.5	4.5683	4.5676
10	5	5.01374	5.0823

En la Fig. 5.15 se puede ver una gráfica de las rotaciones de referencia medidas con el Goniómetro digital(color rojo), las rotaciones determinadas de los datos experimentales(color azul) y los datos simulados(color verde).

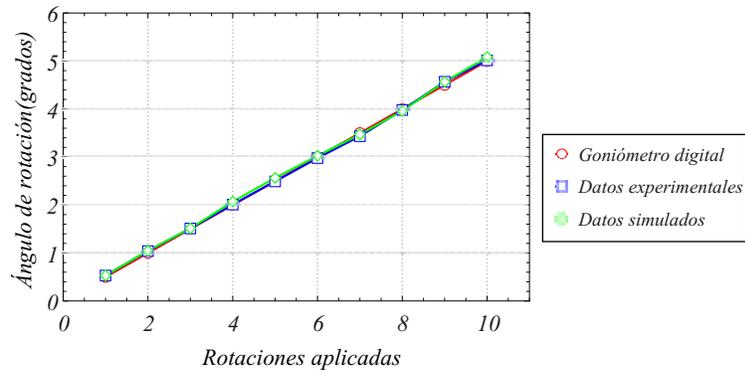


Figura 5.15. Ángulo de rotación medidas: referencia, datos experimentales y simulados.

En la tabla 5.11 se muestran las discrepancias de los ángulos de referencia contra los ángulos de los datos experimentales y simulados, donde la discrepancia promedio de los datos experimentales es de  $0.03^\circ$  y la discrepancia de los datos simulados es de  $0.05^\circ$ , además en la Fig. 5.16 se muestra una gráfica de las discrepancias.

Tabla 5.11. Discrepancias de los ángulos de rotaciones de datos experimentales y simulados.

Número de rotaciones	Ángulo de rotación de referencia(grados)	Discrepancia del ángulo de rotación de los datos experimentales(grados)	Discrepancia del ángulo de rotación de los datos simulados(grados)
1	0.5	0.030	0.031
2	1	0.040	0.046
3	1.5	0.011	0.013
4	2	0.009	0.070
5	2.5	0.009	0.064
6	3	0.023	0.023
7	3.5	0.067	0.029
8	4	0.020	0.040
9	4.5	0.068	0.068
10	5	0.014	0.082

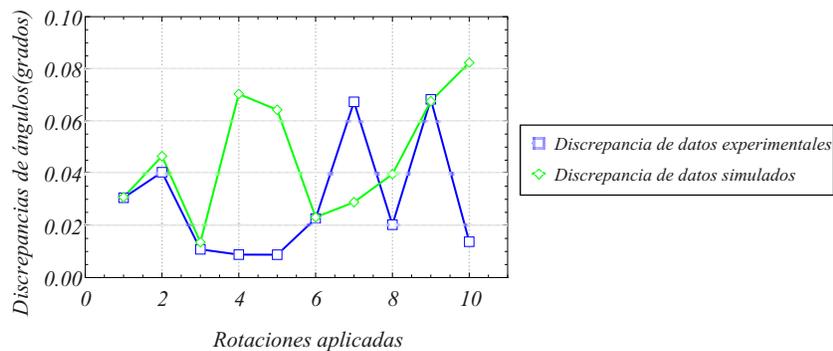


Figura 5.16. Discrepancias de los datos experimentales y simulados.

## 5.6. Validación para el análisis modal

Para la validación del análisis modal experimental la técnica de fotogrametría se comparó con la técnica de medición óptica desarrollada e implementada por el laboratorio de Óptica Aplicada de la Universidad del Istmo que es la técnica de triangulación láser, estos métodos difieren en cuanto el objetivo de referencia, la primera técnica emplea el desplazamiento de un punto láser y la segunda un blanco de referencia como se puede ver en la Fig. 5.17

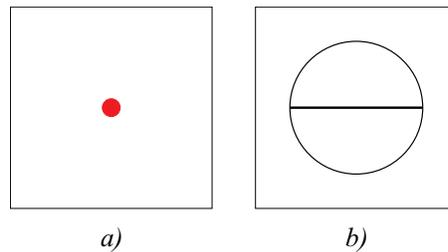


Figura 5.17. Objetivos de referencia: a) punto láser y b) blanco de referencia.

Se realizaron pruebas experimentales de manera simultánea con ambas técnicas y un acelerómetro de la marca “KISTLER”, empleando dos cámaras CMOS, una para capturar el desplazamiento del punto láser sobre una viga en voladizo, con una longitud de 50 cm y un espesor de 3.175 mm, la segunda cámara se utilizó para capturar el desplazamiento del blanco de referencia, como se puede ver en la Fig. 5.18.

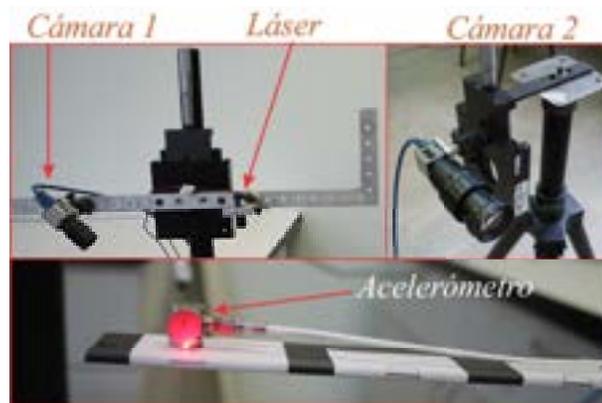


Figura 5.18. Prueba experimental empleando las técnicas de triangulación láser y fotogrametría.

Se llevaron a cabo 10 pruebas en una misma sección de la viga en voladizo con el fin de verificar la repetibilidad del sistema de medición, los resultados de ambas técnicas fueron promediados y comparados con el resultado del acelerómetro mostrando una frecuencia de

referencia de 12.058 Hz. En las tablas 5.12 y 5.13 se muestran los resultados de las frecuencias obtenidas por la técnica láser y fotogrametría, respectivamente. La identificación de la frecuencia promediada se obtuvo por simple inspección llevando la señal del dominio del tiempo al dominio frecuencial haciendo uso de la transformada rápida de Fourier (FFT), de tal forma que se analizó el pico resonante de referencia en cada uno de las pruebas con el fin de obtener un error basado en los resultados promediados.

Tabla 5.12. Resultados del análisis modal con la técnica láser.

