



UNIVERSIDAD DE CIENCIAS Y ARTES DE CHIAPAS

**INSTITUTO DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN EN
ENERGÍAS RENOVABLES**

T E S I S

**TRANSFERENCIA DE CALOR Y GENERACIÓN DE
ENTROPÍA EN UN FLUJO MHD DE UN NANOFLUIDO
POR UN CANAL INCLINADO CONSIDERANDO
ESFUERZO ACOPLADO**

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

**DOCTOR EN MATERIALES Y SISTEMAS
ENERGÉTICOS RENOVABLES**

PRESENTA

M. en C. Ignacio de Jesús Gómez Rosales

DIRECTOR

Dr. Guillermo Rogelio Ibáñez Duharte

TUXTLA GUTIÉRREZ, CHIAPAS.

Julio 2021

DEDICATORIAS

Este logro está dedicado a cada uno de mis familiares y seres queridos que han vivido conmigo las experiencias que la vida me ha dado, quienes me han apoyado tanto en lo profesional como en lo personal. También para aquellas personas que en vida me impulsaron a ser mejor persona cada día.

Dedico este trabajo a mi esposa Verónica Ruiz quien estuvo presente en todo momento durante esta preparación académica y siempre tuve el apoyo incondicional. A mis padres Ignacio y María, quienes me orientaron para ser mejor humano día con día y me guiaron para siempre prepararme académicamente.

AGRADECIMIENTOS

Principalmente, agradezco a mi director de tesis, al Dr. Guillermo R. Ibañez Duharte, quien en todo momento tuvo su apoyo incondicional y la disponibilidad para la obtención de los resultados, la difusión de la investigación y la escritura de la tesis.

También agradezco al Dr. Juan Andrés Reyes Nava, Dr. Joel Moreira Acosta, Dr. Orlando Lastres Danguillecourt y al Dr. Neín Farrera Vázquez por sus comentarios y contribuciones al trabajo de investigación.

Finalmente, agradezco la beca otorgada por el CONACYT-SENER cuyo apoyo fue de gran ayuda para estudiar el programa de Doctorado.

INDICE

Resumen.....	1
Abstract.....	2
Capítulo I: Marco metodológico	
1.1. Introducción.....	4
1.2. Problemática.....	5
1.3. Objetivos.....	5
1.4. Justificación.....	6
Capítulo II: Conceptos básicos y fundamentación teórica	
2.1. Introducción.....	8
2.2. Termodinámica de procesos irreversibles lineal.....	8
2.3. Balance de entropía.....	11
2.4. Ecuaciones de balance.....	13
2.4.1. Balance de masa.....	14
2.4.2. Conservación de momento lineal.....	15
2.4.3. Balance de energía.....	17
2.5. Producción de entropía.....	19
2.6. Ecuaciones del campo electromagnético.....	21
2.7. Magnetohidrodinámica (MHD).....	22
2.8. Conclusiones.....	24
2.9. Referencias.....	24
Capítulo III: Minimización de la producción de entropía y transporte no lineal de calor en un flujo MHD de un nanofluido a través de un canal inclinado de paredes permeables con un medio poroso considerando esfuerzo acoplado, deslizamiento y radiación térmica	
3.1. Introducción.....	26
3.2. Modelo físico y ecuaciones que lo gobiernan.....	30

3.2.1.	Campos de velocidad y temperatura.....	31
3.2.2.	Propiedades termofísicas del nanofluido.....	35
3.2.3.	Procedimiento de la solución numérica.....	36
3.2.4.	Generación de entropía.....	41
3.2.5.	Evaluación de la transferencia de calor. Número de Nusselt...	42
3.3.	Resultados y análisis.....	43
3.3.1.	Comportamiento dinámico.....	44
3.3.2.	Comportamiento térmico.....	46
3.3.3.	Generación de entropía.....	49
3.3.4.	Transferencia de calor.....	53
3.4.	Conclusiones.....	57
3.5.	Referencias.....	58

Capítulo IV: Análisis del efecto de diferentes tipos de nanofluidos y de la forma de las nanopartículas sólidas del nanofluido en la transferencia de calor y la generación de entropía

4.1.	Introducción.....	65
4.2.	Comportamiento térmico de diferentes tipos de nanofluidos.....	67
4.3.	Diferentes formas de las nanopartículas.....	72
4.3.1.	Propiedades termofísicas del nanofluido.....	72
4.4.	Análisis de los resultados.....	73
4.4.1.	Comportamiento dinámico.....	73
4.4.2.	Comportamiento térmico.....	76
4.4.3.	Generación de entropía.....	79
4.4.4.	Transferencia de calor.....	83
4.5.	Conclusiones.....	86
4.6.	Referencias.....	87

CONCLUSIONES GENERALES.....	89
NOMENCLATURA.....	92
LISTA DE FIGURAS.....	95
LISTA DE TABLAS.....	99

RESUMEN

En el presente estudio, se analizaron las pérdidas irreversibles y el transporte de calor en un flujo magnetohidrodinámico (MHD) completamente desarrollado de un nanofluido viscoso y estacionario formado por nanopartículas de Al_2O_3 en agua como fluido base considerando esfuerzo acoplado. El nanofluido se mueve a través de un medio poroso por un canal inclinado de paredes permeables y se considera flujo de calor debido a radiación térmica y deslizamiento en las paredes del ducto. Las ecuaciones fundamentales fueron resueltas numéricamente usando el método Runge-Kutta junto con la conocida técnica de lanzamiento para reducir el problema de valores en la frontera a un problema de condiciones iniciales. Se encontró que los resultados obtenidos están en concordancia cualitativa con la solución analítica exacta obtenida para un caso límite. Además, se examinaron los impactos del parámetro de esfuerzo viscoso, número de Darcy, concentración de nanopartícula sólida, parámetro de conducción-radiación, número de Hartmann y el deslizamiento hidrodinámico sobre el flujo, temperatura, transporte de calor y producción de entropía. Los resultados obtenidos mostraron que fue posible obtener valores óptimos del parámetro de esfuerzo viscoso y del deslizamiento con mínima generación de entropía. También, fue evaluada la transferencia de calor interna del sistema y se alcanzaron valores óptimos del flujo de deslizamiento y del parámetro de conducción-radiación con máxima transferencia de calor. En adición a la alúmina (Al_2O_3 -agua), las distribuciones de velocidad, temperatura y generación de entropía en TiO_2 -agua y Cu -agua se presentaron para diferentes concentraciones de nanopartículas sólidas. Se obtuvo que la entropía local del TiO_2 -agua fue más baja que la del Cu -agua y Al_2O_3 -agua en la región inferior del canal mientras que fue mayor en la región superior de dicho canal. Finalmente, se analizaron los efectos que tiene la variación de la forma de las nanopartículas sólidas de Al_2O_3 en los perfiles de velocidad, temperatura y producción de entropía. Nanopartículas de Al_2O_3 con formas discoidal, cilíndrica, cúbica y oblata fueron estudiadas alcanzándose valores mínimos de generación de entropía global y máximos de transferencia de calor para todas las formas de nanopartículas exploradas.

ABSTRACT

Irreversible losses and heat transport in a magnetohydrodynamic (MHD) flow of a viscous, steady and fully developed couple stress Al_2O_3 –water nanofluid through a sloping permeable wall channel with porous medium and under the effect of radiation heat flux and slip were analyzed. The fundamental equations were solved numerically by using Runge-Kutta together with the shooting technique and the results were in qualitative agreement with an exact solution obtained for a limit case. The impacts of couple stress, Darcy number, solid nanoparticle concentrations, conduction-radiation parameter, Hartmann number and hydrodynamic slip on flow, temperature, heat transport, and entropy production were examined. It was possible to achieve values of minimum entropy production not yet reported in previous studies. In this way, optimal values of couple stress and slip were obtained. The internal heat transport was also explored and optimal values of slip flow and conduction-radiation parameter with maximum heat transfer were found. In addition to the alumina, the distributions of velocity, temperature, and entropy generation in TiO_2 –water and Cu –water were presented for different solid nanoparticle concentrations. It was obtained that the local entropy of TiO_2 –water was lower than Cu –water and Al_2O_3 –water in the channel bottom region while it was greater in the upper region. Finally, the effects of the shape Brick, Platelet, Blade and Cylinder of Al_2O_3 nanoparticles on velocity and temperature profiles, and the entropy generation were analyzed. Once more, optimal operating conditions with minimum values of the global entropy generation and maximum values of heat transfer were reached for all explored nanoparticle shapes.

Capítulo I

MARCO METODOLOGICO

1.1. Introducción

En la actualidad, existen muchos sistemas y dispositivos energéticos que no trabajan con la máxima eficiencia posible desde el punto de vista termodinámico, lo que conduce al uso de estos sistemas con bajo rendimiento y por tanto, no se aprovechan al máximo sus beneficios potenciales desde el punto de vista del impacto ambiental, económico y social.

En este trabajo de investigación se estudiarán y optimizarán flujos de nanofluidos a través de diferentes geometrías presentes en dispositivos de conversión y transferencia de energía utilizados para el aprovechamiento de las fuentes de energías renovables y/o para procesos industriales, tales como los colectores solares para el calentamiento de fluidos e intercambiadores de calor en los que es importante evaluar la transferencia de calor. El estudio nos permitirá encontrar parámetros óptimos de operación que caracterizan estos sistemas utilizando como criterio de optimización el de máxima eficiencia energética y exergética, por tanto, se determinará el diseño de un dispositivo energético con la máxima eficiencia posible constituyendo esto un ahorro de energía. Se obtendrán modelos matemáticos que permitirán simular el comportamiento de los procesos o sistemas encontrando condiciones óptimas de operación que involucran valores de parámetros geométricos y físicos de propiedades de materiales que permitirán poder optimizar el sistema no sólo desde el punto de vista técnico sino también económico al permitir seleccionar materiales más baratos sin afectar prácticamente el rendimiento.

1.2. Problemática

La mayoría de los estudios en sistemas energéticos con el objeto de minimizar la producción de entropía han considerado las pérdidas de energía útil debidas a disipación viscosa, disipación óhmica y conducción de calor en sistemas con configuraciones geométricas no complejas que permite tener un modelo matemático formado por ecuaciones diferenciales lineales, y por tanto, se puede realizar un análisis analítico y no numérico de estos sistemas. Esto conlleva a obtener soluciones válidas para estos sistemas pero en los modelos matemáticos no se toman en cuenta determinados efectos que para procesos más complejos presentes en aplicaciones prácticas se deben considerar, tales como la no linealidad del proceso de transferencia de calor y la no simetría del tensor de esfuerzos que describe el movimiento de un fluido.

1.3. Objetivos

General

Evaluar la transferencia de calor no lineal y las pérdidas de energía útil en un flujo de nanofluido con esfuerzo acoplado que fluye dentro de un microcanal poroso inclinado determinando condiciones óptimas de operación del sistema basado en el criterio de mínima generación de entropía o máxima eficiencia exergética o de segunda ley de la termodinámica.

Particulares

- ▶ Definir las ecuaciones de balance de momento y balance de energía del sistema así como las condiciones de fronteras apropiadas para obtener el comportamiento dinámico y térmico del sistema.
- ▶ Determinar la generación de entropía local y global del sistema, así como evaluar la transferencia de calor en el sistema.
- ▶ Encontrar condiciones óptimas de diseño con el máximo rendimiento.

1.4. Justificación

Existen muchos sistemas y dispositivos energéticos que no trabajan con la máxima eficiencia posible desde el punto de vista termodinámico. En este contexto, el método de minimización de la producción de entropía es utilizado como una herramienta para optimizar sistemas energéticos utilizando como criterio el de máxima eficiencia exergética o mínima generación de entropía.

En el presente trabajo de investigación se estudiarán y optimizarán flujos a través de diferentes geometrías donde se incluirán aquellas presentes en dispositivos solares como la que corresponde a los colectores solares de placa plana para el calentamiento de fluidos. El estudio nos permitirá incluir todos los efectos que son necesarios considerar en la modelación matemática del proceso, así como encontrar parámetros óptimos de operación que caracterizan al sistema, donde las irreversibilidades serán mínimas. Esto significa que se obtendrá un dispositivo con la máxima eficiencia lo cual constituye un ahorro de energía.

Capítulo II

CONCEPTOS BÁSICOS Y FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

2.1. Introducción

El método de minimización de la producción de entropía es aplicable a sistemas energéticos irreversibles, es decir, a aquellos sistemas reales donde existen pérdidas de energía útil. La cuantificación de estas pérdidas se realiza a través de la función Entropía la cual siempre va ser positiva. En este capítulo se describirán los fundamentos teóricos de la termodinámica de procesos irreversibles lineal, las ecuaciones de balance de momento, energía y entropía, así como también las ecuaciones de la magnetohidrodinámica, las cuales determinan las ecuaciones que gobiernan al sistema en estudio.

2.2. Termodinámica de procesos irreversibles lineal

El poder de la Termodinámica consiste en que es capaz de establecer leyes generales para procesos cuasi-estacionarios sin descubrir su mecanismo molecular. En el análisis de procesos no estacionarios, la Termodinámica Clásica indica solamente su dirección pero no es capaz de obtener resultados cuantitativos. La termodinámica clásica no está interesada con la teoría de procesos irreversibles. Hoy en día, como estos tienen un gran interés práctico, la construcción de una termodinámica de procesos irreversibles es un objetivo natural.

En este contexto, surge la aplicación de La Termodinámica de Procesos Irreversibles Lineal (TIL) que es una teoría fenomenológica bien establecida que provee un marco general para la descripción de los procesos irreversibles que se llevan a cabo en una gran variedad de sistemas. La teoría se basa en cuatro postulados y da resultados que han sido ampliamente verificados experimentalmente. En particular, ofrece un sólido marco natural para describir los procesos disipativos, tanto en el flujo de fluidos conductores en presencia de campos magnéticos, lo que se conoce como magnetohidrodinámica, como en la hidrodinámica ordinaria.

La TIL es una teoría del continuo, que trata a las variables de estado como funciones continuas de las coordenadas espaciales y del tiempo. Las ecuaciones básicas de la teoría se formulan de manera que contienen únicamente cantidades que sólo se expresan en forma de ecuaciones locales.

Uno de los objetivos fundamentales de la TIL es relacionar explícitamente la fuente de entropía con los diversos procesos irreversibles que se presentan en el sistema. Esto se puede lograr a través de la ecuación de balance de entropía si conocemos las ecuaciones de masa, momento y energía que describen la evolución temporal de las cantidades que se conservan en el sistema. Para el caso específico de fluidos conductores en presencia de un campo magnético se deben considerar los efectos de dicho campo en las variaciones de las variables conservadas a través de las ecuaciones de Maxwell del electromagnetismo.

Un sistema está en equilibrio si las variables de estado intensivas son constantes a todo tiempo y tienen la misma magnitud en todas las regiones del sistema. Si un sistema está en un estado en el que no se satisfacen estas condiciones, el sistema se encuentra fuera de equilibrio.

El *postulado de equilibrio local* dentro de la TIL permite definir cantidades termodinámicas para sistemas fuera de equilibrio y escribir relaciones termodinámicas en la misma forma que se haría para un sistema en equilibrio total, con la diferencia de que las cantidades termodinámicas toman los valores locales, como funciones del vector posición \mathbf{r} y del tiempo t .

En la termodinámica de no equilibrio es de primordial importancia la ecuación de balance de entropía, que expresa el hecho de que la entropía de un elemento de volumen cambia con el tiempo debido a dos razones. En primer lugar cambia porque la entropía fluye a través del elemento de volumen y en segundo lugar porque existe una fuente de entropía (no negativa) debida a los fenómenos irreversibles presentes dentro del elemento de volumen. Esta es la formulación local de una segunda ley de la termodinámica y constituye el *segundo postulado* de la TIL.

La fuente de entropía puede calcularse si se utiliza la relación termodinámica de Gibbs que conecta la razón de cambio de la entropía en cada elemento de masa, con las razones de cambio de la energía y la composición. La producción de entropía quedará expresada como la suma de términos formados por el producto de un flujo que caracteriza el proceso irreversible y una cantidad denominada fuerza termodinámica.

La *tercera hipótesis* de la TIL plantea que los flujos son funciones lineales de las fuerzas termodinámicas, es decir, si un sistema termodinámico inicialmente en equilibrio, es sometido a la acción de fuerzas termodinámicas suficientemente pequeñas para que su estado perturbado no difiera mucho de su estado de equilibrio inicial, entonces los flujos que se generan como consecuencia de esta acción son proporcionales a dichas fuerzas y las constantes de proporcionalidad (coeficientes fenomenológicos) dependen únicamente de las propiedades del sistema en equilibrio. Matemáticamente este postulado se expresa como $J_i = \sum_k L_{ik} X_k$ y la expresión para la producción de entropía toma la forma $\dot{S} = \sum_i J_i X_i$ donde L_{ik} es la matriz de los coeficientes fenomenológicos o de transporte y J_i y X_i son cualesquiera de las componentes cartesianas de los flujos independientes y las fuerzas termodinámicas.

Otra cuestión importante se refiere a la matriz de coeficientes fenomenológicos que relacionan a los flujos y las fuerzas termodinámicas. Si la matriz es simétrica, el sistema de ecuaciones será completo, en caso contrario se necesitaría más información para poder resolverlo. Esto lleva a introducir una *cuarta hipótesis* conocida como el teorema de reciprocidad de Onsager que plantea la existencia de la simetría de la matriz de los coeficientes fenomenológicos.

2.3. Balance de entropía

De acuerdo con los principios de la termodinámica, para un sistema macroscópico se puede introducir una función de estado S , llamada entropía, que tiene las siguientes propiedades.

El cambio de entropía dS se puede escribir como la suma de dos términos

$$dS = d_e S + d_i S \quad (2.1)$$

Donde $d_e S$ es la entropía suministrada al sistema por sus alrededores y $d_i S$ es la entropía producida dentro del sistema. La segunda ley de la termodinámica establece que

$$d_i S = 0 \text{ para un proceso reversible} \quad (2.2)$$

$$d_i S > 0 \text{ para un proceso irreversible} \quad (2.3)$$

La termodinámica de equilibrio estudia procesos reversibles para los que se cumple la igualdad (2.2). En la TIL uno de los objetivos importantes es relacionar la producción de entropía $d_i S$ con los diversos fenómenos irreversibles que ocurren dentro del sistema.