Número de prueba	Frecuencia Hz (técnica láser)	Diferencias acelerómetro (12.058 Hz)	FFT Hz (técnica láser)	Diferencias acelerómetro (12.058 Hz)
1	12	0.058	11.99	0.068
2	11.83	0.228	11.9	0.158
3	12.03	0.028	12.01	0.048
4	12.01	0.048	11.98	0.078
5	12	0.058	12.02	0.038
6	11.97	0.088	12.05	0.008
7	11.96	0.098	12	0.058
8	11.64	0.418	11.64	0.418
9	11.99	0.068	12.06	-0.002
10	12.04	0.018	12.04	0.018
Promedio:	11.947	0.111	11.969	0.089
Error(%):	0.920		0.738	

Tabla 5.13. Resultados del análisis modal con la técnica de fotogrametría.

Número de prueba	Frecuencia Hz (fotogrametría)	Diferencias acelerómetro (12.058 Hz)	FFT Hz (fotogrametría)	Diferencias acelerómetro (12.058 Hz)
1	11.966	0.092	12.05	0.008
2	12	0.058	12.02	0.038
3	11.957	0.102	12.01	0.048
4	11.972	0.086	11.99	0.068
5	11.991	0.067	12.04	0.018
6	12.021	0.037	12.04	0.018
7	12.064	-0.006	12	0.058
8	11.970	0.088	12.03	0.028
9	12	0.058	12.04	0.018
10	12.024	0.034	12	0.058
Promedio:	11.996	0.062	12.022	0.036
Error(%):	0.511		0.299	

Los resultados obtenidos sugieren que la técnica de fotogrametría presenta una mejor aproximación a la frecuencia de referencia medida por el acelerómetro de 12.022 Hz y un error de repetibilidad de 0.29% como se puede ver en la tabla 5.14

Tabla 5.14. Comparación de resultados triangulación láser y fotogrametría.

	FFT láser	FFT fotogrametría
Promedio (Hz)	11.969	12.022
Error(%)	0.73	0.29

---

## Conclusiones

---

Al concluir el proyecto de tesis se dio cumplimiento al objetivo general que fue el “Desarrollar e implementar un instrumento de contacto óptico, mediante las técnicas de triangulación láser y fotogrametría, para la reconstrucción geométrica y determinación de parámetros importantes en pruebas estáticas y dinámicas para palas de aerogeneradores de baja potencia”.

Las principales conclusiones obtenidas son las siguientes:

1. Se instrumentó un banco de pruebas para palas de aerogeneradores en el Laboratorio de Energía Eólica del Instituto de Estudios de la Energía ubicado en la Universidad del Istmo Campus Tehuantepec, donde se pueden realizar la reconstrucción geométrica y determinación de parámetros importantes en pruebas estáticas y dinámicas para palas de aerogeneradores de baja potencia de hasta tres metros de longitud.
2. Se desarrolló un código que permite la reconstrucción de los perfiles aerodinámicos, empleando técnicas de procesamiento de imágenes para la determinación de la deflexión y torsión en palas de aerogeneradores cuando se aplican cargas conocidas empleando un sistema mecánico.
3. Se desarrolló un código que permite construir la gráfica de la trayectoria de vibración de una pala cuando es perturbada en sus condiciones iniciales, así como también el cálculo de la frecuencia natural del primer modo de vibración.
4. Se realizó la validación del código que determina la deflexión mediante una simulación empleando el método de elementos finito, donde se aplicaron cargas distribuidas a una pala FX-63137 en 9 secciones y se compararon los resultados de la simulación con las pruebas experimentales en las mismas secciones con las mismas cargas distri-

buidas, obteniendo un error promedio de repetibilidad de 0.401 % y un error relativo de 0.282 %.

5. Se realizó la validación del código que determina la torsión mediante una prueba experimental a una probeta elíptica donde se aplicaron rotaciones a la probeta respecto a su centro geométrico y se compararon estas rotaciones experimentales con un goniómetro digital y datos simulados, obteniendo un error menor a 0.1°.
6. Se realizó la validación del código que determina el análisis modal mediante una prueba experimental a una viga en voladizo empleando la técnica de triangulación láser y el uso acelerómetros, obteniendo un error relativo menor a 1 % y un error de repetibilidad de 0.29 %.
7. Se desarrollaron dos interfaces gráficas, donde se integran todos los códigos para las pruebas estáticas y dinámicas, la primera interfaz tiene como título “Análisis Modal Experimental Mediante Técnicas Ópticas” y la segunda interfaz tiene como título “Pruebas Estáticas en Álabes de Aerogeneradores Mediante Técnicas Ópticas”.
8. La propuesta de la implementación de la técnica de triangulación láser para pruebas estáticas en el banco de pruebas, tiene la ventaja de adaptarse a sistemas de traslación lineal para la medición de palas de aerogeneradores de gran tamaño, que utiliza un sistema de captura y proyección de luz que lo convierte en un instrumento de bajo costo en comparación con los sistemas de escáner comercial.
9. En las pruebas del comportamiento dinámico de las palas de los aerogeneradores para el estudio del análisis modal experimental, comúnmente se emplean acelerómetros y equipos excitadores de vibración que tiene un alto costo en el mercado. La propuesta implementada en este trabajo requiere el uso de una cámara y un blanco de referencia, lo cual en conjunto lo hace un instrumento de bajo costo.

# Capítulo A.

---

## Anexos

---

### A.1. Productividad académica desarrollada

Como resultado del desarrollo de este proyecto de tesis, se desarrollaron algoritmos de programación para poder desarrollar una interfaz que permite la captura de imágenes mediante la técnica de triangulación láser, utilizando una cámara, un diodo láser de estado sólido y un sistema de desplazamiento lineal para el cálculo de la deflexión y torsión cuando se aplican cargas conocidas a una pala de aerogenerador, esto a través de técnicas de procesamiento de imágenes, interpolación con curvas de Bézier, distancia euclidiana y producto interno.

Las ventajas que se obtienen al desarrollar dicha interfaz son las siguientes:

- Se cuenta con software propio que puede ser instalado o ejecutado directamente desde el código de programación.
- No se requieren sensores como galgas extensiométricas que requieren contacto con el elemento de ensayo.
- Se aplican cargas conocidas al elemento(en este caso a la pala) y se miden la deflexión y torsión por medio de una cámara que observa los desplazamientos de la línea láser.
- Se determina la deflexión y torsión de forma intuitiva y automática por medio de la interfaz.
- Al ser software propio se puede distribuir y trabajar en colaboración con otras instituciones, además se reduce el costo por uso de softwares que requieren licencia.

Una vista previa a la interfaz se muestra en las siguientes figuras A.1, A.2 y A.3.

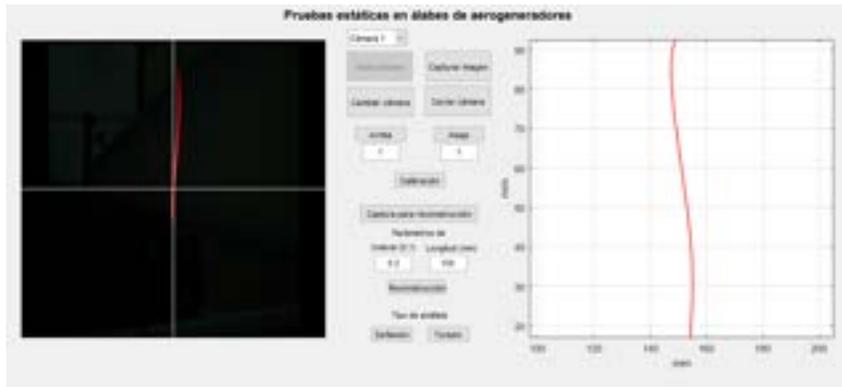


Figura A.1. Interfaz “Pruebas estáticas en álabes de aerogeneradores mediante técnicas ópticas”: ventana principal.

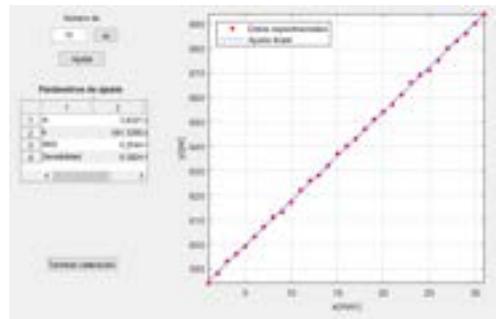
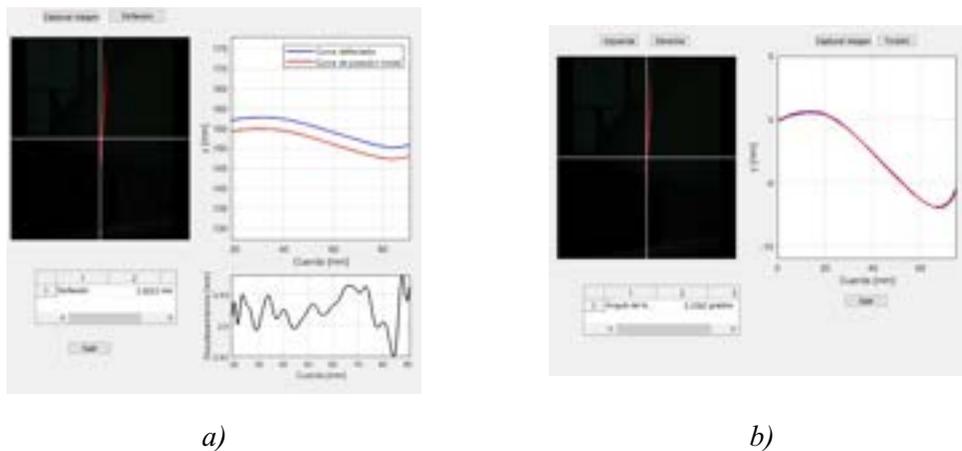


Figura A.2. Interfaz “Pruebas estáticas en álabes de aerogeneradores mediante técnicas ópticas”: calibración del sistema.



a)

b)

Figura A.3. Interfaz “Pruebas estáticas en álabes de aerogeneradores mediante técnicas ópticas”: a) análisis de deflexión y b) análisis de torsión.

Se desarrollaron algoritmos de programación para poder desarrollar una interfaz que permitiese realizar el EMA a partir de un vídeo capturado por una cámara. Esta interfaz permite cargar un video, ajustar la ventana de datos a analizar y modificar el filtro Gaussiano para el procesamiento y descomposición del vídeo. Una vez realizada la descomposición de dicho vídeo, se procede a obtener los parámetros modales mediante las distintas opciones presentadas por la interfaz; además, las gráficas generadas pueden ser exportadas en formato .csv y .txt para poder ser cargados en otro software si se desea editar las gráficas en otro software que permita cargar los datos como Excel, Matlab, etc.

Las ventajas que se obtienen al desarrollar dicha interfaz son las siguientes:

- Se cuenta con software propio que puede ser instalado o ejecutado directamente desde el código de programación.
- No se requieren sensores como los acelerómetros que requieren contacto con el elemento de ensayo.
- Se perturba la dinámica del elemento (en este caso una pala) y se mide la respuesta dinámica por medio de una cámara (no requiere contacto con el elemento de prueba).
- Se extraen los parámetros modales de interés de forma intuitiva y automática por medio de la interfaz.
- Al ser software propio se puede distribuir y trabajar en colaboración con otras instituciones, además se reduce el costo por uso de softwares que requieren licencia.

Una vista previa a la interfaz se muestra en la figura A.4

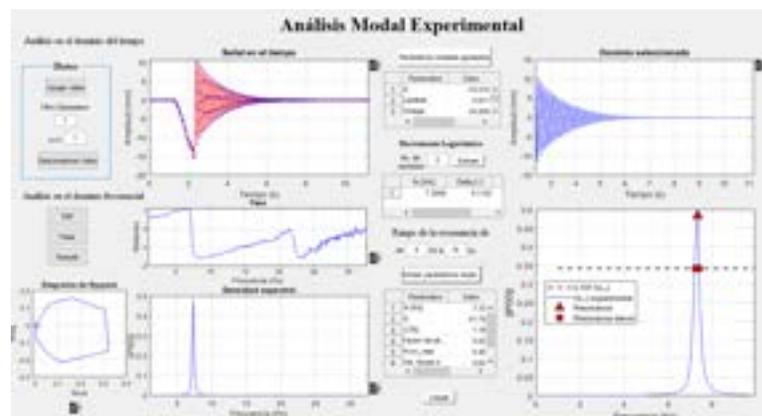


Figura A.4. Interfaz “Análisis Modal Experimental mediante técnicas ópticas”: ventana principal.