Dado que la entropía es una cantidad extensiva es posible obtener expresiones para la entropía total S y para su razón de cambio temporal

$$\frac{dS}{dt} = \int_V \frac{\partial \rho s}{\partial t} dV \quad (2.4)$$

Donde s es la entropía por unidad de masa, ρ la densidad de masa y V el volumen. Asimismo, puede escribirse una ecuación de balance de entropía que en forma integral se expresa como

$$\int_V \frac{\partial \rho s}{\partial t} dV = - \int_A \mathbf{J}_s^T \cdot \mathbf{n} da + \int_V \dot{S} dV \quad (2.5)$$

Donde \mathbf{J}_s^T es el flujo total de entropía, \mathbf{n} el vector unitario perpendicular a la superficie A y \dot{S} es la producción de entropía por unidad de volumen. Diferenciando (2.1) con respecto al tiempo y comparando con la ecuación (2.5), se puede asociar

$$d_e S = - \int_A \mathbf{J}_s^T \cdot \mathbf{n} da \quad (2.6)$$

$$d_i S = \int_V \dot{S} dV \quad (2.7)$$

Al utilizar el teorema de Gauss, la ecuación (2.5) se puede escribir en la forma

$$\frac{\partial \rho s}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{J}_s^T + \dot{S} \quad (2.8)$$

Donde la condición suficiente es

$$\dot{S} \geq 0 \quad (2.9)$$

La ecuación (2.8) es una ecuación de balance para la densidad de entropía ρs , con un término fuente que satisface la desigualdad (2.9). Esta desigualdad, que expresa que la producción de entropía es una cantidad no negativa, es el segundo postulado de la TIL y se puede entender como una extensión de la segunda ley de la termodinámica para situaciones fuera de equilibrio.

Definiendo el flujo de entropía \mathbf{J}_s como la diferencia entre el flujo total de entropía y un término convectivo $\rho s \mathbf{u}$

$$\mathbf{J}_s = \mathbf{J}_s^T - \rho s \mathbf{u} \quad (2.10)$$

La ecuación (1.8) se puede reescribir en la forma

$$\rho \frac{\partial s}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{J}_s + \dot{S} \quad (2.11)$$

Donde \mathbf{u} es el campo de velocidades del fluido y d/dt denota la derivada material dada por

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \quad (2.12)$$

La hipótesis de equilibrio local implica la validez local de la relación de Gibbs, donde ahora las diferenciales que aparecen en ella deben tomarse como funciones de las coordenadas y el tiempo, es decir, será una relación entre las derivadas totales

$$T \frac{ds}{dt} = \frac{de}{dt} - \frac{p}{\rho^2} \frac{d\rho}{dt} \quad (2.13)$$

Donde T es la temperatura absoluta y p la presión. Esta relación nos permite deducir la forma como cambia la entropía del sistema en el tiempo, si se conocen las ecuaciones que describen la evolución temporal de las cantidades e y ρ , obteniendo con esta expresión el balance de entropía y con ayuda de las ecuaciones de conservación es posible obtener expresiones explícitas para el flujo y la producción de entropía.

2.4. Ecuaciones de balance

El principal efecto de un campo magnético sobre un fluido conductor es, por una parte, el surgimiento de fuerzas de cuerpo sobre el fluido (intercambio de cantidad de movimiento), y por otra, el intercambio de energía entre el campo y el fluido. En consecuencia las ecuaciones ordinarias de la mecánica de fluidos por sí misma ya son suficientes para dar una descripción adecuada del fenómeno cuando se considera la interacción electromagnética, y es necesario combinarlas con las ecuaciones del campo electromagnético a fin de obtener las ecuaciones

fundamentales que gobiernan el flujo de un fluido conductor en presencia de un campo magnético.

2.4.1. Balance de masa

Considérese un sistema monocomponente donde no existen reacciones químicas y sea $\rho(\mathbf{r}, t)$ la densidad de masa y $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$ el campo de velocidades del fluido. En su forma integral la ecuación de conservación de masa establece que

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho dV = 0 \quad (2.14)$$

Donde dV es el elemento de volumen ocupado por el fluido. Con ayuda del teorema de transporte de Reynolds la ecuación anterior puede expresarse en la forma

$$\int_V \left(\frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{u} \right) dV = 0 \quad (2.15)$$

Puesto que el integrando es una función continua y el volumen de integración es arbitrario, se tiene que

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2.16)$$

Utilizando (2.12), de la ecuación anterior se obtiene la ecuación de conservación de la masa

$$\frac{d\rho}{dt} = -\nabla \cdot \rho \mathbf{u} \quad (2.17)$$

Como puede apreciarse, la ecuación (2.17) no se ve alterada por la interacción electromagnética y expresa el hecho de que la masa total se conserva, es decir,

que la masa total en cualquier elemento de volumen del sistema sólo puede cambiar si la materia fluye a través del elemento de volumen.

2.4.2. Conservación de momento lineal

La ecuación de balance de momento en su forma integral es la siguiente

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho \mathbf{u} dV = - \int_A \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{n} da + \int_V \mathbf{f} dV \quad (2.18)$$

La integral de superficie del lado derecho considera las fuerzas de superficie que se presentan en el fluido, donde $\boldsymbol{\tau}$ es el tensor de esfuerzos mecánicos. La segunda integral del lado derecho toma en cuenta las fuerzas de cuerpo que actúan sobre el fluido, siendo \mathbf{f} la densidad de fuerza de cuerpo. Mediante el teorema de transporte de Reynolds y utilizando la ecuación de balance de masa (2.16), se obtiene

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho \mathbf{u} dV = \int_V \rho \frac{d\mathbf{u}}{dt} dV \quad (2.19)$$

Mientras que, utilizando el teorema de Gauss, se tiene que

$$\int_S \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{n} da = \int_V \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} dV \quad (2.20)$$

Sustituyendo (2.19) y (2.20) en la ecuación (2.18) se obtiene la forma diferencial de la ecuación de balance de momento lineal, es decir

$$\rho \frac{d\mathbf{u}}{dt} = -\nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \mathbf{f} \quad (2.21)$$

El efecto del campo electromagnético se incorpora a través de la fuerza Lorentz, la cual es una fuerza de cuerpo. Para obtener la densidad de fuerza de Lorentz se deben tener presentes algunas consideraciones.

La fuerza sobre una carga eléctrica depende de los campos eléctricos y magnéticos presentes y de la velocidad con que se desplaza dicha carga. En todo punto del espacio se caracteriza por dos cantidades vectoriales, la primera es la fuerza eléctrica que da una componente de la fuerza que es independiente del movimiento de la carga, y se describe por medio del campo eléctrico en la forma $z\mathbf{E}$. La segunda componente es la fuerza magnética cuya dirección y módulo dependen de la dirección y la velocidad con que se mueve la partícula siendo siempre perpendicular al vector velocidad y al campo magnético. Así la fuerza magnética se puede expresar como $z\mathbf{u} \times \mathbf{B}$. La ley de Lorentz para la fuerza electromagnética es entonces

$$\mathbf{F} = z(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) \quad (2.22)$$

Para un medio continuo que contenga partículas cargadas, la densidad de carga ρ_e está dada por ρz .

Asimismo, la densidad de corriente eléctrica total \mathbf{I} puede escribirse en términos de la velocidad \mathbf{u} de la sustancia, como

$$\mathbf{I} = \rho z\mathbf{u} + \mathbf{j} \quad (2.23)$$

Donde $\rho z\mathbf{u}$ es la corriente eléctrica debida a la convección y \mathbf{j} es la corriente de conducción. Entonces para un medio continuo con densidad de carga ρz y densidad de corriente \mathbf{I} , la ecuación (2.22) se transforma en la densidad de fuerza

$$\mathbf{f} = \rho z\mathbf{E} + \mathbf{I} \times \mathbf{B} \quad (2.24)$$

De modo que para un fluido conductor que se desplaza en un campo magnético la ecuación de balance de momento es

$$\rho \frac{d\mathbf{u}}{dt} = -\nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \rho z \mathbf{E} + \mathbf{I} \times \mathbf{B} \quad (2.25)$$

Utilizando la ecuación (1.23) esta ecuación se puede escribir como

$$\rho \frac{d\mathbf{u}}{dt} = -\nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \rho z (\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) + \mathbf{j} \times \mathbf{B} \quad (2.26)$$

2.4.3. Balance de energía

La forma integral de la ecuación de balance de la energía es la siguiente

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho \left(e + \frac{u^2}{2} \right) dV = - \int_A \mathbf{J}_q \cdot \mathbf{n} da - \int_A (\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{u}) \cdot \mathbf{n} da + \int_V \mathbf{I} \cdot \mathbf{E} dV \quad (2.27)$$

El miembro izquierdo de la ecuación anterior representa la tasa de cambio temporal de la energía contenida en el volumen V , donde ρe y $\rho u^2/2$ son las densidades de energía interna y cinética, respectivamente. El primer término del miembro derecho representa la transferencia de calor por conducción térmica debida a la diferencia de temperaturas en el fluido, donde \mathbf{J}_q denota al flujo de calor. El segundo término del lado derecho representa el flujo de energía a través de la superficie, tanto por transporte de masa como por procesos de fricción interna. El último término representa la tasa de cambio temporal a la cual el campo electromagnético hace trabajo sobre el volumen de fluido V , esta potencia representa una conversión de energía electromagnética en energía mecánica o térmica.

Utilizando el teorema de transporte de Reynolds y la ecuación de balance de masa se tiene

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho \left(e + \frac{u^2}{2} \right) dV = \int_V \rho \left(\frac{de}{dt} + \frac{1}{2} \frac{du^2}{dt} \right) dV \quad (2.28)$$

Y del teorema de Gauss

$$\int_A \mathbf{J}_q \cdot \mathbf{n} da = \int_V \nabla \cdot \mathbf{J}_q dV \quad (2.29)$$

$$\int_A (\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{u}) \cdot \mathbf{n} da = \int_V \nabla \cdot (\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{u}) dV \quad (2.30)$$

De donde la ecuación (2.27) puede expresarse en la siguiente forma integral

$$\rho \left(\frac{de}{dt} + \frac{1}{2} \frac{du^2}{dt} \right) = -\nabla \cdot \mathbf{J}_q + \nabla \cdot (\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{u}) + \mathbf{I} \cdot \mathbf{E} \quad (2.31)$$

Esta ecuación se puede reescribir en la forma

$$\rho \frac{de}{dt} = -\nabla \cdot \mathbf{J}_q - \mathbf{u} \cdot \left(\nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \rho \frac{d\mathbf{u}}{dt} \right) + \boldsymbol{\tau} : \nabla \mathbf{u} + \mathbf{I} \cdot \mathbf{E} \quad (2.32)$$

Y con la ayuda de la ecuación de la conservación de momento (2.25) y la ecuación (2.23), (2.39) toma la forma

$$\rho \frac{de}{dt} = -\nabla \cdot \mathbf{J}_q + \boldsymbol{\tau} : \nabla \mathbf{u} + \mathbf{j} \cdot (\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) \quad (2.33)$$

Ya que

$$\boldsymbol{\tau} : \nabla \mathbf{u} = -p \nabla \cdot \mathbf{u} - \boldsymbol{\tau}' : \nabla \mathbf{u} \quad (2.34)$$

donde p es la presión, usando (2.17), se obtiene

$$\rho \frac{de}{dt} = -\nabla \cdot \mathbf{J}_q - \rho p \frac{dv}{dt} - \boldsymbol{\tau}' : \nabla \mathbf{u} + \mathbf{j} \cdot (\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) \quad (2.35)$$

donde $\boldsymbol{\tau}'$ es el tensor de esfuerzos viscosos. Esta ecuación es la formulación local de la primera ley de la termodinámica y establece que la energía interna por unidad

de volumen y tiempo puede variar debido a flujo de calor e interacciones mecánicas o electromagnéticas.

2.5. Producción de entropía

Una vez obtenidas las ecuaciones de conservación es posible obtener una forma explícita para el flujo y la producción de entropía. De acuerdo a los principios formulados anteriormente, introduciendo en la expresión (2.13), que representa el balance de entropía obtenido a partir de la ecuación de Gibbs, la ecuación (2.35), se obtiene

$$\rho \frac{ds}{dt} = -\nabla \cdot \left(\frac{\mathbf{J}_q}{T} \right) - \frac{1}{T^2} \mathbf{J}_q \cdot \nabla T - \frac{1}{T} \boldsymbol{\tau}' : \nabla \mathbf{u} + \frac{1}{T} \mathbf{j} \cdot (\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) \quad (2.36)$$

Comparando esta ecuación con la ecuación (2.11) se observa que el flujo de entropía está dada por

$$\mathbf{J}_s = \frac{1}{T} \mathbf{J}_q \quad (2.37)$$

Y la producción de entropía por

$$\dot{S} = -\frac{1}{T^2} \mathbf{J}_q \cdot \nabla T - \frac{1}{T} \boldsymbol{\tau}' : \nabla \mathbf{u} + \frac{1}{T} \mathbf{j} \cdot (\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) \quad (2.38)$$

La ecuación (2.37) muestra que para sistemas abiertos, el flujo de entropía está dado a través del flujo de calor \mathbf{J}_q , mientras que la expresión (2.38) muestra que la producción de entropía contiene tres diferentes contribuciones, que producen las irreversibilidades del sistema. El primer término del lado derecho de (2.38) surge de la conducción de calor, el segundo está relacionado con los procesos de fricción en un flujo viscoso y el tercero se debe a la conducción de electricidad. La estructura de la expresión para \dot{S} es una forma bilineal, ya que consiste de la suma de términos que son el producto escalar de dos factores, que identifican con el flujo y un término

que da lugar al flujo, es decir, tomando en cuenta sólo efectos directos se puede decir que el segundo factor se relaciona con la causa que experimentalmente se ha establecido que da lugar al proceso irreversible y que generalmente se manifiesta como el gradiente de una variable de estado intensiva o como una fuerza externa como en el caso electromagnético. De esta manera el flujo de calor se relaciona con el gradiente de temperatura, los fenómenos viscosos se atribuyen a gradientes de velocidades y el movimiento de partículas cargadas se origina por los campos electromagnéticos.

De todo lo anterior se infiere que el conjunto de ecuaciones de conservación junto con la de balance de entropía y las ecuaciones de estado, contienen a los flujos irreversibles como incógnitas y por tanto deben darse ecuaciones fenomenológicas adicionales que relacionan los flujos y las fuerzas termodinámicas, para poder obtener un sistema de ecuaciones cerrado que pueda resolverse para las condiciones iniciales y de frontera dadas. Estas ecuaciones constitutivas para los flujos de calor, momento y corriente eléctrica, en ausencia de efectos cruzados, son las leyes ordinarias de Fourier, Navier-Newton y Ohm, respectivamente, y establecen relaciones lineales entre los flujos y los gradientes o fuerzas generalizadas que dan lugar a los procesos irreversibles:

$$\mathbf{J}_q = -\kappa \nabla T \quad (2.39)$$

$$\boldsymbol{\tau}' = -\lambda \nabla \cdot \mathbf{u} \mathbf{1} - \eta (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T) \quad (2.40)$$

$$\mathbf{j} = \sigma (\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) \quad (2.41)$$

Donde κ , λ , η y σ son la conductividad térmica, el segundo coeficiente de viscosidad, la viscosidad dinámica y la conductividad eléctrica del fluido, respectivamente. El superíndice T significa que es una matriz transpuesta del gradiente de velocidad y $\mathbf{1}$ es el tensor unitario.

Si se sustituyen estas relaciones lineales en (2.38), podemos darnos cuenta de que se presenta una forma cuadrática respecto a las fuerzas generalizadas. Por lo tanto, para que la producción de entropía será positiva los coeficientes de transporte (κ , λ , η , σ) deben ser positivos, lo que concuerda con los experimentos.

2.6. Ecuaciones del campo electromagnético

Las ecuaciones básicas del electromagnetismo son conocidas como ecuaciones de Maxwell. Estas ecuaciones junto con la ecuación de Lorentz para la fuerza, establecen las interacciones fundamentales del campo electromagnético, que se caracteriza por las siguientes cantidades macroscópicas: intensidad de campo eléctrico $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$, inducción magnética $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$, densidad de corriente eléctrica $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t)$ y densidad de carga eléctrica $\rho_e(\mathbf{r}, t)$, que también puede expresarse como $\rho_z(\mathbf{r}, t)$, donde z es la carga por unidad de masa.

En su forma diferencial las ecuaciones de Maxwell se expresan de la siguiente forma

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho_z}{\varepsilon} \quad (2.42)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.43)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.44)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu \left(\mathbf{j} + \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right) \quad (2.45)$$

Donde ε y μ son escalares conocidos como la permitividad eléctrica y la permeabilidad magnética del medio, respectivamente.

En general ε y μ podrían depender del estado termodinámico del medio, sin embargo para la gran mayoría de los problemas en que existen fluidos conductores pueden considerarse constantes. En particular, al trabajar con metales líquidos es posible tomar como una muy buena aproximación $\mu = \mu_0$, donde μ_0 es la permeabilidad magnética en el vacío.

2.7. Magnetohidrodinámica (MHD)

El estudio de flujos de fluidos eléctricamente conductor y que se mueve en un campo magnético es conocido como Magnetohidrodinámica o más corto MHD. En nuestra discusión, evitamos generalidades completas y con una sola excepción usa la ecuación básica de Euler aumentado por los términos magnéticos. Esto es suficiente para destacar los efectos magnéticos peculiares y es adecuado para muchas aplicaciones.

Los ejemplos más simples de un fluido eléctricamente conductor es un metal líquido, por ejemplo, mercurio o sodio líquido. Sin embargo, el mayor uso de MHD es en la física de plasma (un plasma es caliente, gas ionizado que contiene electrones libre e iones).