Productos académicos	%
<p><b>1. Artículo</b></p> <p>Título: Use of an optical profilometer to measure the aerodynamic shape and the twist of a wind turbine blade.</p> <p>Nombre de la revista: Journal of Renewable and Sustainable Energy.</p> <p>Factor de impacto: 2.847.</p>	Publicado
<p><b>2. Registro público del derecho de autor</b></p> <p>Título: Análisis Modal Experimental Mediante Técnicas Ópticas.</p> <p>Autores: De la Rosa Jiménez Luis Angel Iracheta Cortez Reynaldo Moreno Oliva Víctor Iván Torres Moreno Eduardo</p> <p>Rama: Programas De Computación.</p> <p>Número de Registro: 03-2022-050917052200-01</p> <p>Fecha: 09 de mayo de 2022.</p> <hr/> <p>Título: Pruebas Estáticas en Álabes de Aerogeneradores Mediante Técnicas Ópticas</p> <p>Autores: De la Rosa Jiménez Luis Angel Iracheta Cortez Reynaldo Moreno Oliva Víctor Iván Torres Moreno Eduardo</p> <p>Rama: Programas De Computación.</p> <p>Número de Registro: 03-2023-021514040200-01</p> <p>Fecha: 16 de febrero de 2023.</p>	Registrado

Productos académicos	%
<p><b>3. Participación en congreso</b></p> <p>Título: Pruebas de calidad y análisis aerodinámico en perfiles para aspas de aerogeneradores.</p> <p>Congreso: IV Congreso Internacional y VI Congreso Nacional “Universidad, Salud y Ambiente: Ciencia, Tecnología e Innovación como Procesos Sociales”.</p> <p>Institución: Universidad Autónoma de Chiapas.</p> <p>Lugar: Tuxtla Gutiérrez, Chiapas, México.</p> <p>Fecha: 26 al 28 de septiembre de 2019.</p>	Presentación
<p>Título: Determinación de parámetros geométricos y variables estructurales en un aspa de aerogenerador mediante el método de triangulación láser.</p> <p>Congreso: 3er. Congreso Internacional en Energías Renovables.</p> <p>Institución: Universidad del Mar</p> <p>Lugar: Bahías de Huatulco, Oaxaca, México.</p> <p>Fecha: 13 al 15 de noviembre de 2019.</p>	Poster
<p>Título: Comparación de dos técnicas ópticas para el análisis de vibraciones.</p> <p>Congreso: 12° Congreso Internacional de Investigación UVM.</p> <p>Institución: Universidad del Valle de México.</p> <p>Lugar: Tuxtla Gutiérrez, Chiapas, México.</p> <p>Fecha: 7 al 9 de octubre 2021.</p>	Presentación virtual y moderador
<p>Título: Desarrollo de un sistema de medición del ángulo de rotación en probetas elípticas para aplicaciones en álabes de aerogeneradores de baja potencia.</p> <p>Congreso: 13° Congreso Internacional de Investigación UVM.</p> <p>Institución: Universidad del Valle de México.</p> <p>Lugar: Villahermosa, Tabasco, México.</p> <p>Fecha: 6 al 8 de octubre de 2022.</p>	Presentación virtual

Productos académicos	%
<p><b>4. Curso-Taller</b></p> <p>Título: Introducción a LaTeX.</p> <p>Institución: Universidad del Istmo, Campos Tehuantepec.</p> <p>Duración: 10 horas.</p> <p>Lugar: Santo Domingo Tehuantepec, Oaxaca, México.</p> <p>Fecha: Finalizando el día 5 de noviembre de 2019.</p> <hr/> <p>Título: Introducción a LaTeX para elaboración de presentaciones con Beamer.</p> <p>Institución: Universidad del Istmo, Campus Tehuantepec.</p> <p>Duración: 10 horas.</p> <p>Lugar: Santo Domingo Tehuantepec, Oaxaca, México.</p> <p>Fecha: Finalizando el día 27 de enero de 2021.</p> <hr/> <p>Título: Uso de LaTeX para elaboración de proyectos de Tesis.</p> <p>Institución: Universidad del Istmo, Campus Tehuantepec.</p> <p>Duración: 20 horas.</p> <p>Lugar: Santo Domingo Tehuantepec, Oaxaca, México.</p> <p>Fecha: Finalizando el día 15 de noviembre de 2022.</p>	<p>Ponente</p>

Productos académicos	%
<p><b>4. Curso-Taller</b></p> <p>Título: Uso de técnicas ópticas para la reconstrucción geométrica de perfiles Aerodinámicos en álabes de Aerogeneradores.</p> <p>Congreso: 3 WORKSHOP Energías Renovables, Tendencias y Desarrollo Tecnológico.</p> <p>Institución: Universidad del Istmo, Campos Tehuantepec.</p> <p>Duración: 3 horas.</p> <p>Lugar: Santo Domingo Tehuantepec, Oaxaca, México.</p> <p>Fecha: 30 de noviembre, 1 y 2 de diciembre de 2022.</p>	<p>Ponente y como integrante del comité organizador</p>
<p>Título: Reconstrucción de perfiles aerodinámicos y determinación de la deflexión en álabes de aerogeneradores de baja potencia mediante la técnica de triangulación láser.</p> <p>Congreso: 1er. Congreso Estudiantil de la UNISTMO</p> <p>Institución: Universidad del Istmo, Campus Tehuantepec.</p> <p>Duración: 3 horas.</p> <p>Lugar: Santo Domingo Tehuantepec, Oaxaca, México.</p> <p>Fecha: 18 de octubre al 20 de octubre de 2023.</p>	<p>Ponente</p>

# Use of an optical profilometer to measure the aerodynamic shape and the twist of a wind turbine blade

Cite as: J. Renewable Sustainable Energy 16, 013301 (2024); doi: 10.1063/5.0176454

Submitted: 13 September 2023 · Accepted: 6 December 2023 ·

Published Online: 2 January 2024



Eduardo Torres-Moreno,<sup>1</sup> Víctor Iván Moreno-Oliva,<sup>2,a)</sup> Manuel Campos-García,<sup>3</sup> José Rafael Dorrego-Portela,<sup>2</sup> Orlando Lastres-Danguillecourt,<sup>1</sup> and Nein Farrera-Vázquez<sup>4</sup>

## AFFILIATIONS

<sup>1</sup>Instituto de Investigación e Innovación en Energías Renovables, Universidad de Ciencias y Artes de Chiapas, Chiapas, Mexico

<sup>2</sup>División de Estudios de Posgrado, Universidad del Istmo, Oaxaca, Mexico

<sup>3</sup>Instituto de Ciencias Aplicadas y Tecnología, Universidad Nacional Autónoma de México, Circuito Exterior S/N, Ciudad Universitaria, 04510 Mexico City, Mexico

<sup>4</sup>Facultad de Arquitectura, Universidad Autónoma de Chiapas, Chiapas, Mexico