Hay dos importantes aplicaciones tecnológicas de MHD que puede llegar a ser muy importantes en el futuro. El primero, los campos magnéticos fuertes son usados para confinar anillos o columnas de calor de plasma (es esperado) que se llevará a cabo en el lugar con el tiempo suficiente para la fusión termonuclear para que ocurra y para que la energía neta sea generada. En segundo, el cual es dirigido hacia una meta similar, los metales líquidos son manejados a través de un campo magnético para generar electricidad. El estudio de magnetohidrodinámicas es también motivado por su aplicación generalizada para la descripción del espacio (dentro del sistema solar) y los plasmas astrofísicos (más allá del sistema solar).

Las ecuaciones anteriores pueden ser simplificadas mediante la aproximación MHD que se basa en las siguientes suposiciones

- La velocidad del fluido es mucho menor que la velocidad de la luz (aproximación no relativista, $u^2 \ll c^2$).
- Los flujos tienen lugar en campos magnéticos cuasi-estacionarios o a bajas frecuencias.
- Los campos eléctricos son del orden de magnitud de la fuerza electromotriz (fem) inducida, $\mathbf{u} \times \mathbf{B}$.

Se desprecia la corriente de desplazamiento de Maxwell, $\varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$, en la ecuación (2.45) debido que no intervienen oscilaciones de alta frecuencia, y significa que se desprecia el proceso de acumulación o redistribución de cargas eléctricas.

En flujos de metales líquidos en campos magnéticos la magnitud de los términos \mathbf{E} y $\mathbf{u} \times \mathbf{B}$ son del mismo orden, es decir que los campos eléctricos son del orden de magnitud de los efectos inducidos, por tanto el campo magnético inducido es mucho menor que el campo magnético aplicado.

Considerando el cociente de la magnitud de los términos $\rho z \mathbf{E}$ y $\mathbf{I} \times \mathbf{B}$ que aparecen en la fuerza Lorentz (2.24), y suponiendo que $|\mathbf{E}| \approx |\mathbf{u} \times \mathbf{B}|$, se encuentra que dicho cociente es de orden u^2/c^2 , por lo que el término eléctrico en la fuerza Lorentz resulta despreciable comparado con $\mathbf{I} \times \mathbf{B}$. Con una consideración similar, los términos $\rho z \mathbf{u}$ y \mathbf{j} de la densidad de corriente eléctrica total (2.23), la parte de la corriente convectiva $\rho z \mathbf{u}$ es despreciable en esta aproximación; por consiguiente, la corriente de conducción \mathbf{j} se toma como la corriente total \mathbf{I} , y de la ecuación (2.24) se obtiene que $\mathbf{f} = \mathbf{j} \times \mathbf{B}$.

Tomando en cuenta las aproximaciones anteriores, las ecuaciones fundamentales de la MHD para un fluido conductor en presencia de un campo magnético, expresadas en forma diferencial, son

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2.46)$$

$$\rho \frac{d\mathbf{u}}{dt} = -\nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \mathbf{j} \times \mathbf{B} \quad (2.47)$$

$$\rho \frac{de}{dt} = -\nabla \cdot \mathbf{J}_q + \boldsymbol{\tau} : \nabla \mathbf{u} + \mathbf{j} \cdot (\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) \quad (2.48)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.49)$$

$$\frac{1}{\mu} (\nabla \times \mathbf{B}) = \mathbf{j} \quad (2.50)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{j} = 0 \quad (2.51)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.52)$$

Donde se ha omitido la ecuación de Gauss para el campo eléctrico, ya que ρ_e no es de interés en la MHD y además los campos \mathbf{E} y \mathbf{B} quedan determinados por las ecuaciones restantes (2.49 – 2.52) y la ecuación constitutiva para \mathbf{j} (ley de Ohm).

2.8. Conclusiones

Las ecuaciones de balance de momento, balance de entropía y balance de energía fueron descritas. Estos fundamentos permitirán determinar el comportamiento dinámico y térmico del sistema en estudio, así como también las pérdidas de energía útil que exista en él. También se describió las ecuaciones de la MHD las cuales definen las ecuaciones que gobiernan el sistema. Una vez conociendo estos fundamentos teóricos y la configuración geométrica a analizar se puede definir las ecuaciones que se resolverán ya sea analítica o numéricamente y con ello observar los efectos que tienen cada parámetro que describe al sistema.

2.9. Referencias

1. Linjin Zheng. Topics in Magnetohydrodynamics. InTech, Croacia, 2012.
2. Bejan A. Entropy Generation Minimization. New York: CRC Press, 1996.
3. Bejan A. Entropy Generation Through Heat and Fluid Flow. Wiley, New York, 1994.
4. Bejan A. Heat Transfer. Wiley, New York, 1994.
5. Bejan A. Convection Heat Transfer. Wiley, New York, 2013.
6. Moreau R. Magnetohydrodynamics. Dordrecht: Kluwer, Netherlands, 1990.
7. Ibáñez G. Optimización de Procesos y Dispositivos Energéticos Basada en la Producción de Entropía. Tesis de Doctorado, CIE UNAM, México, 2003.
8. Landau L, Lifshitz E. Fluid Mechanics. Pergamon Press, 1959.
9. De Groot S, Mazur P. Non-Equilibrium Thermodynamics. North-Holland, 1984.

Capítulo III

MINIMIZACIÓN DE LA PRODUCCIÓN DE ENTROPÍA Y TRANSPORTE NO LINEAL DE CALOR EN UN FLUJO MHD DE UN NANOFLUIDO A TRAVÉS DE UN CANAL INCLINADO DE PAREDES PERMEABLES CON UN MEDIO POROSO CONSIDERANDO ESFUERZO ACOPLADO, DESLIZAMIENTO Y RADIACIÓN TÉRMICA.

3.1. Introducción

Últimamente, muchos autores han investigado la incorporación de nanopartículas sólidas dentro del fluido base en los canales con diferentes geometrías y condiciones de trabajo. Este tipo de fluido llamado nanofluido se ha convertido en un tema importante para investigadores debido al incremento de la conductividad térmica efectiva. Esto conlleva a mejorar el transporte de calor. Este hecho ha sido demostrado experimentalmente en varios estudios [1-3] y muchos estudios se han conducido a investigar el uso de nanofluidos en varias aplicaciones, tal como intercambiadores de calor, sistemas microelectromecánicos, colectores solares y microcanales [4,5].

Es demostrado que el rendimiento de dispositivos térmicos es afectado por las pérdidas de energía útil asociadas con un decremento en la energía disponible [6]. Esta pérdida de energía útil es evaluada a través de la producción de entropía, y por tanto, minimizando esta cantidad el sistema puede ser optimizado y la energía requerida para lograr la velocidad y transporte de calor deseado será menor.

El método de minimización de producción de entropía (MMPE) fue aplicado en muchos estudios y se revela como un instrumento efectivo para la optimización de procesos y sistemas energéticos. En particular, existen autores que han usado este método para optimizar flujos de nanofluidos tomando en cuenta diferentes geometrías y condiciones de operación. Por ejemplo, Torabi y colaboradores [7] investigaron la producción de entropía en un flujo de nanofluido Cu-agua a través

de un cilindro rotatorio. Estudios similares fueron realizados por Mahian y colaboradores [8] donde muestran una revisión de estudios relacionados a la producción de entropía en nanofluidos. En este contexto, investigaciones de fluidos con efecto de velocidad de deslizamiento encuentran aplicaciones en algunos sistemas con flujos de fluidos donde la relación entre la superficie y el volumen es grande [9-13]. Tal es el caso de Ramesh y colaboradores [14], quienes investigaron los efectos de radiación y calentamiento de Joules en un fluido magnetohidrodinámico de Carreau con deslizamiento hidrodinámico, en otro estudio [15], analizaron los efectos del deslizamiento y corriente Hall en un flujo suspendido con fluido Jeffrey en una microbomba de sangre MHD peristáltico [16-21]. Este efecto de deslizamiento junto con el análisis de producción de entropía se consideró en sistemas con y sin presencia del campo magnético externo aplicado. En particular, el análisis de producción de entropía con el flujo de deslizamiento en la interface pared-fluido se hizo para flujos de fluidos clásicos MHD y flujos de nanofluidos MHD [22-26].

Adicionalmente, estudios publicados previos con flujos a través de medios porosos han recibido la atención de investigadores debido a la gran variedad de sus aplicaciones, tal como separación o purificación de mezclas y extracción de energía de regiones geotérmicas. Varios estudios de investigación relacionados con el análisis de entropía en flujos con presencia de medios porosos han sido reportados [27-30]. Particularmente, el análisis de entropía usando el modelo del flujo de Darcy-Forchheimer ha sido realizado por varios investigadores. Hayat y colaboradores [31] analizaron la producción de entropía en un flujo bidireccional de nanotubos de carbón en agua. También, Seth y colaboradores [32] investigaron los impactos de los parámetros magnéticos y concentración de nanotubos de carbón en una hoja de estiramiento de una estructura rotatoria.

El esfuerzo acoplado es otro efecto importante para considerar en fluidos que contienen partículas. La teoría de esfuerzo acoplado fue establecida por Stokes [33]. El estudio de este efecto tiene numerosas aplicaciones en lubricación [34-36], flujo de sangre [37,38], flujo de fluidos bioreológicos [39] y flujos peristálticos a través de

medios porosos [40,41]. Aunque hay muchos estudios de fluidos con esfuerzo acoplado, en mucho de ellos, la generación de entropía no fue examinada y en muy pocos estudios esta función fue considerada. Adesanya y colaboradores [42] analizaron la producción de entropía en un flujo reactivo con esfuerzo acoplado en un canal lleno con un medio poroso. El modelo no toma en cuenta el efecto del deslizamiento y campo magnético externo. Ellos resolvieron el modelo matemático con el método de perturbación. También, Reddy y colaboradores [43] estudiaron la producción de entropía de un flujo MHD en una placa plana vertical isotérmica considerando el efecto de esfuerzo acoplado. Khan y colaboradores [44] reportaron analíticamente el análisis de transferencia de calor en un flujo de fluido esfuerzo acoplado MHD. Hassan [45] investigó la producción de entropía de un flujo de fluido esfuerzo acoplado MHD reactivo a través de medios porosos. Un flujo similar fue estudiado por Salawu y colaboradores [46] pero con propiedades variables y deslizamiento Navier. Adesanya y colaboradores [47] presentaron el análisis termodinámico de una película hidromagnética considerando esfuerzo acoplado y con efectos de disipación viscosa. Nagaraju y colaboradores [48] analizaron las irreversibilidades del flujo MHD de un fluido entre dos cilindros rotatorios concéntricos con recubrimiento permeable.

Los estudios arriba relacionados con la producción de entropía en flujos de fluidos no toman en cuenta los efectos de radiación térmica no lineal en las irreversibilidades y transporte de calor. Sin embargo, existen sistemas y dispositivos que requieren para su operación alta temperatura o gran diferencia de temperatura, y por tanto, la inclusión de los efectos de radiación es muy importante. Por ejemplo, López y colaboradores [49] analizaron la producción de entropía en un flujo MHD de nanofluido con nanopartículas sólidas de Al_2O_3 en un microcanal con pared vertical permeable con radiación térmica, efecto de deslizamiento en las paredes y fronteras con radiación y convección combinada. Ellos resolvieron el modelo matemático usando el método de integración de Runge-Kutta con la técnica de lanzamiento. Eegunjobi and Makinde [50] llevaron a cabo una investigación similar pero ellos no tomaron en cuenta algunos parámetros que López usó para su investigación, tal como el flujo de deslizamiento y condición de frontera con flujo de

calor por radiación. Además, en muchas aplicaciones, tal como aplicaciones solares, los dispositivos deben estar inclinados para lograr mayor incidencia de radiación solar. El análisis de entropía para flujos inclinados en diferentes configuraciones geométricas se ha reportado en [51,55].

La literatura previamente revisada revela que existen muchas investigaciones usando el MMPE en diferentes modelos, fluidos y configuraciones geométricas, así como también diferentes efectos que alteran el comportamiento del sistema. Sin embargo, muchos de estos estudios pueden ser extendidos mediante la inclusión simultánea de nuevos efectos que no fueron considerados en ellos. Por ejemplo, López y colaboradores [49] no tomaron en cuenta los efectos del esfuerzo acoplado, del modelo de flujo de Darcy-Forchheimer y el de la inclinación del ducto. Eegunjobi y colaboradores [50] consideraron el efecto del esfuerzo acoplado usando el modelo de flujo de Brinkman-Forchheimer pero desprecian el efecto de deslizamiento y no consideran flujo de calor por radiación a través de las fronteras del sistema. Ahmed y colaboradores [55] analizaron los efectos del esfuerzo acoplado en un ducto rotatorio inclinado sin las condiciones de frontera de deslizamiento.

De la literatura arriba citada, se deduce que el análisis de transporte de calor y producción de entropía en un flujo MHD de un nanofluido a través de un canal permeable considerando efectos de flujo de deslizamiento en la interface pared-fluido, esfuerzo acoplado en el modelo de flujo Darcy-Forchheimer, flujo de calor por radiación no lineal, y condiciones de frontera no lineal por convección y radiación, no han sido realizados aún. Por lo tanto, este es la motivación esencial de la presente investigación en la cual la producción de entropía y transporte de calor de un flujo MHD de nanofluido en un canal permeable inclinado son optimizados considerando esfuerzo acoplado, efectos de deslizamiento, modelo de flujo Darcy-Forchheimer, y radiación térmica no lineal. Las soluciones numéricas son obtenidas y el impacto de varios parámetros pertinentes sobre el flujo, transporte de calor y producción de entropía es estudiado y presentado gráficamente.

Finalmente, las principales contribuciones del presente estudio comparado con la literatura previa puede ser resumida como

- Se resolvió el problema de transporte de calor y generación de entropía con condiciones de fronteras no lineales y flujo de calor por radiación térmica no lineal.
- Se encontraron valores óptimos del parámetro de esfuerzo acoplado y del deslizamiento con mínima producción de entropía global.
- Se alcanzaron valores óptimos de esfuerzo acoplado, deslizamiento y parámetro radiación-convección con máxima transferencia de calor.
- Fueron examinados los impactos de la permeabilidad del medio poroso y la concentración de nanopartículas sólidas sobre algunos valores óptimos obtenidos.

3.2. Modelo físico y ecuaciones que lo gobiernan

Un flujo MHD completamente desarrollado de un nanofluido viscoso y estable a través de paredes paralelas permeables llenas con un medio poroso es analizado considerando esfuerzo acoplado. El canal está inclinado en un ángulo γ con respecto a la horizontal y es aplicado un campo magnético externo B_0 en dirección transversal al movimiento del nanofluido. La inyección de nanofluido toma lugar a través de la placa inferior del ducto mientras que la succión ocurre a través de la placa superior, como se muestra en la Figura 3.1. Además, la placa inferior está en contacto con un fluido caliente y el superior con el ambiente. La condición de deslizamiento en la interface nanofluido-pared es usado para la solución de la ecuación del momento mientras que la ecuación de energía es resuelta considerando el flujo de calor por radiación térmica no lineal así como también la disipación viscosa y óhmica.

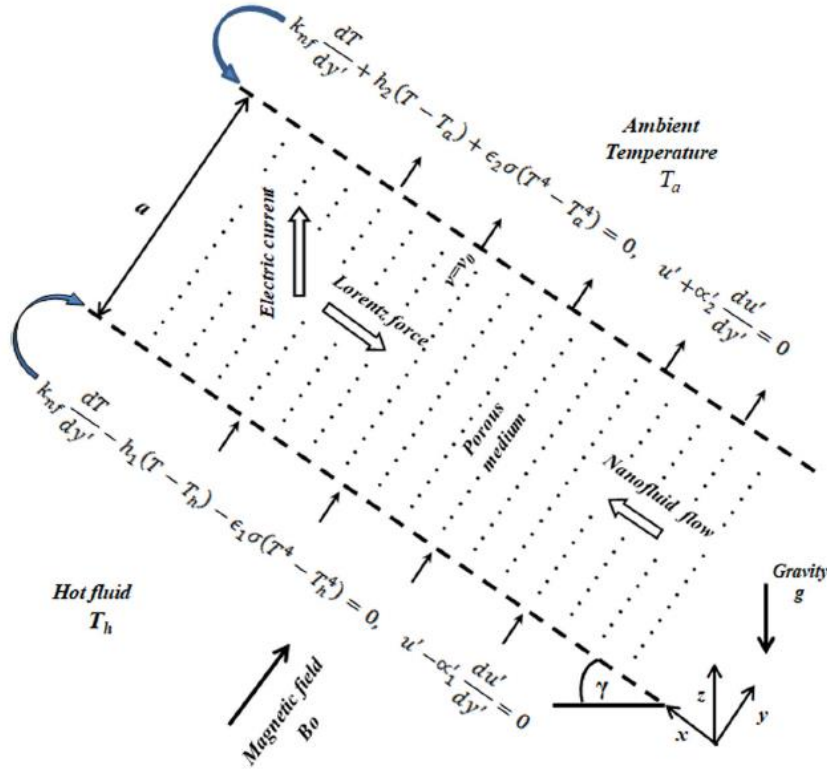


Figura 3.1. Configuración geométrica del modelo físico

3.2.1. Campos de velocidad y temperatura

Tomando en cuenta las consideraciones mencionadas anteriormente, la velocidad del nanofluido es calculada a partir de la siguiente expresión:

$$\rho_{nf} \nu_0 \frac{du'}{dy'} = -\frac{dp}{dx'} + g(\rho\beta)_{nf}(T - T_a)\text{Sin}(\gamma) + \eta_{nf} \frac{d^2u'}{dy'^2} - \sigma_{nf} B_0^2 u' - \frac{\eta_{nf}}{K} u' - \frac{\rho_{nf} F}{\sqrt{K}} u'^2 - \delta \frac{d^4u'}{dy'^4} \quad (3.1)$$

Con la condiciones de fronteras asociadas de deslizamiento

$$u' - \alpha'_1 \frac{du'}{dy'} = 0 = \frac{d^2u'}{dy'^2} \quad \text{en } y' = 0 \quad (3.2)$$

$$u' + \alpha'_2 \frac{du'}{dy'} = 0 = \frac{d^2u'}{dy'^2} \quad \text{en } y' = a \quad (3.3)$$

Donde v_0 es la velocidad uniforme de inyección/succión, γ es el ángulo de inclinación, g es la aceleración gravitacional, δ es el efecto del tamaño de la partícula en el fluido debido a esfuerzos acoplados, β es el coeficiente de expansión térmica, T es la temperatura del nanofluido, T_a es la temperatura ambiente, η_{nf} es la viscosidad dinámica del nanofluido, σ_{nf} es la conductividad eléctrica del nanofluido, ρ_{nf} es la densidad del nanofluido, K es la permeabilidad del medio poroso and F es el coeficiente de Forchheimer, mientras que α'_1 and α'_2 son las longitudes de deslizamiento de la placa inferior y superior, respectivamente. Aquí, los subíndices 1 and 2 se refieren a la placa inferior y superior, mientras que el subíndice nf corresponde a las propiedades termofísicas del nanofluido.