<sup>a)</sup> Author to whom correspondence should be addressed: [vmorenofcm@hotmail.com](mailto:vmorenofcm@hotmail.com)

## ABSTRACT

This study introduces a metrological approach to measure the aerodynamic shape and the twist of a wind turbine blade. The optical profilometer measurement technique used is laser triangulation. A camera records the image of a line projected onto a section of the blade and, by reconstructing the airfoil shape, the twist angular position of the profile with respect to the axial line of the blade is determined. This methodology is applied to test different sections of a Wortmann FX 63-137 airfoil with a length of 1700 mm. The results of the aerodynamic shape and twist angle are quantitatively verified by comparing them with the ideal or design values. The reconstruction process achieved a resolution of 0.06 mm, and measurement errors in the twist angular position were less than 0.1°. The presented method is efficient, accurate, and low cost to evaluate the blade profiles of low-power wind turbines. However, due to its easy implementation, it is expected to be able to measure any full-scale wind blade profile up to several meters in length.

Published under an exclusive license by AIP Publishing. <https://doi.org/10.1063/5.0176454>

## I. INTRODUCTION

In the context of renewable energies, specifically wind energy, some wind turbine blades are designed with the aim of presenting a bending-torsion behavior when subjected to a certain aerodynamic force due to the geometric shape with which it is manufactured; this is called aeroelastic behavior, and its main objective is to modify the angle of attack (angle formed by the geometric chord of an airfoil with the direction of the incident wind) to achieve greater efficiency and minimize the structural stresses of the blade. The designs of these components are made by software validated through numerical simulations;<sup>1–4</sup> however, in the manufacturing process of wind turbine blades, it is essential to verify the quality through both static and dynamic tests, to guarantee their reliability and, above all, their safety during operation.

Currently, many nondestructive techniques<sup>5</sup> have been proposed in optical metrology, using structured light vision or fringe projection,<sup>6</sup> laser scanning<sup>7–12</sup> and digital image correlation,<sup>13–15</sup> depth of focus,

and stereo vision, among others. These techniques have been and continue to be developed due to their advantages, as they are non-contact, very accurate, fast, and easy to implement. They play an important role in the inspection of wind turbine blades, both at the laboratory level and in field tests with wind turbines in operation.

In the large-scale product manufacturing industry, quality monitoring is necessary for high-precision production, so detailed inspection is essential to ensure compliance with geometric design tolerances. Many of these products, such as wind turbine blades and aircraft wings, are manufactured from computer-aided design (CAD) models, and their geometry is often complex and free-form. The inspection technique would be based on the comparison between the theoretical model and the actual product. In the case of the inspection of the geometry of wind turbine blades, they are generally inspected to verify their design and manufacturing quality, so the geometric design parameters, such as airfoil type, chord length, and angular position, must be previously known in order to compare and determine the

08 January 2024, 17:50:37

# CERTIFICADO

## Registro Público del Derecho de Autor

Para los efectos de los artículos 13, 162, 163 fracción I, 164 fracción I, y demás relativos de la Ley Federal del Derecho de Autor, se hace constar que la **OBRA** cuyas especificaciones aparecen a continuación, ha quedado inscrita en el Registro Público del Derecho de Autor, con los siguientes datos:

**AUTORES:** DE LA ROSA JIMÉNEZ LUIS ÁNGEL  
IRACHETA CORTEZ REYNALDO  
MORENO OLIVA VÍCTOR IVÁN  
TORRES MORENO EDUARDO

**TÍTULO:** ANÁLISIS MODAL EXPERIMENTAL MEDIANTE TÉCNICAS ÓPTICAS

**RAMA:** PROGRAMAS DE COMPUTACION

**TITULARES:** DE LA ROSA JIMÉNEZ LUIS ÁNGEL  
IRACHETA CORTEZ REYNALDO  
MORENO OLIVA VÍCTOR IVÁN  
TORRES MORENO EDUARDO

Con fundamento en lo establecido por el artículo 168 de la Ley Federal del Derecho de Autor, las inscripciones en el registro establecen la presunción de ser ciertos los hechos y actos que en ellas consten, salvo prueba en contrario. Toda inscripción deja a salvo los derechos de terceros. Si surge controversia, los efectos de la inscripción quedarán suspendidos en tanto se pronuncie resolución firme por autoridad competente.

El presente certificado se expide con fundamento en el Decreto por el que se reforman, adicionan y derogan diversas disposiciones de la Ley Orgánica de la Administración Pública Federal, así como de otras leyes para crear la Secretaría de Cultura, publicado el 17 de diciembre de 2015 en el Diario Oficial de la Federación; artículos 26 y 41 Bis, fracción XVIII de la Ley Orgánica de la Administración Pública Federal; artículos 2, 208, 209 fracción III de la Ley Federal del Derecho de Autor; artículo 69-C de la Ley Federal de Procedimiento Administrativo, de aplicación supletoria de acuerdo con lo establecido por la Ley Federal del Derecho de Autor en su artículo 10; artículo 84 de la Ley General de Mejora Regulatoria; artículos 2, apartado B, fracción IV, 26 y 27 del Reglamento Interior de la Secretaría de Cultura; artículos 103 fracción IV y 104 del Reglamento de la Ley Federal del Derecho de Autor; artículos 1, 3 fracción I, 4, 8 fracción I, 9, 16 y 17 del Reglamento Interior del Instituto Nacional del Derecho de Autor; y Acuerdo por el que se establecen las reglas para la presentación,

1/2

# CERTIFICADO

Registro Público del Derecho de Autor

El presente documento electrónico ha sido firmado mediante el uso de la firma electrónica avanzada por el servidor público competente, amparada por un certificado digital vigente a la fecha de su elaboración, y es válido de conformidad con lo dispuesto en los artículos 7 y 9, fracción I, de la Ley de Firma Electrónica Avanzada y artículo 12 de su Reglamento.