Considerando el flujo de calor por conducción y radiación, disipación viscosa en el medio poroso, calentamiento de Joule y disipación debido al esfuerzo acoplado, la ecuación de energía toma la forma

$$\begin{aligned} (\rho C)_{nf} v_0 \frac{dT}{dy'} = \kappa_{nf} \frac{d^2T}{dy'^2} + \eta_{nf} \left(\frac{du'}{dy'} \right)^2 + \sigma_{nf} B_0^2 u'^2 - \frac{dq_r}{dy'} + \frac{\eta_{nf}}{K} u'^2 \\ + \frac{\rho_{nf} F}{\sqrt{K}} u'^3 + \delta \left(\frac{d^2u'}{dy'^2} \right)^2 \end{aligned} \quad (3.4)$$

Con las condiciones de fronteras por radiación y convección asociadas

$$\kappa_{nf} \frac{dT}{dy'} - h_1(T - T_h) - \epsilon_1 \sigma (T^4 - T_h^4) = 0 \quad \text{en } y' = 0 \quad (3.5)$$

$$\kappa_{nf} \frac{dT}{dy'} + h_2(T - T_a) + \epsilon_2 \sigma (T^4 - T_a^4) = 0 \quad \text{en } y' = a \quad (3.6)$$

Aquí σ es la constante Stefan Boltzmann, κ_{nf} es la conductividad térmica and C_{nf} es la capacidad de calor del nanofluido, mientras que h_1 , h_2 , ϵ_1 and ϵ_2 son coeficientes de transferencia de calor por convección y emisividad de la superficie para cada placa, respectivamente. El tercer término del lado derecho de la ecuación (3.4) es la disipación de Joule debido a la corriente eléctrica descrito en términos de la ley de Ohm, el cuarto término representa el flujo de calor por radiación térmica, el quinto y el sexto término toman en cuenta la disipación asociada al medio poroso, es decir esfuerzos cortantes viscosos en la interface sólido-fluido debido al arrastre de fricción de Darcy y al calor disipativo originado del término de Forchheimer, respectivamente, y el último término de esta ecuación es el flujo de calor disipado debido al efecto del esfuerzo acoplado.

Asumiendo el modelo de flujo Rosseland [39,41], el flujo de calor por radiación es tomado como

$$q_r = -\frac{4\sigma^* \partial T^4}{3k^* \partial y} = -\frac{16\sigma^* T^3 \partial T}{3k^* \partial y} \quad (3.7)$$

Donde k^* es el coeficiente de absorción principal.

Para las ecuaciones no adimensionales anteriores, introducimos las siguientes cantidades

$$u = \frac{\rho_f a \omega}{\eta_f}, \quad y = \frac{y'}{a}, \quad \alpha_1 = \frac{\alpha'_1}{a}, \quad \alpha_2 = \frac{\alpha'_2}{a}, \quad \theta = \frac{T - T_a}{T_h - T_a}, \quad \theta_h = \frac{T_h}{T_a}, \quad Da = \frac{K}{a^2}, \quad Bi = \frac{ah}{k_f}, \quad Br = \frac{\eta_f^3}{a^2 \rho_f^2 k_f T_a}, \quad Ec = \frac{v_f^2}{a^2 C_f T_a}, \quad Gr = \frac{g a^3 (\rho \beta)_f T_a}{\rho_f v_f^2}, \quad \lambda = \frac{\delta}{a^2 \eta_f} = \frac{1}{\gamma}, \quad Ha = B_0 a \sqrt{\frac{\sigma_f}{\eta_f}}, \quad Nr = \frac{a \epsilon \sigma T_a^3}{k_f}, \quad P = \left(\frac{a^3 \rho_f}{\eta_f^2} \right) \left(-\frac{dp}{dx'} \right), \quad Pr = \frac{\eta_f C_f}{k_f}, \quad Rd = \frac{16 \sigma T_a^3}{3 k^* k_f}, \quad Re = \frac{v_0 a \rho_f}{\eta_f}.$$

Tomando en cuenta estas transformaciones, las ecuaciones (3.1) a (3.6) son reducidas a la siguiente forma

$$\begin{aligned} \frac{\rho_{nf}}{\rho_f} Re \frac{du}{dy} = P + \frac{(\rho\beta)_{nf}}{(\rho\beta)_f} Gr (\theta_h - 1)\theta \text{Sin}(\gamma) + \frac{\eta_{nf}}{\eta_f} \frac{d^2u}{dy^2} - \frac{\sigma_{nf}}{\sigma_f} Ha^2 u - \frac{\eta_{nf}}{\eta_f} \frac{u}{Da} - \\ \frac{\rho_{nf}}{\rho_f} F \frac{u^2}{\sqrt{Da}} - \lambda \frac{d^4u}{dy^4} \end{aligned} \quad (3.8)$$

$$u - \alpha_1 \frac{du}{dy} = 0 = \frac{d^2u}{dy^2} \quad \text{en } y = 0 \quad (3.9)$$

$$u + \alpha_2 \frac{du}{dy} = 0 = \frac{d^2u}{dy^2} \quad \text{en } y = a \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} \frac{(\rho C)_{nf}}{(\rho C)_f} Pe \frac{d\theta}{dy} = \frac{\kappa_{nf}}{\kappa_f} \frac{d^2\theta}{dy^2} \\ + \frac{Br}{(\theta_h - 1)} \left(\frac{\eta_{nf}}{\eta_f} \left(\left(\frac{du}{dy} \right)^2 + \frac{u^2}{Da} \right) + \frac{\sigma_{nf}}{\sigma_f} Ha^2 u^2 + \frac{\rho_{nf}}{\rho_f} \frac{F}{\sqrt{Da}} u^3 \right. \\ \left. + \lambda \left(\frac{d^2u}{dy^2} \right)^2 \right) + 3 Rd(\theta_h - 1)((\theta_h - 1)\theta + 1)^2 \left(\frac{d\theta}{dy} \right)^2 \\ + Rd((\theta_h - 1)\theta + 1)^3 \frac{d^2\theta}{dy^2} \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$\frac{\kappa_{nf}}{\kappa_f} \frac{d\theta}{dy} - Bi_1(\theta - 1) - \frac{Nr_1}{\theta_h - 1} (((\theta_h - 1)\theta + 1)^4 - \theta_h^4) = 0 \quad \text{en } y = 0 \quad (3.12)$$

$$\frac{\kappa_{nf}}{\kappa_f} \frac{d\theta}{dy} + Bi_2\theta + \frac{Nr_2}{\theta_h - 1} (((\theta_h - 1)\theta + 1)^4 - 1) = 0 \quad \text{en } y = a \quad (3.13)$$

3.2.2. Propiedades termofísicas del nanofluido

La densidad ρ_{nf} , capacidad de calor $(\rho C)_{nf}$, viscosidad η_{nf} y conductividad térmica κ_{nf} del nanofluido son expresados como [39–41]:

$$\rho_{nf} = \rho_f(1 - \phi) + \phi\rho_s \quad (3.14)$$

$$(\rho C)_{nf} = (\rho C)_f(1 - \phi) + \phi(\rho C)_s \quad (3.15)$$

$$\eta_{nf} = \frac{\eta_f}{(1 - \phi)^{2.5}} \quad (3.16)$$

$$\kappa_{nf} = \kappa_f \left[\frac{k_s + 2k_f - 2\phi(k_f - k_s)}{k_s + 2k_f + \phi(k_f - k_s)} \right] \quad (3.17)$$

El coeficiente de expansión térmica $(\rho\beta)_{nf}$ y la conductividad eléctrica σ_{nf} del nanofluido son determinados como [33, 40]:

$$(\rho\beta)_{nf} = (\rho\beta)_f(1 - \phi) + \phi(\rho\beta)_s \quad (3.18)$$

$$\sigma_{nf} = \sigma_f \left[1 + \frac{3\phi \left(\frac{\sigma_s}{\sigma_f} - 1 \right)}{\left(\frac{\sigma_s}{\sigma_f} + 2 \right) - \phi \left(\frac{\sigma_s}{\sigma_f} - 1 \right)} \right] \quad (3.19)$$

donde ϕ denota el volumen de concentración de las nanopartículas, $P = (a^3 \rho_f / \eta_f^2)(-dp/dx')$ es el parámetro de gradiente de presión, $Re = v_0 a \rho_f / \eta_f$ es el número de Reynolds, $Gr = g a^3 (\rho\beta)_f T_a / \rho_f \nu_f^2 f$ es el número de Grashof que aproxima la relación entre la fuerza de flotación y la fuerza viscosa actuando sobre un nanofluido con ν_f siendo la viscosidad cinética, $Pr = \eta_f C_f / k_f$ es el número de

Prandtl, $Br = EcPr = \eta_f^3/a^2\rho_f^2k_fT_a$ es el número de Brinkman con $Ec = \nu_f^2/a^2C_fT_a$ siendo el número de Eckert, $Ha = B_0a\sqrt{\sigma_f/\eta_f}$ es el número de Hartmann, $Rd = 16\sigma T_a^3/3k^*\kappa_f$ es el parámetro de radiación, $Bi = ah/k_f$ es el número de Biot, $Nr = a\epsilon\sigma T_a^3/k_f$ es el parámetro conducción-radiación, $\lambda = \delta/\rho_f\nu_f a^2$ es el parámetro de esfuerzo acoplado y Da es el número de Darcy. Los subíndices f and s corresponde a las propiedades termofísicas del fluido base y nanopartículas sólidas, respectivamente.

3.2.3. Procedimiento de la solución numérica

Las ecuaciones no lineales (3.8) y (3.11) con las condiciones de fronteras asociadas (3.9), (3.10), (3.12) y (3.13), respectivamente, son resueltas numéricamente usando una técnica conocida como lanzamiento (Shooting Technique), la cual permite convertir un problema de valores en la frontera a un problema de valores iniciales. De esta manera, se define el siguiente sistema de ecuaciones de primer orden

$$\frac{du}{dy} = p_1 \quad (3.20)$$

$$\frac{dp_1}{dy} = p_2 \quad (3.21)$$

$$\frac{dp_2}{dy} = p_3 \quad (3.22)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{Y} \frac{dp_3}{dy} = P + \frac{(\rho\beta)_{nf}}{(\rho\beta)_f} Gr (\theta_h - 1)\theta \text{Sin}(\gamma) + \frac{\eta_{nf}}{\eta_f} \left(p_2 - \frac{u}{Da} \right) - \frac{\sigma_{nf}}{\sigma_f} Ha^2 u \\ - \frac{\rho_{nf}}{\rho_f} \left(p_1 Re + F \frac{u^2}{\sqrt{Da}} \right) \end{aligned} \quad (3.23)$$

$$\frac{d\theta}{dy} = q \quad (3.24)$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\kappa_{nf}}{\kappa_f} + Rd((\theta_h - 1)\theta + 1)^3 \right) \frac{dq}{dy} \\ &= RePr \frac{(\rho C)_{nf}}{(\rho C)_f} q_1 \\ & - \frac{Br}{(\theta_h - 1)} \left[\frac{\eta_{nf}}{\eta_f} \left(p_1^2 + \frac{u^2}{Da} \right) + \frac{\sigma_{nf}}{\sigma_f} Ha^2 u^2 + \frac{\rho_{nf}}{\rho_f} \frac{F}{\sqrt{Da}} u^3 \right. \\ & \left. + \frac{1}{Y} p_2^2 \right] - 3 Rd(\theta_h - 1)((\theta_h - 1)\theta + 1)^2 q^2 \end{aligned} \quad (3.25)$$

Note que la nueva variable que aparece en la ecuación (3.23), $Y^2 = 1/\lambda$, es el parámetro inverso de esfuerzo acoplado, tal expresión es directamente proporcional a la viscosidad dinámica, $Y^2 = \eta_f a^2 / \delta$.

Las condiciones iniciales son

$$u(0) = \varepsilon \quad (3.26)$$

$$p1(0) = \frac{\varepsilon}{\alpha_1}, p2(0) = 0, p3(0) = \omega \quad (3.27)$$

$$\theta(0) = \varphi \quad (3.28)$$

$$q(0) = \frac{\kappa_f}{\kappa_{nf}} \left[Bi_1(\varphi - 1) + \frac{Nr_1}{\theta_h - 1} \left(((\theta_h - 1)\varphi + 1)^4 - \theta_h^4 \right) \right] \quad (3.29)$$

Aquí, ω , φ y ε son determinados partiendo de un conjunto de valores iniciales y repitiendo el proceso de solución hasta que las siguientes expresiones evaluadas en la frontera superior estén satisfechas

$$p(1) = -\frac{u(1)}{\alpha_2} \quad (3.30)$$

$$p_2(1) = 0 \quad (3.31)$$

$$q(1) = -\frac{\kappa_f}{\kappa_{nf}} \left[Bi_2 \theta(1) + \frac{Nr_2}{\theta_h - 1} \left(((\theta_h - 1)\theta(1) + 1)^4 - 1 \right) \right] \quad (3.32)$$

Las soluciones numéricas de las ecuaciones no lineales acopladas fueron encontradas aplicando Runge-Kutta con la técnica shooting, tal como en otras investigaciones [49]. Para alcanzar un valor preciso se utilizó el criterio de seis dígitos significativos. En esta investigación, usamos un tamaño de paso de 0.01 y exactitud local de orden siete.

Los resultados numéricos actuales son validados con soluciones analíticas de la velocidad y temperatura en los casos limites cuando $F = Gr = \lambda = 0$ y $Rd = Nr = 0$, respectivamente.

La expresión analítica del campo de velocidad del nanofluido es entonces dado por

$$u = e^{\frac{F_1}{2}y} (c_1 \sinh[F_2 y] + c_2 \cosh[F_2 y]) + \frac{P}{\frac{\sigma_{nf}}{\sigma_f} Ha^2 + \frac{\eta_{nf}}{\eta_f} \frac{1}{Da}}$$

Donde

$$F_1 = \frac{\eta_f \rho_{nf}}{\eta_{nf} \rho_f} Re, \quad F_2 = \sqrt{\left(\frac{F_1}{2}\right)^2 + \frac{\eta_f \sigma_{nf}}{\eta_{nf} \sigma_f} Ha^2 + \frac{1}{Da}},$$

$$c_1 = \frac{P \left(1 - \frac{(\alpha_1 F_2 + F_3)(2 - \alpha_1 F_1)}{(2 - \alpha_1 F_1)F_3 + 2\alpha_1 F_2 F_4} \right)}{\left(\frac{\sigma_{nf}}{\sigma_f} Ha^2 + \frac{\eta_{nf}}{\eta_f} \frac{1}{Da} \right) \alpha_1 F_2}$$

$$c_2 = \frac{2P \left(\frac{\alpha_1 F_2 + F_3}{(2 - \alpha_1 F_1)F_3 + 2\alpha_1 F_2 F_4} \right)}{\frac{\sigma_{nf}}{\sigma_f} Ha^2 + \frac{\eta_{nf}}{\eta_f} \frac{1}{Da}}$$

$$F_3 = e^{\frac{F_1}{2}} \sinh[F_2] + \alpha_2 \frac{F_1}{2} e^{\frac{F_1}{2}} \sinh[F_2] + \alpha_2 F_2 e^{\frac{F_1}{2}} \cosh[F_2]$$

$$F_4 = e^{\frac{F_1}{2}} \cosh[F_2] + \alpha_2 \frac{F_1}{2} e^{\frac{F_1}{2}} \cosh[F_2] + \alpha_2 F_2 e^{\frac{F_1}{2}} \sinh[F_2]$$

La solución exacta para la temperatura del nanofluido para el caso límite está dada por

$$\theta = c_3 + c_4 e^{F_5 y}$$

Donde

$$F_5 = \frac{k_f (\rho C)_{nf} Pe}{k_{nf} (\rho C)_f}$$

$$c_3 = \frac{(\rho C)_f Br}{(\rho C)_{nf} Pe(\theta_h - 1)} \int \left(\frac{\eta_{nf}}{\eta_f} \left[\left(\frac{du}{dy} \right)^2 + \frac{u^2}{Da} \right] + \frac{\sigma_{nf}}{\sigma_f} Ha^2 u^2 \right) dy + A$$

$$c_4 = -\frac{(\rho C)_f Br}{(\rho C)_{nf} Pe(\theta_h - 1)} \int \left(\frac{\eta_{nf}}{\eta_f} \left[\left(\frac{du}{dy} \right)^2 + \frac{u^2}{Da} \right] + \frac{\sigma_{nf}}{\sigma_f} Ha^2 u^2 \right) e^{-F_5 y} dy + B$$

Aquí, las constantes de arriba A y B son obtenidas usando las condiciones de fronteras, ecuaciones (3.12) y (3.13) donde $Nr_1 = Nr_2 = 0$. Estas constantes que están en función de $Re, \alpha, Ha, Da, P, Br, Pe, Bi, \theta_h$ y ϕ fueron generadas usando el comando Solve en el software Mathematica. Como las expresiones analíticas para las constantes de arriba son muy largas y complicadas, no se presentan aquí.