**Número de Registro: 03-2022-050917052200-01**

**Ciudad de México, a 09 de mayo de 2022**

**LA SUBDIRECTORA DE REGISTRO DE OBRAS Y CONTRATOS**

**VERÓNICA MEDINA CASTRO**



g5Ami392CY/EV2b39mE2fLU30vb2EMB4QV0/XSkLmHVae0FcjWhGAItyPPy7mXWj1PuXNxtAMWAckn+5w  
wg2iP9NvBmUe1a5QRNRlvsKcpY29yTK4ZRoc7leefiTpNyogSH/Mv4n5uR4TvkNFq3SZ1XsKmeBS8WjyrVCF  
0fxvouu1ztOHAn4QbfUTgdOx1mx6hCH57kyH6yqRZjuiUeCEFo15epcrYdpwdlpagneHKARzM9SpyeMd8KXHrt  
loEz5XLfQ1FeTyxRWrworXEKjN7yluw2OMhUjHp0QacT19Ro2KF3JMRFv6UJhpyCbhTPnBG693MqS44c2/  
UsdRg==

2/2



**CULTURA**  
SECRETARÍA DE CULTURA



**INDAUTOR**  
INSTITUTO NACIONAL DEL DERECHO DE AUTOR

# CERTIFICADO

## Registro Público del Derecho de Autor

Para los efectos de los artículos 13, 162, 163 fracción I, 164 fracción I, y demás relativos de la Ley Federal del Derecho de Autor, se hace constar que la **OBRA** cuyas especificaciones aparecen a continuación, ha quedado inscrita en el Registro Público del Derecho de Autor, con los siguientes datos:

**AUTORES:** DE LA ROSA JIMÉNEZ LUIS ÁNGEL  
IRACHETA CORTEZ REYNALDO  
MORENO OLIVA VÍCTOR IVÁN  
TORRES MORENO EDUARDO

**TÍTULO:** PRUEBAS ESTÁTICAS EN ÁLABES DE AEROGENERADORES MEDIANTE  
TÉCNICAS ÓPTICAS

**RAMA:** PROGRAMAS DE COMPUTACION

**TITULARES:** DE LA ROSA JIMÉNEZ LUIS ÁNGEL  
IRACHETA CORTEZ REYNALDO  
MORENO OLIVA VÍCTOR IVÁN  
TORRES MORENO EDUARDO

Con fundamento en lo establecido por el artículo 168 de la Ley Federal del Derecho de Autor, las inscripciones en el registro establecen la presunción de ser ciertos los hechos y actos que en ellas consten, salvo prueba en contrario. Toda inscripción deja a salvo los derechos de terceros. Si surge controversia, los efectos de la inscripción quedarán suspendidos en tanto se pronuncie resolución firme por autoridad competente.

El presente certificado se expide con fundamento en el Decreto por el que se reforman, adicionan y derogan diversas disposiciones de la Ley Orgánica de la Administración Pública Federal, así como de otras leyes para crear la Secretaría de Cultura, publicado el 17 de diciembre de 2015 en el Diario Oficial de la Federación; artículos 26 y 41 Bis, fracción XVIII de la Ley Orgánica de la Administración Pública Federal; artículos 2, 208, 209 fracción III de la Ley Federal del Derecho de Autor; artículo 69-C de la Ley Federal de Procedimiento Administrativo, de aplicación supletoria de acuerdo con lo establecido por la Ley Federal del Derecho de Autor en su artículo 10; artículo 84 de la Ley General de Mejora Regulatoria; artículos 2, apartado B, fracción IV, 26 y 27 del Reglamento Interior de la Secretaría de Cultura; artículos 103 fracción IV y 104 del Reglamento de la Ley Federal del Derecho de Autor; artículos 1, 3 fracción I, 4, 8 fracción I, 9, 16 y 17 del Reglamento Interior del Instituto Nacional del Derecho de Autor; ACUERDO por el que se establecen los Lineamientos para el uso de la Firma Electrónica Avanzada en los actos y actuaciones de los servidores públicos del Instituto Nacional del Derecho de Autor, publicado en el Diario Oficial de la Federación el 19 de mayo del año dos mil veintiuno; y Acuerdo por el que se establecen las reglas para la presentación, substanciación y resolución de las solicitudes de registro de obras, fonogramas, videogramas y edición de libros en línea ante el Instituto Nacional del Derecho de Autor, publicado el 8 de diciembre de 2021 en el Diario Oficial de la Federación.

1/2

# CERTIFICADO

## Registro Público del Derecho de Autor

*El presente documento electrónico ha sido firmado mediante el uso de la firma electrónica avanzada por el servidor público competente, amparada por un certificado digital vigente a la fecha de su elaboración, y es válido de conformidad con lo dispuesto en los artículos 7 y 9, fracción I, de la Ley de Firma Electrónica Avanzada y artículo 12 de su Reglamento.*

**Número de Registro: 03-2023-021514040200-01**

**Ciudad de México, a 16 de febrero de 2023**

**EL DIRECTOR DEL REGISTRO PÚBLICO DEL DERECHO DE AUTOR**

**JESÚS PARETS GÓMEZ**



BCUeSCGUUXLbFB5e8MuRoBWc1zpi6GCwoh9zfr0ia7sW171moJlaBwg5LuacrTYBCG07pVeBNckPvrQ4G  
FYWzYJci/2W1fbs5sQ1mAjlmb4q17YvqTAYFZ+EOt5IUyWOQFcabuKhf9icLdVMhOVO7mxFoUQKSc6Z6q  
fqg1k0y57KxYsbkwYJj86MTbMRc5fzDFayxL26Y:+j6yW/3viMkwKXUFyMVkV59++MJuC1be64qY1plApl24+itb  
a7S6E17icwcsyaPlZ4MjVirV6cqlf7MUxqRptj521eF9550daBSTQpC2LAL+wuYhXdIAgvyyyoG/sSHBtMF3tew=

2/2



**CULTURA**  
SECRETARÍA DE CULTURA



**INDAUTOR**  
INSTITUTO NACIONAL DEL DERECHO DE AUTOR





---

## Bibliografía

---

- [1] IEC-61400-23, Full-scale structural testing of rotor blades Standard, Switzerland: International Electrotechnical Commission, 2014-04. Ed. 1.
- [2] Tavner, P. J., Xiang, J., & Spinato, F. “Reliability analysis for wind turbines.” *Wind Energy* **10.1** (2007): 1-18.
- [3] Ribrant, J., & Bertling, L. “Survey of failures in wind power systems with focus on Swedish wind power plants during 1997-2005.” *IEEE Transactions on Energy Conversion* (2007): 167-173.
- [4] Winstats Newsletter, **17.2**, Forlaget Vistoft, Spring 2004.
- [5] Tavner, P. “Offshore wind turbines: reliability, availability and maintenance.” **13 IET** (2012).
- [6] Yang, W., Tavner, P. J., Crabtree, C. J., Feng, Y., & Qiu, Y.. “Wind turbine condition monitoring: technical and commercial challenges.” *Wind Energy* **17.5** (2014): 673-93.
- [7] Ronold, K. O., Wedel-Heinen, J., & Christensen, C. J. “Calibration of partial safety factors for design of wind turbine rotor blades against fatigue failure in flapwise bending.” *European Union Wind Energy Conference Göteborg* (1996): 129-136.
- [8] Yang, W. “Testing and condition monitoring of composite wind turbine blades.” *Recent advances in composite materials for wind turbines blades* (2013): 147-170.
- [9] Freebury, G., & Musial, W., “Determining equivalent damage loading for full-scale wind turbine blade fatigue tests.” In *2000 ASME wind energy symposium* (2000): 287-296.
- [10] <https://gaiasol.org/2016/06/27/biggest-wind-turbine-ever-to-be-built/>