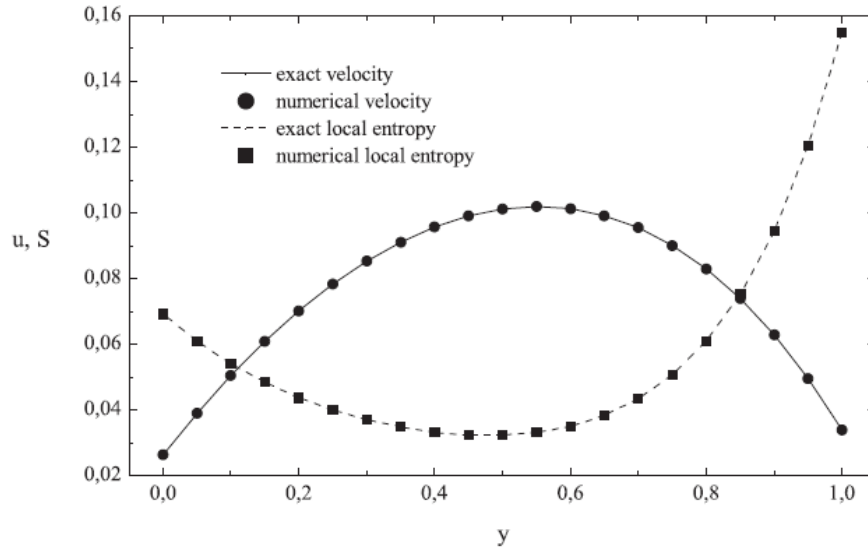


Figura 3.2. Comparación de los resultados numéricos presentes para la velocidad y generación de entropía local con sus valores analíticos exactos. $Bi = Ha = Re = P = Br = Da = 1, \beta = \pi/6, \theta_h = 1.5, \alpha = \phi = 0.1$

Estas soluciones exactas son comparadas con nuestros resultados numéricos. Dichas comparaciones son mostradas en las figuras 3.2 y 3.3. De estas figuras, puede observarse que los valores numéricos y los valores exactos analíticos coinciden perfectamente. Por lo tanto, esto permite asegurar la exactitud y validez de nuestro proceso y resultados numéricos.

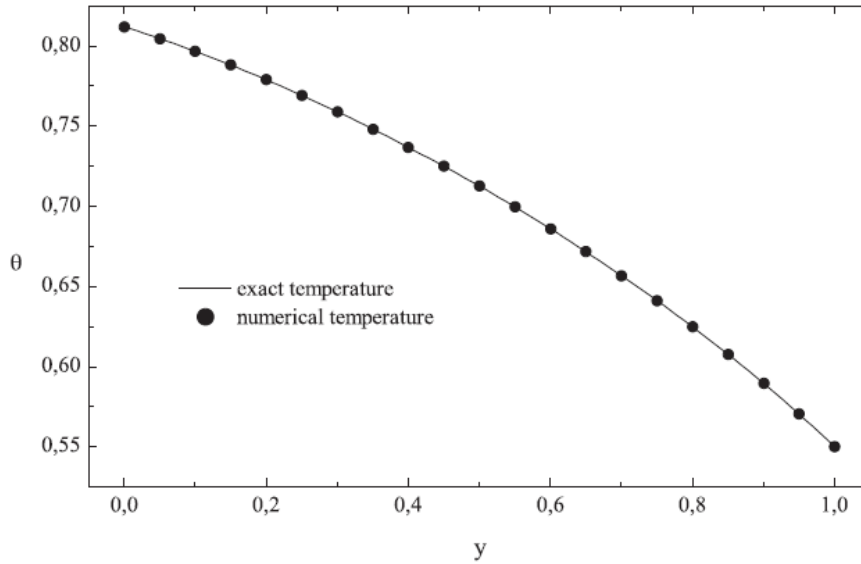


Figura 3.3. Comparación de los resultados numéricos presentes para el perfil de temperatura con sus valores analíticos exactos. $Bi = Ha = Re = P = Br = Da = 1$, $\beta = \pi/6$, $\theta_h = 1.5$, $\alpha = \phi = 0.1$

3.2.4. Generación de entropía

El comportamiento de la velocidad y temperatura descrito arriba es usado para calcular la producción de entropía explícitamente en términos de parámetros que caracterizan al sistema que se analiza.

La generación de entropía es calculada explícitamente en término de fuentes irreversibles presentes en el sistema de la siguiente forma

$$\begin{aligned}
 S' = & \frac{1}{T^2} \left(\kappa_{nf} + \frac{16\sigma T^3}{3K^*} \right) \left(\frac{dT}{dy'} \right)^2 \\
 & + \frac{1}{T} \left[\eta_{nf} \left(\left(\frac{du'}{dy'} \right)^2 + \frac{u'^2}{K} \right) + \sigma_{nf} B_0^2 u'^2 + \frac{\rho_{nf} F}{\sqrt{K}} u'^3 \right. \\
 & \left. + \delta \left(\frac{d^2 u'}{dy'^2} \right)^2 \right] \quad (3.33)
 \end{aligned}$$

La ecuación adimensional de la generación de entropía es entonces

$$\begin{aligned}
 S = & \frac{(\theta_h - 1)^2}{((\theta_h - 1)\theta + 1)^2} \left(\frac{\kappa_{nf}}{\kappa_f} + Rd((\theta_h - 1)\theta + 1)^3 \right) \left(\frac{d\theta}{dy} \right)^2 \\
 & + \frac{Br}{((\theta_h - 1)\theta + 1)} \left[\frac{\eta_{nf}}{\eta_f} \left(\left(\frac{du}{dy} \right)^2 + \frac{u^2}{Da} \right) + \frac{\sigma_{nf}}{\sigma_f} Ha^2 u^2 \right. \\
 & \left. + \frac{\rho_{nf}}{\rho_f} \frac{F}{\sqrt{Da}} u^3 + \lambda \left(\frac{d^2 u}{dy^2} \right)^2 \right] \quad (3.34)
 \end{aligned}$$

donde S es normalizado por κ_f/a^2 . En la ecuaciones (3.33) y (3.34), el primer y segundo término están asociados con irreversibilidades causados por el flujo de calor por conducción y radiación, respectivamente. El tercer término está relacionado a la disipación viscosa resultante de la fricción del nanofluido; el cuarto y sexto término consideran las irreversibilidades asociadas al arrastre no lineal de Darcy y Forchheimer, respectivamente; el quinto término considera la producción de entropía asociado con el calentamiento Óhmico mientras que el último término representa pérdidas de energía útil debido al efecto de esfuerzo acoplado en el nanofluido. Una vez que la generación de entropía local, S , es obtenida, puede ser integrada sobre todo el sistema, de $y = 0$ a $y = 1$, para determinar la generación global de entropía, $\langle S \rangle$, entonces la expresión $\langle S \rangle$ estará en función de Da , F , θ_h , Rd , ϕ , Gr , Nr , Re , Br , Pr , Ha , α , γ , λ y Bi que caracterizan la operación del sistema.

3.2.5. Evaluación de la transferencia de calor. Número de Nusselt.

El comportamiento de la transferencia de calor dentro del microcanal considerando la transferencia de calor por conducción y por radiación es dado por el número de Nusselt. Para la placa inferior calentada el número de Nusselt local es definido como

$$Nu = -\frac{\alpha \left(\kappa_{nf} + \frac{16\sigma T^3}{3K^*} \right)}{\kappa_f (T_{(y'=0)} - T_b)} \left(\frac{\partial T}{\partial y'} \right)_{y'=0} \quad (3.35)$$

Y la forma adimensional es escrita como

$$Nu = -\frac{\left(\frac{\kappa_{nf}}{\kappa_f} + Rd((\theta_h - 1)\theta + 1)^3 \right)}{\theta_{(y=0)} - \frac{\int_0^1 u\theta dy}{\int_0^1 u dy}} \left(\frac{d\theta}{dy} \right)_{y=0} \quad (3.36)$$

donde T_b y $T_{(y'=0)}$ son la temperatura de la masa y temperatura de la placa inferior, respectivamente.

Note que cuando $Rd = 0$ y $\lambda \rightarrow 0$ o $Y \rightarrow \infty$, la expresión de arriba de Nu concuerda con la expresión del número de Nusselt presentado en Ibáñez [25] y López [49] donde los efectos de radiación y esfuerzo acoplado no son considerados.

3.3. Resultados y análisis

En esta sección se investiga los impactos de algunos parámetros relevantes sobre los perfiles de velocidad y temperatura, así como también sobre el transporte de calor y producción de entropía. Estos parámetros y sus intervalos de valores explorados son: parámetro de esfuerzo acoplado λ (0-1), parámetro conducción-radiación Nr (0-10), número de Darcy Da (0-10), deslizamiento hidrodinámico α (0-0.1), concentración de nanopartículas ϕ (0-0.2), número de Eckert Ec (0-10), y número de Hartmann Ha (0-5). Además, se muestran las gráficas más relevantes y se realiza el análisis de cada comportamiento considerando la interpretación física y teórica de cada parámetro. Los valores de las cantidades que se consideran constantes en el análisis de cada una de las figuras son mostrados en el título de dichas figuras.

3.3.1. Comportamiento dinámico

El efecto de la fracción de volumen de las nanopartículas ϕ y del esfuerzo acoplado λ sobre la velocidad del nanofluido es ilustrado en la Figura 3.4. Un incremento tanto de ϕ y λ produce un decrecimiento de la velocidad en cualquier parte dentro del canal. Este comportamiento es debido al incremento en la viscosidad y consecuentemente en la fuerza de fricción, la cual está dirigida en contra del movimiento del nanofluido, y por tanto, el flujo disminuye su velocidad.

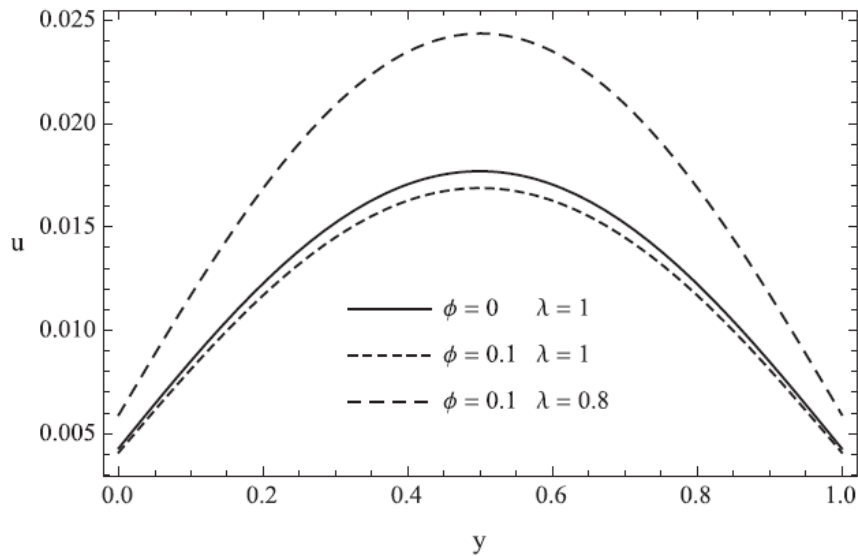


Figura 3.4. Perfiles de velocidad para diferentes valores de ϕ y λ . $Bi = Nr = Ha = Re = Rd = Gr = P = Br = Da = 1$, $F = 5$, $\beta = \pi/6$, $\theta_h = 1.5$, $\alpha = 0.1$

Los efectos del número de Darcy Da y del deslizamiento α en la velocidad del nanofluido son mostrados en la Figura 3.5. Por un lado, el número de Darcy Da es directamente proporcional a la permeabilidad del medio poroso, es decir, cuando Da tiende a infinito, el efecto del medio poroso desaparece, y por tanto, la fricción con el medio poroso es despreciable y el flujo aumenta. Por otro lado, el efecto del deslizamiento sobre las placas causa un decrecimiento en la fricción cerca de las paredes, y consecuentemente esto provoca un incremento en la velocidad.

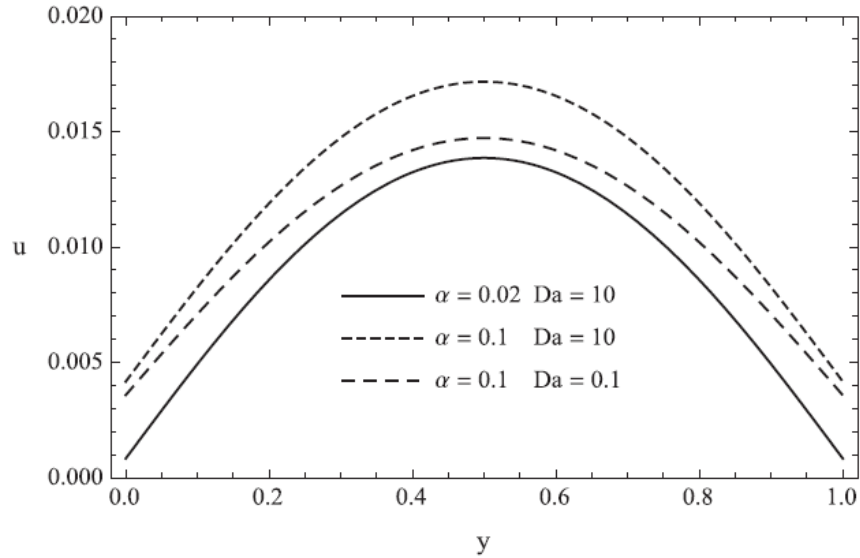


Figura 3.5. Perfiles de velocidad para diferentes valores de Da y α . $Bi = Nr = Ha = Re = Rd = \lambda = Gr = P = Br = 1$, $F = 5$, $\beta = \pi/6$, $\theta_h = 1.5$, $\phi = 0.1$

En la Figura 3.6, la presencia del campo magnético externo produce una disminución de la velocidad en el sistema a medida que aumenta; esto es debido a la fuerza de Lorentz la cual se opone al movimiento del nanofluido. Sin embargo, el flujo siempre incrementa con el número de Eckert Ec . Cuando Ec se incrementa, la temperatura del nanofluido aumenta favoreciendo el incremento de la fuerza de flotación, y por ende, el fluido se acelera.

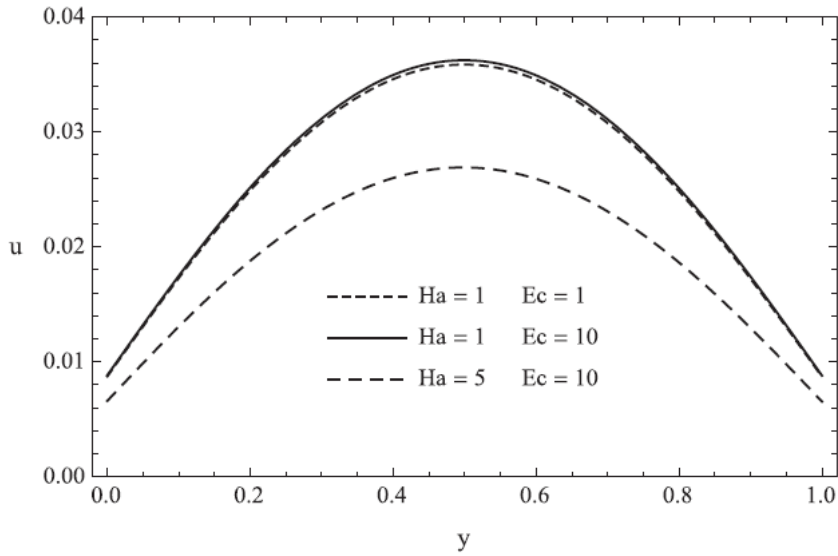


Figura 3.6. Perfiles de velocidad para diferentes valores de Ha y Ec . $Bi = Nr = Rd = Pr = \lambda = 1$, $Re = P = 2$, $Gr = F = 5$, $\beta = \pi/6$, $\theta_h = 1.5$, $Da = \alpha = \phi = 0.1$

El efecto de Nr sobre la velocidad es insignificante, por esta razón, no se presenta gráficamente. La velocidad tiende a disminuir ligeramente cuando Nr aumenta debido a la disminución de la temperatura media del nanofluido.

3.3.2. Comportamiento térmico

La Figura 3.7 muestra que a medida que la concentración de nanopartículas incrementa, la temperatura disminuye desde la parte inferior del canal hasta una distancia dada en la dirección transversal ($y = 0.63$) y después aumenta. Esto es explicado por el hecho de que la difusividad y la conductividad térmica aumentan con ϕ . Esto causa un incremento en el flujo de calor que va desde la parte inferior más caliente del ducto hacia la superior, y por tanto, la temperatura disminuye en la parte inferior del ducto e incrementa en la parte superior.

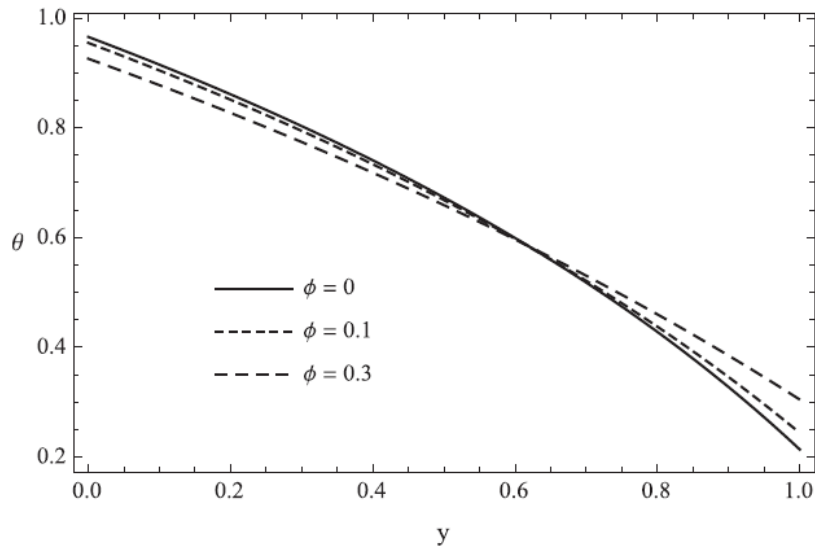


Figura 3.7. Perfiles de temperatura para diferentes valores de ϕ . $Bi = Nr = Ha = Re = Rd = \lambda = Gr = P = Br = Da = 1, F = 5, \beta = \pi/6, \theta_h = 1.5, \alpha = 0.1$

Un comportamiento similar es mostrado en la Figura 3.8 donde los perfiles de temperatura son presentados para diferentes valores de Nr . Sin embargo, a diferencia de la Figura 3.7, la temperatura aumenta en la parte inferior del ducto hasta $y = 0.3$ y a partir de ahí disminuye. Cuando Nr aumenta, el flujo de calor del medio caliente hacia la frontera inferior del ducto aumenta y el flujo de calor de la frontera superior del ducto al ambiente también aumenta. Esto causa un incremento de la temperatura en la región inferior del ducto y una disminución en su región superior.