- 
- [11] Hughes, S. D., Musial, W. D., & Stensland, T. "Implementation of two axis servo-hydraulic system for full-scale fatigue testing of wind turbine blades." Technical Report NREL/CP-500-26896. USA: National Renewable Energy Laboratory (NREL) (1999).
- [12] Court, R., et al. "Blade testing - Narec's innovations in full scale dual axis fatigue testing." EWEC08, Brussels, Mar. 31 - Apr. 3, 2008.
- [13] Court, R. S., Ridley, S., Jones, H., Bonnet, P. A., & Dutton, A. G. "Fatigue testing of wind turbine blades with computational verification." ICCM17, Edinburgh, 27-31 Jul., 2009.
- [14] Ciang, C. C., Lee, J. R., & Bang, H. J. "Structural health monitoring for a wind turbine system: a review of damage detection methods." *Measurement science and technology* **19.12** (2008): 1-20.
- [15] Amirat, Y., Benbouzid, M. E. H., Al-Ahmar, E., Bensaker, B., & Turri, S. "A brief status on condition monitoring and fault diagnosis in wind energy conversion systems." *Renewable and sustainable energy reviews* **13.9** (2009): 2629-2636.
- [16] Jeffries, W. Q., Chambers, J. A., & Infield, D. G. "Experience with bicoherence of electrical power for condition monitoring of wind turbine blades." *IEE Proceedings Vision, image and signal processing* **145.3** (1998): 141-148.
- [17] Caithness Windfarm Information Forum 2011 Summary of Wind Turbine Accident data to June. 17<sup>th</sup>, 2023. <https://www.caithnesswindfarms.co.uk/>
- [18] Hameed, Z., Hong, Y. S., Cho, Y. M., Ahn, S. H., & Song, C. K. "Condition monitoring and fault detection of wind turbines and related algorithms: A review." *Renewable and Sustainable energy reviews* **13.1** (2009): 1-39.
- [19] Caselitz, P., & Giebhardt, J. "Rotor condition monitoring for improved operational safety of offshore wind energy converters." *J. Sol. Energy Eng.* **127.2** (2005): 253-261.
- [20] Bo, Z., Yanan, Z., & Changzheng, C. "Acoustic emission detection of fatigue cracks in wind turbine blades based on blind deconvolution separation." *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures* **40.6** (2017): 959-970.
- [21] Tang, J., Soua, S., Mares, C., & Gan, T. H. "An experimental study of acoustic emission methodology for in service condition monitoring of wind turbine blades." *Renewable Energy* **99** (2016): 170-179.

- [22] Gómez, C. Q., & García, F. P. “A new fault location approach for acoustic emission techniques in wind turbines.” *Energies* **9.1** (2016): 40.
- [23] Bouzid, O. M., Tian, G. Y., Cumanan, K., & Moore, D. “Structural health monitoring of wind turbine blades: Acoustic source localization using wireless sensor networks.” *Journal of Sensors* **2015** (2015).
- [24] Poozesh, P., Aizawa, K., Niezrecki, C., Baqersad, J., Inalpolat, M., & Heilmann, G. “Structural health monitoring of wind turbine blades using acoustic microphone array.” *Structural Health Monitoring* **16.4** (2017): 471-485.
- [25] Jørgensen, E. R., Borum, K. K., McGugan, M., Thomsen, C. L., Jensen, F. M., Debel, C. P., & Sørensen, B. F. “Full scale testing of wind turbine blade to failure - flapwise loading.” Risø-R-1392 (EN) Report, Risø National Laboratory, Denmark, 2004.
- [26] Doroshnasir, M., Worzewski, T., Krankenhagen, R., & Röllig, M. “On-site inspection of potential defects in wind turbine rotor blades with thermography.” *Wind Energy* **19.8** (2016): 1407-1422.
- [27] Galleguillos, C., Zorrilla, A., Jimenez, A., Diaz, L., Montiano, Á. L., Barroso, M., Viguria, A., & Lasagni, F. “Thermographic non-destructive inspection of wind turbine blades using unmanned aerial systems.” *Plastics, Rubber and Composites* **44.3** (2015): 98-103.
- [28] Park, B., Sohn, H., Malinowski, P., & Ostachowicz, W. “Delamination localization in wind turbine blades based on adaptive time-of-flight analysis of noncontact laser ultrasonic signals.” *Nondestructive Testing and Evaluation* **32.1** (2017): 1-20.
- [29] Yang, K., Rongong, J. A., & Worden, K. “Damage detection in a laboratory wind turbine blade using techniques of ultrasonic NDT and SHM.” *Strain* **54.6** (2018): e12290.
- [30] Zhang, Z., Zhou, W., & Li, H. “Icing estimation on wind turbine blade by the interface temperature using distributed fiber optic sensors.” *Structural Control and Health Monitoring* **27.6** (2020): e2534.
- [31] Klute, S. M., Sang, A. K., Gifford, D. K., & Froggatt, M. E. “Defect detection during manufacture of composite wind turbine blade with embedded fiber optic distributed strain sensor.” 2011 SAMPE Fall Technical Conference. (2011): 17-20.

- [32] Kim, H. C., Giri, P., & Lee, J. R. "A real-time deflection monitoring system for wind turbine blades using a built-in laser displacement sensor." Proceedings of the 6th European Workshop on Structural Health Monitoring. Dresden, Germany, Jul. 3-6, 2012.
- [33] Giri, P., & Lee, J. R. "In situ blade deflection monitoring of a wind turbine using a wireless laser displacement sensor device within the tower." Key Engineering Materials, Trans Tech Publications Ltd, **558** (2013):84-91.
- [34] Papadopoulos, K., Morfiadakis, E., Philippidis, T. P., & Lekou, D. J. "Assessment of the strain gauge technique for measurement of wind turbine blade loads." Wind Energy: An International Journal for Progress and Applications in Wind Power Conversion Technology **3.1** (2000): 35-65.
- [35] Lee, J. R., & Kim, H. C. "Feasibility of in situ blade deflection monitoring of a wind turbine using a laser displacement sensor within the tower." Smart Materials and Structures **22.2** (2012): 027002.
- [36] Lucas, A. "Diseño de un aerogenerador para uso particular." Universidad Carlos III de Madrid, Tesis de Licenciatura. 2013.
- [37] Boveri, A. B., & S. ABB. "Cuaderno de aplicaciones técnicas n. 12 Plantas eólicas." Barcelona, España (2012).
- [38] Carrera, E. J., & Collaguazo, P. E. "Diseño y construcción de un dispositivo aerogenerador de eje vertical con capacidad mínima de 500 vatios de energía eléctrica." Universidad Politécnica Salesiana, Tesis de Licenciatura. 2013.
- [39] Yáñez, H. E. "Impacto de la generación eólica distribuida sobre las pérdidas técnicas en la red eléctrica." Universidad Politécnica Salesiana, Tesis de Licenciatura. 2015.
- [40] <https://userscontent2.emaze.com/images/f82e8b11-1cf2-4268-9bc3-fbba789adefb/d02f72df-e7ec-48b3-bdfb-cdb31503fa9a.gif>
- [41] <https://sl.wikipedia.org/wiki/Troposkina>
- [42] <http://energiaeolica1101.blogspot.com/2015/03/tipos-de-aerogeneradores.html>
- [43] [http://thefutureofthings.com/5435-quietrevolution-helical-wind-turbine/quietrevolution-helical-win\\_large-jpg/](http://thefutureofthings.com/5435-quietrevolution-helical-wind-turbine/quietrevolution-helical-win_large-jpg/)
- [44] <https://www.scielo.org.mx/pdf/remexca/v3nspe4/v3nspe4a2.pdf>

- 
- [45] <https://www.iberdrola.com/sostenibilidad/palas-aerogeneradores>
- [46] <http://www.sustainablesanantonio.com/energy-production/wind/>
- [47] <https://naukas.com/2010/10/25/cuando-la-nasa-construia-aerogeneradores/modelo-bipala-mod-5b/>
- [48] <https://www.xatakaciencia.com/energia/cuanta-potencia-desarrolla-un-aerogenerador-i>
- [49] <https://centraleselectricasjose.weebly.com/energiacutea-eoacutelica.html>
- [50] <http://ecol-a-t.blogspot.com/2012/08/energia-eolica-ii.html>
- [51] Anderson, J., "Fundamentals of Aerodynamics." 4<sup>a</sup> ed., McGraw-Hill (2007).
- [52] Isidoro, A. "Aerodinámica y actuaciones del avión." 12<sup>a</sup> ed., Paraninfo (2002).
- [53] Robles, A. "Diseño de perfiles aerodinámicos mediante metodología inversa." Trabajo Fin de Grado en Ingeniería Aeroespacial, Universidad de Sevilla (2015).
- [54] Jacos, E. N., Ward, K. E., & Pinkerton, R. M. "The Characteristics of 78 Related Airfoil Sections from Tests in the Variable Density Wind Tunnel." Report No. 460. National Advisory Committee for Aeronautics, Washington (1935).
- [55] Gonzalez, R., & Woods, R. "Digital Image Processing." 2<sup>a</sup> ed., Prentice Hall (2002).
- [56] Acharya, T., & Ray, A. K. "Image processing: principles and applications." John Wiley & Sons, 2005.
- [57] Bankman, I. "Handbook of medical imaging. processing and analysis." Academic Press (2000).
- [58] Jähne, B. "Digital Image Processing." 5th revised and extended edition. Springer (2002).
- [59] Bovik, A. C. "Handbook of image and video processing." 2<sup>a</sup> ed., Academic press (2010).
- [60] Solomon, C., & Breckon, T. "Fundamentals of Digital Image Processing: A practical approach with examples in Matlab." John Wiley & Sons, 2011.
- [61] Faúndez, M. Tratamiento digital de voz e imagen y aplicación a la multimedia. Marcombo (2000).

- 
- [62] Gonzalez, R., Woods, R., & Eddins, S. “Digital image processing using MATLAB.” 2<sup>a</sup> ed. Gatesmark., 2009.
- [63] Petrou, M. M., & Petrou, C. “Image processing: the fundamentals.”, 2<sup>a</sup> ed., John Wiley & Sons (2010).
- [64] Fourier, J. B. J. “Théorie analytique de la chaleur.” Gauthier-Villars et fils (1888).
- [65] Baik, S. H., Park, S. K., Kim, C. J., & Cha, B. “A center detection algorithm for Shack–Hartmann wavefront sensor.”, *Optics & Laser Technology*, **39.2** (2007): 262-267.
- [66] Jiang, Z., Gong, S., & Dai, Y. “Numerical study of centroid detection accuracy for Shack-Hartmann wavefront sensor.”, *Optics & Laser Technology*, **38.8** (2006): 614-619.
- [67] Olarte, O. E., & Mejía, Y. “A morphological based method to calculate the centroid spots of Hartmann patterns.”, *Optics Communications*, **260.1** (2006): 87-90.
- [68] Chen, H., & Rao, C. “Accuracy analysis on centroid estimation algorithm limited by photon noise for point object.”, *Optics Communications*, **282.8** (2009): 1526-1530.
- [69] Martínez, N., “Curvas y superficies B-Splines,” Tesis de licenciatura, Universidad Tecnológica de la Mixteca, Oaxaca, México 2015.
- [70] Gere, J., & Goodno, B. “Mecánica de Materiales.” 7<sup>a</sup> ed., Thomson Learning (2009).
- [71] Thomson, W. “Teoría de vibraciones: aplicaciones.” Prentice Hall (1983).
- [72] Rao, S. “Vibraciones Mecánicas.” 7<sup>a</sup> ed., Pearson Educación (2012).
- [73] De Silva, C. W. “Vibration damping, control, and design.” CRC Press (2007).
- [74] Moreno, V. I., Román, E., Torres, E., Dorrego, J. R., Avendaño, M., Campos, M., & Sánchez, S. “Measurement of quality test of aerodynamic profiles in wind turbine blades using laser triangulation technique.” *Energy Science & Engineering*, **7.5**, (2019): 2180-2192.
- [75] Dorrego, J.R. “Diseño optimizado de las palas de aerogeneradores”, Tesis de Doctorado, Instituto de Investigación e Innovación en Energías Renovables. Universidad de Ciencias y Artes de Chiapas, Chiapas, México, 2022.