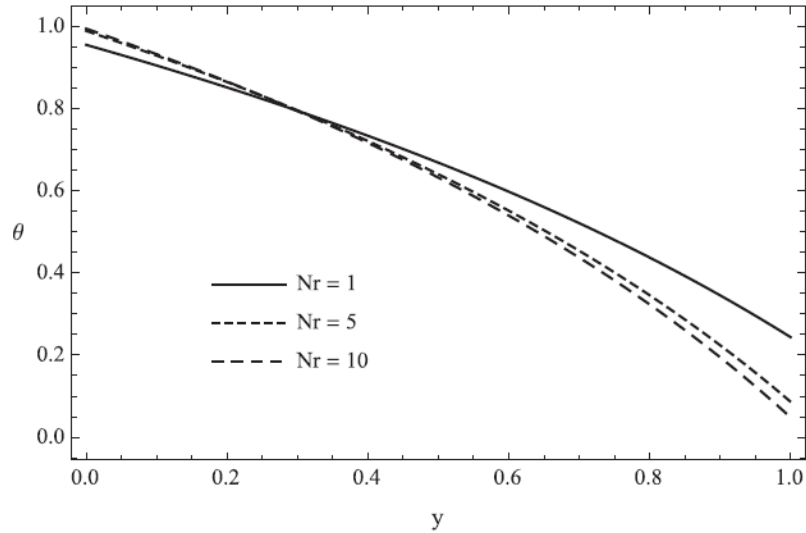


Figura 3.8. Perfiles de temperatura para diferentes valores de Nr . $Bi = Ha = Re = Rd = \lambda = Gr = P = Br = Da = 1$, $F = 5$, $\beta = \pi/6$, $\theta_h = 1.5$, $\alpha = \phi = 0.1$

La Figura 3.9 revela que la temperatura del nanofluido incrementa cuando el número de Eckert Ec aumenta. Este comportamiento es debido al incremento del calentamiento viscoso del nanofluido. Note que los resultados obtenidos para Ec son también válidos para el número de Brinkman Br , cuando $Pr = 1$ ya que en este caso $Br = Ec$. De la Figura 3.9, también puede notarse que la temperatura disminuye con Ha debido principalmente al decrecimiento en el calentamiento viscoso y de Joule.

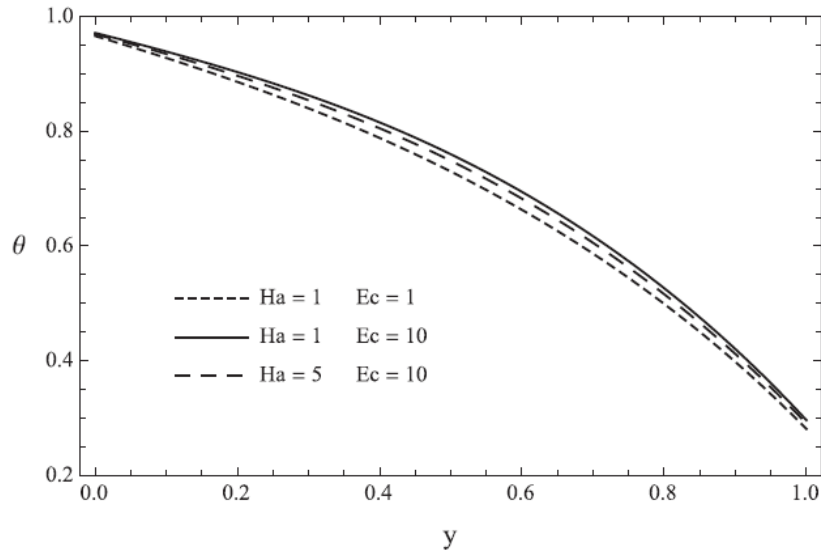


Figura 3.9. Perfiles de temperatura para diferentes valores de Ha y Ec . $Bi = Nr = Rd = Pr = \lambda = 1$, $Re = P = 2$, $Gr = F = 5$, $\beta = \pi/6$, $\theta_h = 1.5$, $Da = \alpha = \phi = 0.1$

Los efectos de Da , α y λ sobre la temperatura del nanofluido no son significativos. La temperatura tiende a disminuir ligeramente cuando λ aumenta, mientras que aumenta ligeramente con Da y α . La temperatura incrementa ligeramente tanto con la permeabilidad del medio poroso como con el flujo de deslizamiento, debido al incremento en el flujo y en el gradiente de velocidad como se observa en la Figura 3.5, sin embargo, un comportamiento inverso de la velocidad del nanofluido fue observado en la Figura 3.4 cuando los valores de λ crecen.

3.3.3. Generación de entropía

La Figura 3.10 ilustra los efectos de la concentración de las nanopartículas ϕ y del esfuerzo acoplado λ sobre la producción de entropía. Puede observarse que S siempre disminuye en toda la sección transversal del canal con ϕ y λ debido al decremento en las irreversibilidades asociadas a la fricción y disipación Óhmica en el sistema.

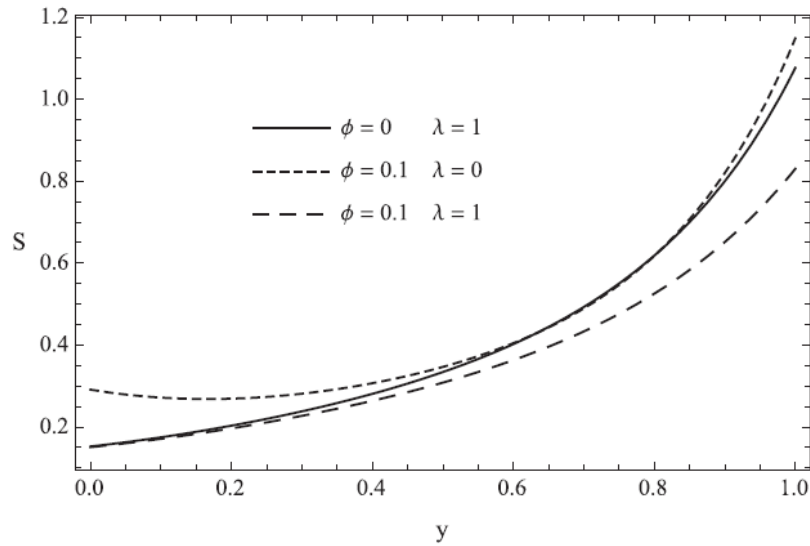


Figura 3.10. Generación de entropía local para diferentes valores de ϕ y λ . $Bi = Nr = Ha = Re = Rd = Gr = P = Br = Da = 1, F = 5, \beta = \pi/6, \theta_h = 1.5, \alpha = 0.1$

En la Figura 3.11, las distribuciones de S para varios valores de Nr son ilustradas. S incrementa en toda la sección transversal del canal. Este comportamiento es atribuido al hecho de que la temperatura media disminuye cuando Nr crece, y por tanto, incrementa la generación de entropía.

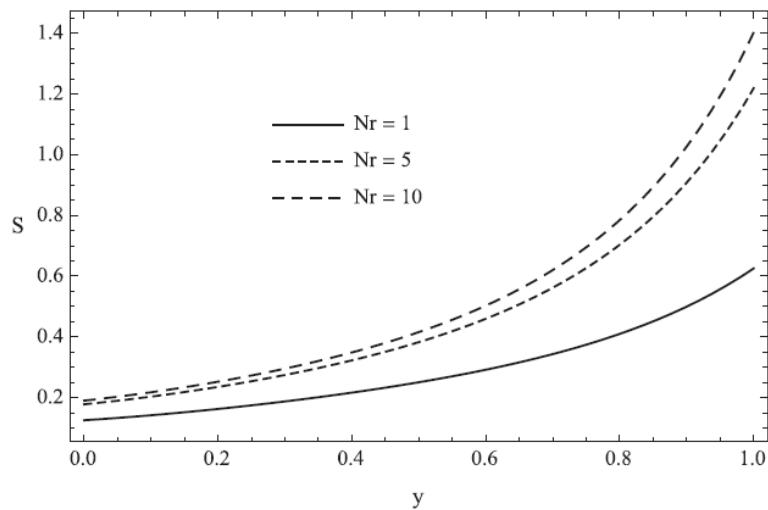


Figura 3.11. Generación de entropía local para diferentes valores de Nr . $Bi = Ha = Re = Rd = Gr = P = Br = Da = \lambda = 1, F = 5, \beta = \pi/6, \theta_h = 1.5, \alpha = \phi = 0.1$

En la Figura 3.12, los efectos del número de Hartmann Ha y el número de Eckert Ec sobre la producción local de entropía son mostrados. Se observa que la entropía incrementa con Ec debido al incremento de las irreversibilidades asociadas a la fricción del nanofluido y la disipación de Joule; sin embargo, un comportamiento inverso con la reducción en las irreversibilidades asociadas a la fricción del nanofluido se presenta cuando Ha aumenta debido a la disminución en el flujo y el gradiente de velocidad.

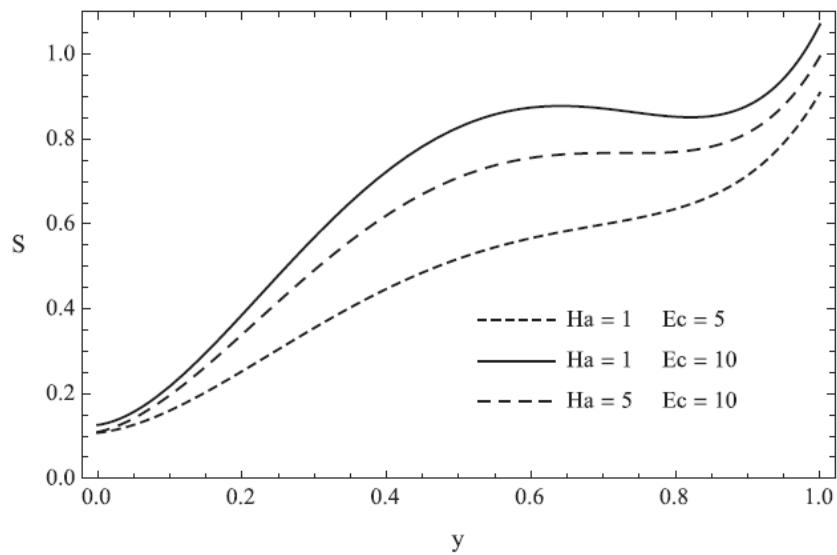


Figura 3.12. Generación de entropía local para diferentes valores de Ha y Ec . $Bi = Nr = Rd = Pr = \lambda = 1$, $Re = P = 2$, $Gr = F = 5$, $\beta = \pi/6$, $\theta_h = 1.5$, $Da = \alpha = \phi = 0.1$

Aunque los efectos de Da y α en la producción de entropía local no son presentados gráficamente porque son muy pequeños, se observó que S siempre crece con Da y disminuye ligeramente para valores pequeños de α y luego incrementa. Por un lado, la velocidad y su gradiente incrementan con Da y por tanto la irreversibilidad asociada con la fricción del nanofluido incrementa. Además, el flujo de deslizamiento disminuye la fricción y consecuentemente, la generación de entropía local disminuye para valores pequeños de α . A partir de ciertos valores más altos de α , S muestra un incremento debido al hecho de que en estos valores de α , el efecto de

aumento en la velocidad domina sobre el decrecimiento en la fricción cerca de las paredes.

En el presente estudio, encontramos valores óptimos del parámetro de esfuerzo acoplado λ y deslizamiento α en el cual la producción global de entropía $\langle S \rangle$ alcanza valores mínimos.

La Figura 3.13 muestra la producción global de entropía contra la longitud de deslizamiento α para varios valores de Da . En todos los casos, condiciones óptimas de operación son alcanzadas con mínima producción de entropía global. Aquí, las irreversibilidades relacionadas con el flujo de calor, la disipación de Joule y la presencia del medio poroso aumentan con α mientras que las relacionadas con el gradiente de velocidad y el parámetro de esfuerzo acoplado disminuyen. Los últimos dos efectos predominan para valores pequeños de α tal que la entropía muestra un valor mínimo. Cuando Da incrementa de 0.1 a 10, el valor óptimo de α cambia desde la posición de 0.007 hasta 0.011. Además, las irreversibilidades causadas por el flujo de calor tienen la mayor contribución a la entropía.

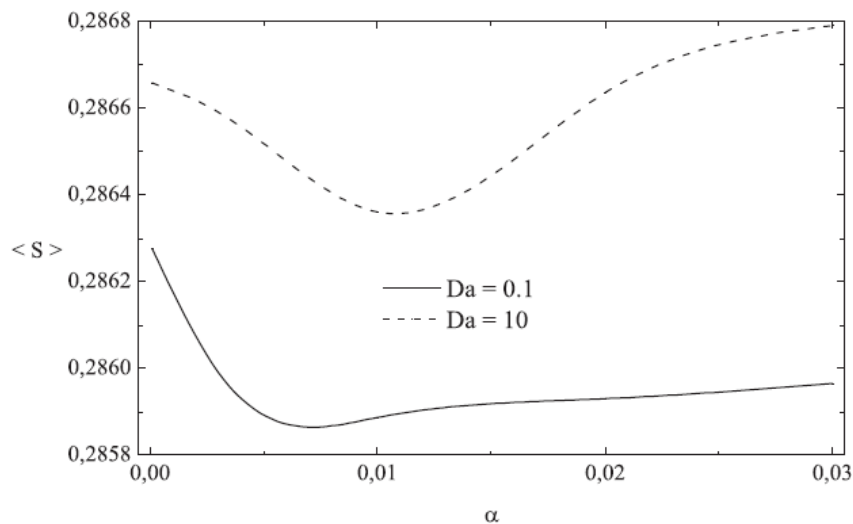


Figura 3.13. Generación de entropía global como función de α para diferentes valores de Da . $Bi = Nr = Ha = Re = Rd = Gr = P = Br = \lambda = 1$, $F = 5$, $\beta = \pi/6$, $\theta_h = 1.5$, $\alpha = \phi = 0.1$

En la Figura 3.14, los valores normalizados de $\langle S \rangle$ son ilustrados como función del parámetro inverso del esfuerzo acoplado $Y = 1/\lambda$ para varias concentraciones de nanopartículas ϕ y el número de Darcy Da . De estas curvas, podemos observar que el valor óptimo de Y se desplaza hacia valores mayores cuando la permeabilidad del medio poroso incrementa; en cambio, cuando Da incrementa de 0.1 a 1, el valor óptimo de Y incrementa de 0.21 a 0.27, respectivamente. Además, el valor mínimo de la entropía global normalizada disminuye con Da y ϕ para los valores explorados y los valores óptimos de Y permanecen constante cuando ϕ aumenta.

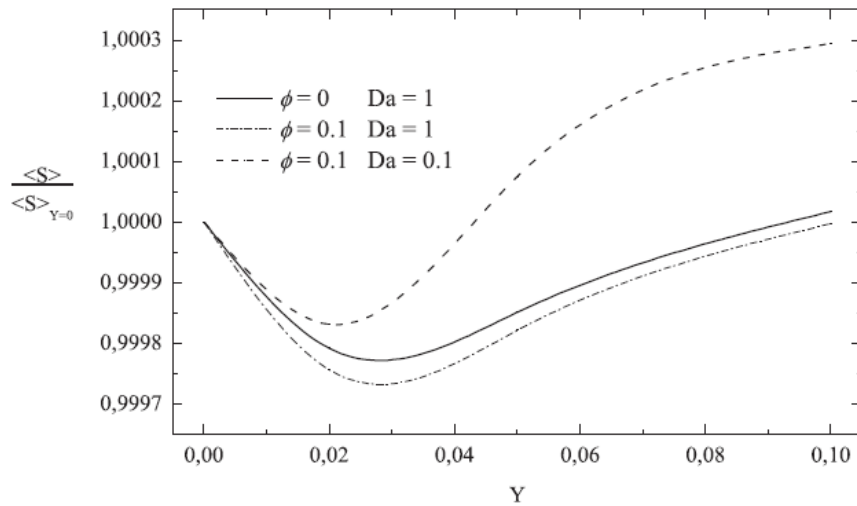


Figura 3.14. Generación de entropía global normalizada como función de Y para diferentes valores de ϕ y Da . $Bi = Nr = Ha = Re = Rd = Gr = P = Br = 1, F = 5, \beta = \pi/6, \theta_h = 1.5, \alpha = 0.1$

3.3.4. Transferencia de calor

Los efectos del parámetro de esfuerzo acoplado λ , concentración de nanopartículas ϕ , y parámetro de conducción-radiación Nr sobre el rendimiento de transporte de calor en las placas caliente y fría son mostrados en las Figuras 3.15 y 3.16, respectivamente. En estas figuras, el número de Nusselt Nu está normalizado por su valor en $Nr = 0$. Los resultados en la Figura 3.15 muestran que el número de

Nusselt normalizado alcanza un valor máximo con Nr en la placa inferior del ducto (placa caliente). Aquí, el gradiente térmico y la diferencia de temperatura entre la placa inferior y la temperatura promedio del nanofluido se incrementa con Nr . Para valores pequeños de Nr , el incremento en el gradiente de temperatura que tiene una relación directa con el número de Nusselt domina sobre el incremento en la temperatura que tiene una relación inversa con el número de Nusselt, de tal manera que el Nusselt muestra un valor máximo.

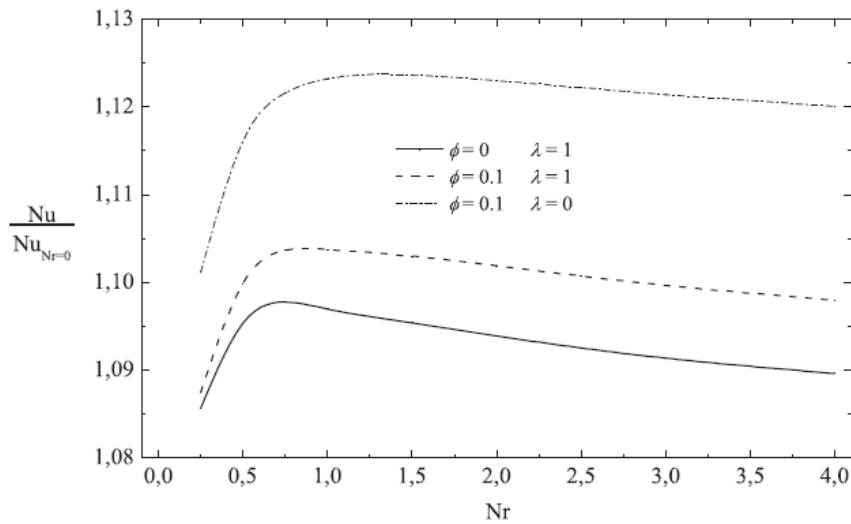


Figura 3.15. Número de Nusselt normalizado en $y = 0$ como una función de Nr para diferentes valores de ϕ y λ . $Bi = Ha = Re = Rd = Gr = P = Br = Da = 1$, $F = 5$, $\beta = \pi/6$, $\theta_h = 1.5$, $\alpha = 0.1$

Además, cuanto mayor sea el valor de λ , menor es este valor máximo de Nu normalizado y el valor óptimo de Nr donde este máximo es alcanzado. También, puede ser visto que el valor máximo del número de Nusselt normalizado incrementa cuando ϕ incrementa y el valor óptimo de Nr con máxima transferencia de calor cambia ligeramente hacia valores más grandes.

En la Figura 3.16, se presenta el número de Nusselt normalizado Nu contra Nr para varios valores de λ y ϕ en $y = 1$ (placa fría). Una vez más, las condiciones de operación con máxima transferencia de calor son alcanzadas para todas las curvas.

Se puede observar que cuando λ y ϕ incrementan, el Nu máximo local normalizado incrementa, y el Nu óptimo con el máximo transporte de calor cambia a valores más grandes de Nr .

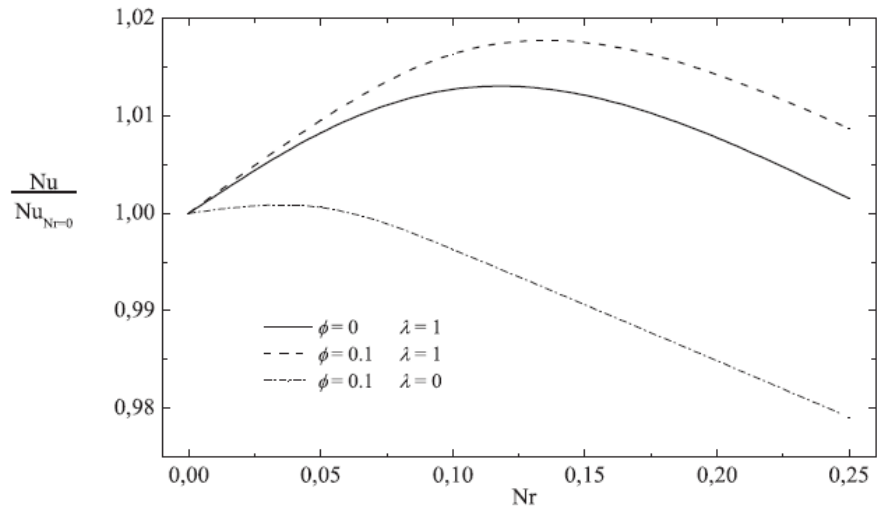


Figura 3.16. Número de Nusselt normalizado en $y = 1$ como una función de Nr para diferentes valores de ϕ y λ . $Bi = Ha = Re = Rd = Gr = P = Br = Da = 1$, $F = 5$, $\beta = \pi/6$, $\theta_h = 1.5$, $\alpha = 0.1$

La Figura 3.17 muestra las variaciones de Nu contra el parámetro de deslizamiento α para varios valores del número de Darcy Da en la placa caliente. Como puede verse en todas de estas curvas, hay un cierto valor de α el cual conduce a un máximo de transferencia de calor. Este valor óptimo de α con máxima transferencia de calor cambia a un valor más grande cuando Da aumenta.

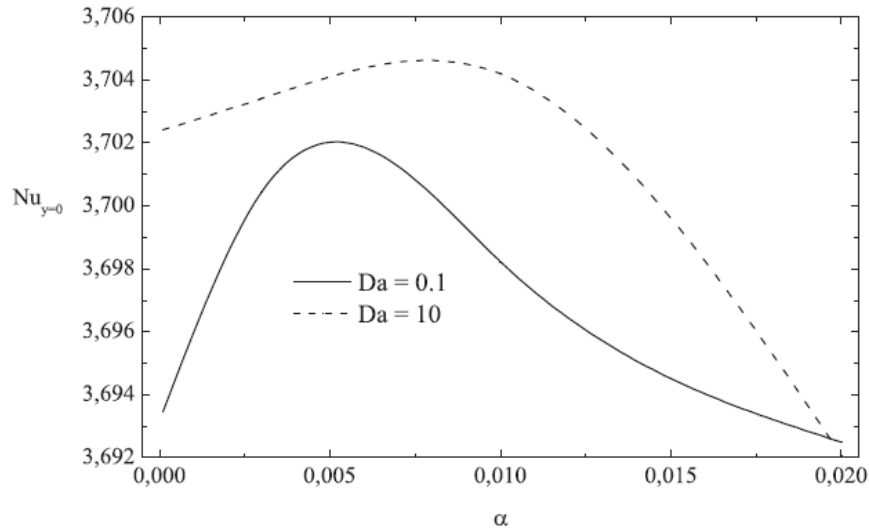


Figura 3.17. Número de Nusselt en la placa caliente como una función de α para diferentes valores de Da . $Bi = Nr = Ha = Re = Rd = Gr = P = Br = \lambda = 1$, $F = 5$, $\beta = \pi/6$, $\theta_h = 1.5$, $\phi = 0.1$

En la Figura 3.18, los valores normalizados del coeficiente de transferencia de calor adimensional como función del parámetro inverso del esfuerzo acoplado Υ son mostrados para la placa caliente y fría. De esta figura, se observa que hay valores máximos de transferencia de calor a través de la placa caliente mientras que valores mínimos de transferencia de calor se alcanzan a través de la placa fría. El comportamiento indica que cuando la concentración de nanopartículas ϕ aumenta, el máximo de Nusselt normalizado y el óptimo de Υ en la placa caliente también aumentan, mientras que el mínimo del número de Nusselt normalizado es menor en la placa fría cuando ϕ incrementa.

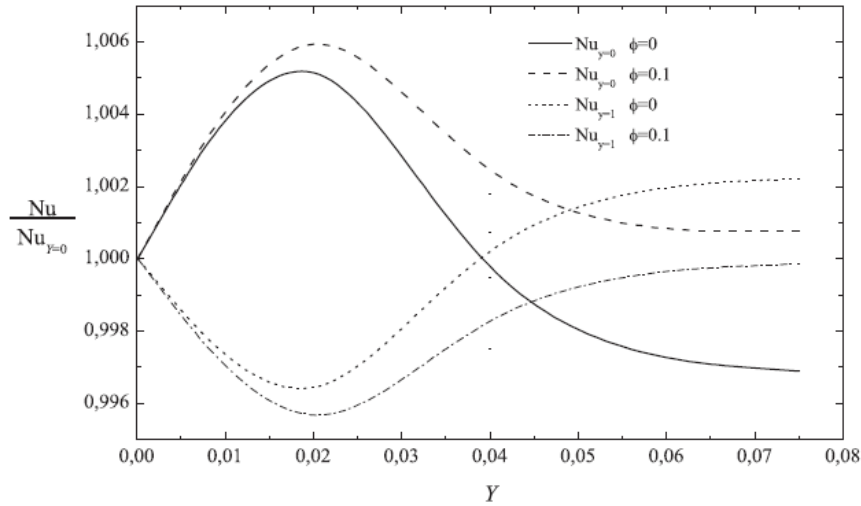


Figura 3.18. Número de Nusselt normalizado en $y = 0$ y $y = 1$ como una función de Y para diferentes valores de ϕ . $Bi = Nr = Ha = Re = Rd = Gr = P = Br = Da = 1$, $F = 5$, $\beta = \pi/6$, $\theta_h = 1.5$, $\alpha = 0.1$

3.4. Conclusiones

Se realizó el análisis de un flujo MHD de nanofluido a través de un ducto inclinado con paredes permeables en presencia de un medio poroso considerando radiación térmica no lineal y flujo de deslizamiento en las fronteras de dicho ducto. Una vez definida la configuración geométrica se definieron las ecuaciones que gobiernan al sistema con las condiciones de frontera apropiadas. El método de Runge-Kutta con ayuda de la técnica de lanzamiento fue utilizado para resolver el sistema de ecuaciones acopladas no lineales.

Los comportamientos de los perfiles de velocidad y temperatura con los diferentes parámetros que caracterizan el sistema son presentados y analizados. Específicamente, fueron analizados los efectos de la concentración de nanopartículas, el parámetro de esfuerzo acoplado, el deslizamiento, el número de Darcy, el número de Hartmann, el número de Eckert y el parámetro de radiación-convección sobre los perfiles de velocidad y temperatura. El impacto del parámetro de esfuerzo acoplado mostró resultados significativos en el comportamiento

dinámico debido a que es una variable directamente proporcional a la viscosidad dinámica del nanofluido.

Además, la generación de entropía local y global del sistema fue analizada. Aquí, valores mínimos de generación global de entropía fueron encontrados para el parámetro inverso de esfuerzo acoplado y el deslizamiento en las paredes. También, se obtuvieron valores máximos o mínimos de transferencia de calor tanto en la pared superior como inferior para los mismos parámetros mencionados anteriormente y el parámetro radiación-convección. Es decir, se encontraron condiciones de operación donde las pérdidas de energía útil son mínimas y valores donde el transporte de calor es máximo.

3.5. Referencias

1. Lee S, Choi SUS, Li S, Eastman JA. Measuring thermal conductivity of fluids containing oxide nanoparticles. *Trans ASME, J Heat Transfer*. 1999; 122:280-289.
2. Wang X, Xu X, Choi SUS. Thermal conductivity of nanoparticle fluid mixture. *J Thermophys Heat Transfer*. 1999; 13: 474-480.
3. Keblinski P, Phillpot SR, Choi SUS, Eastman JA. Mechanisms of heat flow in suspensions of nano-sized particles (nanofluids). *Int J Heat Mass Transfer*. 2002; 45:855-863.
4. Nagarajan PK, Subramani J, Suyambazhahan S, Sathyamurthy R. Nanofluids for solar collector applications: a review. *Energy Procedia*. 2014; 61:2416-2434.
5. Ramesh K, Prakash J. Thermal analysis for heat transfer enhancement in electroosmosis-modulated peristaltic transport of Sutterby nanofluids in a microfluidic vessel. *J Therm Anal Calorim*. 2019; 138(2): 1311-1326.
6. Mohammed MA. A review of entropy generation in microchannels. *Adv Mech Eng*. 2015; 7:1-32.
7. Torabi M, Zhang K, Mahmud S. Temperature and entropy generation analyses between and inside rotating cylinder using copper-water nanofluid. *J Heat Transfer*. 2015; 137(5):051701.

8. Mahian O, Kianifar A, Kleinstreuer C, Al-Nimr MA, Pop I, Sahin AZ. A review of entropy generation in nanofluid flow. *Int J Heat Mass Transfer*. 2013; 65:514-532.
9. Sravanthi CS. Second order velocity slip and thermal jump of Cu–water nanofluid over a cone in the presence of nonlinear radiation and nonuniform heat source/sink using homotopy analysis method. *Heat Transfer*. 2020; 49(1):86-102.
10. Abbas N, Malik MY, Nadeem S. Stagnation flow of hybrid nanoparticles with MHD and slip effects. *Heat Transfer*. 2020; 49(1):180-196.
11. Sultan Z, Ellahi R, Shehzad N, Zeeshan A. Convective radiative plane Poiseuille flow of nanofluid through porous medium with slip: an application of Stefan blowing. *J Mol Liq*. 2019; 273:292-304.
12. Nayak MK, Prakash J, Tripathi D, Pandey VS, Shaw S, Makinde OD. 3D Bioconvective multiple slip flow of chemically reactive Casson nanofluid with gyrotactic microorganisms. *Heat Transfer*. 2020; 49(1):135-153.
13. Ramesh K. Effects of viscous dissipation and Joule heating on the Couette and Poiseuille flows of a Jeffrey fluid with slip boundary conditions. *Propul Power Res*. 2018; 7:329-341.
14. Ramesh K, Sharma T. Effectiveness of radiation and Joule heating on hydromagnetic Carreau fluid through microfluidic channels with slip boundary conditions. *Microsyst Technol*. 2018; 24:4921-4932.
15. Ramesh K, Tripathi D, Bég OA, Kadir A. Slip and Hall current effects on Jeffrey fluid suspension flow in a peristaltic hydromagnetic blood micropump. *Iran J Sci Technol, Trans Mech Eng*. 2019; 43:675-692.
16. Yousofvand R, Derakhshan S, Ghasemi K, Siavashi M. MHD transverse mixed convection and entropy generation study of electromagnetic pump including a nanofluid using 3D LBM simulation. *Int J Mech Sci*. 2017; 133:73-90.
17. Khan MI, Hayat T, Alsaedi A, Qayyum S, Tamoor M. Entropy optimization and quartic autocatalysis in MHD chemically reactive stagnation point flow of Sisko nanomaterial. *Int J Heat Mass Transfer*. 2018; 127: 829-837.

18. Afridi MI, Qasim M, Khan I, Tlili I. Entropy generation in MHD mixed convection stagnation-point flow in the presence of joule and frictional heating. *Case Stud Therm Eng.* 2018; 12:292-300.
19. Ibáñez G, López A, Pantoja J, Moreira J, Reyes JA. Optimum slip flow based on the minimization of entropy generation in parallel plate microchannels. *Energy.* 2013; 50:143-149.
20. Ibáñez G, López A, Pantoja J, Moreira J. Combined effects of uniform heat flux boundary conditions and hydrodynamic slip on entropy generation in a microchannel. *Int J Heat Mass Transfer.* 2014; 73(1):201-206.
21. Ibáñez G. Entropy generation in MHD porous channel with hydrodynamic slip and convective boundary conditions. *Int J Heat Mass Transfer.* 2015; 8(1):274-280.
22. Ali A, Shah Z, Mumraiz S, Kumam P, Awais M. Entropy generation on MHD peristaltic flow of Cu-water nanofluid with slip conditions. *Heat Transfer.* 2019; 48:4301-4319.
23. Goqo SP, Oloniju SD, Mondal H, Sibanda P, Motsa SS. Entropy generation in MHD radiative viscous nanofluid flow over a porous wedge using the bivariate spectral quasi-linearization method. *Case Stud Therm Eng.* 2018; 12:774-788.
24. Malik S, Nayak AK. MHD convection and entropy generation of nanofluid in a porous enclosure with sinusoidal heating. *Int J Heat Mass Transfer.* 2017; 111:329-345.
25. Ibáñez G, López A, Pantoja J, Moreira J. Entropy generation analysis of a nanofluid flow in MHD porous microchannel with hydrodynamic slip and thermal radiation. *Int J Heat Mass Transfer.* 2016; 100(1):89-97.
26. Ibáñez G, López A, López I, Pantoja J, Moreira J, Lastres O. Optimization of MHD nanofluid flow in a vertical microchannel with a porous medium, nonlinear radiation heat flux, slip flow and convective-radiative boundary conditions. *J Therm Anal Calorim.* 2019; 135(6):3401-3420.
27. Baag S, Mishra SR, Dash GC, Acharya MR. Entropy generation analysis for viscoelastic MHD flow over a stretching sheet embedded in a porous medium. *Ain Shams Eng J.* 2017; 8:623-632.

28. Máskaniyan M, Nazari M, Rashidi S, Mahian O. Natural convection and entropy generation analysis inside a channel with a porous plate mounted as a cooling system. *Therm Sci Eng Progr.* 2018; 6:186-193.
29. Astanina MS, Sheremet MA, Oztop HF, Abu-Hamdeh N. MHD natural convection and entropy generation of ferrofluid in an open trapezoidal cavity partially filled with a porous medium. *Int J Mech Sci.* 2018; 136: 493-502.
30. Shit GC, Haldar R, Mandal S. Entropy generation on MHD flow and convective heat transfer in a porous medium of exponentially stretching surface saturated by nanofluids. *Adv Powder Technol.* 2017; 28: 1519-1530.
31. Hayat T, Khan MI, Khan TA, Imran Khan M, Ahmad S, Alsaedi A. Entropy generation in Darcy Forchheimer bidirectional flow of water-based carbon nanotubes with convective boundary conditions. *J Mol Liq.* 2018; 265:629-638.
32. Seth GS, Kumar R, Bhattacharyya A. Entropy generation of dissipative flow of carbon nanotubes in rotating frame with Darcy-Forchheimer porous medium: a numerical study. *J Mol Liq.* 2018; 268:637-646.
33. Stokes VK. Couple stresses in fluids. *Phys Fluids.* 1996; 9:1709-1715.
34. Naduvinamani NB, Siddangouda A. Effect of surface roughness on the hydrodynamic lubrication of porous step-slider bearings with couple stress fluids. *Tribol Int.* 2007; 40:780-793.
35. Ramanaiah G, Sarkar P. Squeeze films and thrust-bearings lubricated by fluids with couple stress. *Wear.* 1978; 48:309-316.
36. Gupta RS, Sharma LG. Analysis of couple stress lubricant in hydrostatic thrust bearings. *Wear.* 1988; 48: 257-269.
37. Valanis KC, Sun CT. Poiseuille flow of a fluid with couple stress with applications to blood flow. *Biorheology.* 1969; 6:85-97.
38. Srivastava LM. Flow of couple stress fluid through stenotic blood-vessels. *J Biomech.* 1985; 18:479-486.
39. Ramesh K, Tripathi D, Beg OA. Cilia-assisted hydromagnetic pumping of biorheological couple stress fluids. *Propul Power Res.* 2019; 8:221-233.

40. Ramesh K. Influence of heat and mass transfer on peristaltic flow of a couple stress fluid through porous medium in the presence of inclined magnetic field in an inclined asymmetric channel. *J Mol Liq.* 2016; 219: 256-271.
41. Ramesh K. Effects of slip and convective conditions on the peristaltic flow of couple stress fluid in an asymmetric channel through porous medium. *Comput Methods Programs Biomed.* 2016; 135:1-14.
42. Adesanya SO, Kareem SO, Falade JA, Arekete SA. Entropy generation analysis for a reactive couple stress fluid flow through a channel saturated with porous material. *Energy.* 2015; 93:1239-1245.
43. Reddy GJ, Kumar M, Kethireddy B, Chamkha AJ. Colloidal study of unsteady magnetohydrodynamic couple stress fluid flow over an isothermal vertical flat plate with entropy heat generation. *J Mol Liq.* 2018; 252: 169-179.
44. Khan NA, Khan H, Ali SA. Exact solutions for MHD flow of couple stress fluid with heat transfer. *J Egypt Math Soc.* 2016; 24:125-129.
45. Hassan AR. The entropy generation analysis of a reactive hydromagnetic couple stress fluid flow through a saturated porous channel. *Appl Math Comput.* 2020; 369:124843.
46. Salawu SO, Oderinu RA, Ohaegbue AD. Thermal runaway and thermodynamic second law of a reactive couple stress hydromagnetic fluid with variable properties and Navier slips. *Sci Afr.* 2020; 7:e00261.
47. Adesanya SO, Dairo OF, Yusuf TA, Onanaye AS, Arekete SA. Thermodynamics analysis for a heated gravity driven hydromagnetic couple stress film with viscous dissipation effects. *Physica A: Stat Mech Appl.* 2020; 540:123150.
48. Nagaraju G, Srinivas J, Ramana Murthy JV, Rashad AM. Entropy generation analysis of the MHD flow of couple stress fluid between two concentric rotating cylindrical with porous lining. *Heat Transfer.* 2017; 46(4): 316-330.
49. López A, Ibáñez G, Pantoja J, Moreira J, Lastres O. Entropy generation analysis of MHD nanofluid flow in a porous vertical microchannel with nonlinear thermal radiation, slip flow and convective-radiative boundary conditions. *Int J Heat Mass Transfer.* 2017; 107:982-994.

50. Eegunjobi AS, Makinde OD. Irreversibility analysis of hydromagnetic flow of couple stress fluid with radiative heat in a channel filled with a porous medium. *Res Phys*. 2017; 7:459-469.
51. Cho CC, Chiu CH, Lai CY. Natural convection and entropy generation of Al₂O₃-water nanofluid in an inclined wavy-wall cavity. *Int J Heat Mass Transfer*. 2016; 97:511-520.
52. Srinivasacharya D, Bindu KH. Entropy generation in a micropolar fluid flow through an inclined channel with slip and convective boundary conditions. *Energy*. 2015; 91:72-83.
53. Bahiraei M, Gorjaei AR, Shahidian A. Investigating heat transfer and entropy generation for mixed convection of CuO-water nanofluid in an inclined annulus. *J Mol Liq*. 2017; 248:36-47.
54. Taghizadeh S, Asaditaheri A. Heat transfer and entropy generation of laminar mixed convection in an inclined lid driven enclosure with a circular porous cylindrical. *Int J Therm Sci*. 2018; 134:242-257.
55. Ahmed S, Bég OA, Ghosh SK. A couple stress fluid modeling on free convection oscillatory hydromagnetic flow in an inclined rotating channel. *Ain Shams Eng J*. 2014; 5:1249-1265.

Capítulo IV

ANÁLISIS DEL EFECTO DE DIFERENTES TIPOS DE NANOFLUIDOS Y DE LA FORMA DE LAS NANOPARTÍCULAS SÓLIDAS DEL NANOFLUIDO EN LA TRANSFERENCIA DE CALOR Y LA GENERACIÓN DE ENTROPÍA.

4.1. Introducción

Los nanofluidos pueden contener diferentes tipos de nanopartículas sólidas tales como óxidos, metales y carburos en fluidos bases como agua, etilenglicol, propilenglicol y aceite mineral [1]. Algunas aplicaciones específicas de nanofluidos son encontradas en varios equipos electrónicos, suministro de energía, generación de energía y aire acondicionado.

Existen diferentes nanopartículas con características particulares tales como el óxido de aluminio Al_2O_3 , cobre Cu, y el óxido de titanio TiO_2 . Las propiedades termofísicas de estas nanopartículas son distintas entre ellas.

Las nanopartículas de cobre reciben mucha atención por su alta conductividad eléctrica, alto punto de fusión, comportamiento de baja migración electroquímica y bajo costo [2,3]. Debido a sus características y propiedades únicas, el Cu ha encontrado muchas aplicaciones en nanotecnología, incluyendo transformación orgánica catalítica, electrocatálisis y fotocatalálisis [4].

El dióxido de titanio (TiO_2) es un componente multifacético. El dióxido de titanio es un fotocatalizador bien conocido para el tratamiento del agua y aire, así como la producción catalítica de gases [5]. Los grandes esfuerzos dedicados a la investigación del material TiO_2 produjeron muchas promesas útiles en áreas que van desde fotovoltaica y fotocatalálisis hasta foto-electrocrómicos y sensores [6].

El óxido de aluminio (Al_2O_3) se ha utilizado en forma de nanopartículas en numerosas aplicaciones industriales. De acuerdo con Eletta [7], puede ser usado en compuestos plásticos [8], como catalizador o soporte de catalizador [9], absorbente [10] y precursor para el desarrollo de nanopartículas. Además, se han encontrado diversas aplicaciones en la vida humana, particularmente en biomedicina y

biotecnología, donde son usados en distribución de medicamentos, biosensores, tratamientos de enfermedades, destrucción de microbios y estabilización biomolecular [11].

La calidad del nanofluido no sólo depende del tipo de nanopartículas sino de sus formas. Usualmente los investigadores consideran nanopartículas de forma esférica. Sin embargo, en cuestiones prácticas, las nanopartículas en forma esférica tienen sus limitaciones. Muchos estudios están tomando en cuenta diferentes formas de nanopartículas tales como cilíndrica, discoidal, oblata y cúbica, las cuales se pueden observar en la Figura 4.1. Además, dentro de la literatura relacionada con nanofluidos que tienen nanopartículas de forma no esférica se han encontrado que estas tienen propiedades favorables para ser un buen candidato en la terapia contra el cáncer [12].



Figura 4.1. Forma de las nanopartículas sólidas: Discoidal, Oblata, Cilíndrica y Cúbica

Existen investigaciones que estudian el comportamiento de las distintas formas y tipos de nanopartículas sumergidas en diferentes fluidos base. Tal es el caso de Aaiza y colaboradores [13] quienes analizaron el comportamiento dinámico y térmico de flujo MHD inestable a través de un canal vertical lleno con un medio poroso tomando en cuenta cuatro formas diferentes de las nanopartículas de Al_2O_3 sumergidas en etilenglicol y en agua. Un análisis similar realizó Khan [14] quien consideró la configuración geométrica de Aaiza para nanopartículas de disulfuro de

molibdeno (MoS_2) usando agua como fluido base para las mismas formas de las nanopartículas. Las pérdidas de energía útil y fenómenos de transporte para las diferentes formas y tipos de nanopartículas no han sido estudiados ampliamente.

De lo mencionado anteriormente se deduce la importancia de analizar el efecto tanto del tipo de nanopartículas como de la forma de estas en los comportamientos dinámico y térmico de los nanofluidos, así como en la producción de entropía y transferencia de calor.

En el presente capítulo, el estudio realizado en el capítulo anterior es extendido con el objetivo, por un lado, de incluir los efectos de diferentes tipos de nanopartículas tales como Al_2O_3 , Cu y TiO_2 , y por el otro, incluir las influencias de diferentes formas que pueden tener estas nanopartículas sólidas sobre la generación de entropía y transferencia de calor. En el presente capítulo se considera la misma configuración geométrica y modelo matemático resuelto en el capítulo III y se realiza el análisis considerando distintas formas de las nanopartículas tales como las formas cilíndrica, discoidal, elipsoidal y cúbica para el caso del Al_2O_3 . Los resultados mostraron que fue posible encontrar mínimos de entropía global y máximos de transferencia de calor independientemente de la forma de las nanopartículas.

4.2. Comportamiento dinámico y térmico de diferentes tipos de nanofluidos

En esta sección, se exploran los efectos de la concentración de nanopartículas sólidas en la velocidad, temperatura y producción de entropía local para diferentes tipos de nanopartículas Al_2O_3 , Cu y TiO_2 en agua. La Tabla 4.1 muestra las propiedades termofísicas del fluido base y cada tipo de nanopartículas mientras que los perfiles de flujo, temperatura y producción de entropía local son presentados en las Tablas 4.2 a 4.4, respectivamente, cuando ϕ es variado.

Tabla 4.1. Propiedades termofísicas de fluido base y nanopartículas

	$\rho, \text{kg/m}^3$	$C_p, \text{J/kg} \cdot \text{K}$	$K, \text{W/m} \cdot \text{K}$	$\beta \times 10^{-5}, 1/\text{K}$	$\sigma, \text{S/m}$
Agua (H_2O)	997.1	4179	0.613	21	5.5×10^{-6}
Alúmina (Al_2O_3)	3970	765	40	0.85	35×10^6
Cobre (Cu)	8933	385	400	1.67	59.6×10^6
Dióxido de Titanio (TiO_2)	4250	686.2	8.9528	0.9	2.6×10^6

Los resultados muestran que la velocidad del Cu-agua es mayor. También, el flujo de los tres nanofluidos disminuye cuando ϕ aumenta debido a que se incrementa la densidad de los nanofluidos y por ende su viscosidad.

Se observa que para todos los nanofluidos estudiados, cuando la concentración de nanopartículas sólidas aumenta, la temperatura disminuye hasta $y = 0.7$, y después de eso, aumenta. Esto está asociado con el incremento de la conductividad térmica y el flujo de calor con ϕ . Además, la temperatura del Cu-agua es la más baja en la región inferior del canal y la más alta en la región superior debido que el cobre tiene la más alta conductividad térmica y consecuentemente el flujo de calor desde el inferior hacia la región superior del canal es mayor.

Los efectos de ϕ sobre la producción de entropía local para los tres nanofluidos estudiados son presentado en la Tabla 4.3. La generación de entropía tiene una dependencia inversa con la temperatura, y por tanto, un incremento en la producción local de entropía es observado en la región inferior del canal hasta alrededor de $y = 0.5$ donde comienza a disminuir. Note que la entropía local del TiO_2 -agua es la más baja en la región inferior del canal mientras que es el más alta cerca de la región superior. Esto está en correspondencia con el hecho que la temperatura del TiO_2 -agua es más alta en la región inferior del canal mientras que es más baja cerca de la región superior.

Tabla 4.2. Velocidad para diferentes valores de ϕ en Al_2O_3 -agua, Cu-agua y TiO_2 -agua

<i>y</i>	$\phi = 0.1$				$\phi = 0.15$			$\phi = 0.2$		
	Agua	Al_2O_3 -agua	Cu-agua	TiO_2 -agua	Al_2O_3 -agua	Cu-agua	TiO_2 -agua	Al_2O_3 -agua	Cu-agua	TiO_2 -agua
0	0.0038602	0.0035758	0.0036055	0.0036052	0.0034302	0.0034596	0.0034314	0.0032603	0.0032943	0.0032986
0.1	0.0076444	0.0070807	0.0071399	0.0071391	0.0067924	0.0068509	0.0067948	0.0064556	0.0065234	0.0065316
0.2	0.0110087	0.0101954	0.0102831	0.0102807	0.0097803	0.0098670	0.0097838	0.0092944	0.0093946	0.0094046
0.3	0.0136304	0.0126217	0.0127352	0.0127294	0.0121089	0.0122209	0.0121134	0.0115063	0.0116355	0.0116442
0.4	0.0152857	0.0141535	0.0142881	0.0142777	0.0135815	0.0137138	0.0135867	0.0129056	0.0130575	0.0130622
0.5	0.0158440	0.0143708	0.0141920	0.0148039	0.0140833	0.0142279	0.0140889	0.0133840	0.0135492	0.0135485
0.6	0.0152643	0.0141354	0.0142880	0.0142687	0.0135768	0.0137235	0.0135824	0.0129055	0.0130719	0.0130665
0.7	0.0135934	0.0125895	0.0127347	0.0127138	0.0121006	0.0122373	0.0121057	0.0115058	0.0116593	0.0116515
0.8	0.0109666	0.0101569	0.0102819	0.0102627	0.0097705	0.0098849	0.0097747	0.0092934	0.0094201	0.0094132
0.9	0.0076093	0.0070461	0.0071383	0.0071240	0.0067840	0.0068651	0.0067869	0.0064545	0.0065427	0.0065394
1	0.0038416	0.0035561	0.0036045	0.0035972	0.0034258	0.0034669	0.0034272	0.0032596	0.0033037	0.0033032

Nota: $Bi = Nr = Ha = Re = Rd = Gr = P = Br = \lambda = 1$, $F = 5$, $\beta = \pi/6$, $\theta_h = 1.5$, $Da = \alpha = 0.1$

Tabla 4.3. Temperatura para diferentes valores de ϕ en Al_2O_3 -agua, Cu-agua y TiO_2 -agua

<i>y</i>	$\phi = 0.1$				$\phi = 0.15$			$\phi = 0.2$		
	Agua	Al_2O_3 -agua	Cu-agua	TiO_2 -agua	Al_2O_3 -agua	Cu-agua	TiO_2 -agua	Al_2O_3 -agua	Cu-agua	TiO_2 -agua
0	0.965623	0.954725	0.954304	0.956355	0.948486	0.947789	0.951145	0.941638	0.940614	0.945506
0.1	0.914994	0.904477	0.904160	0.905982	0.898566	0.898032	0.900999	0.892155	0.891359	0.895667
0.2	0.860937	0.851122	0.850918	0.852458	0.845716	0.845358	0.847851	0.839927	0.839379	0.842982
0.3	0.802963	0.794265	0.794186	0.495375	0.789584	0.78942	0.791333	0.784646	0.784372	0.787123
0.4	0.740473	0.733432	0.733492	0.734243	0.729757	0.72981	0.731008	0.725956	0.725986	0.727703
0.5	0.672739	0.668064	0.668280	0.668482	0.665752	0.666049	0.666364	0.663448	0.663819	0.664274
0.6	0.598859	0.597488	0.597882	0.597390	0.597000	0.597575	0.596793	0.596646	0.597403	0.596314
0.7	0.517700	0.520893	0.521496	0.520119	0.522827	0.523723	0.521567	0.524995	0.526197	0.523207
0.8	0.427811	0.437286	0.438136	0.435619	0.442424	0.443699	0.439806	0.447849	0.449567	0.444221
0.9	0.327281	0.345427	0.346580	0.342576	0.354808	0.356537	0.350434	0.364437	0.366765	0.358480
1	0.213533	0.243749	0.245278	0.239312	0.258773	0.261057	0.252106	0.273840	0.276897	0.264919

Nota: $Bi = Nr = Ha = Re = Rd = Gr = P = Br = \lambda = 1$, $F = 5$, $\beta = \pi/6$, $\theta_h = 1.5$, $Da = \alpha = 0.1$

Tabla 4.4. Entropía local para diferentes valores de ϕ en Al_2O_3 -agua, Cu-agua y TiO_2 -agua

<i>y</i>	$\phi = 0.1$				$\phi = 0.15$			$\phi = 0.2$		
	<i>Agua</i>	<i>Al₂O₃-agua</i>	<i>Cu-agua</i>	<i>TiO₂-agua</i>	<i>Al₂O₃-agua</i>	<i>Cu-agua</i>	<i>TiO₂-agua</i>	<i>Al₂O₃-agua</i>	<i>Cu-agua</i>	<i>TiO₂-agua</i>
0	0.117684	0.125184	0.125094	0.124397	0.128961	0.128831	0.127772	0.132701	0.132532	0.131154
0.1	0.134316	0.141599	0.141514	0.140839	0.145189	0.145059	0.144057	0.148673	0.148494	0.147234
0.2	0.155596	0.162190	0.162124	0.161504	0.165335	0.165216	0.164319	0.168281	0.168103	0.167049
0.3	0.181250	0.186686	0.186651	0.186138	0.189133	0.189032	0.188322	0.191267	0.191093	0.190374
0.4	0.211759	0.215438	0.215430	0.215117	0.216872	0.21678	0.216407	0.217869	0.21768	0.217506
0.5	0.248496	0.249475	0.249473	0.249523	0.249427	0.249306	0.249521	0.248821	0.248563	0.249269
0.6	0.294039	0.290692	0.290644	0.291331	0.288392	0.288165	0.289379	0.285446	0.285019	0.287131
0.7	0.352765	0.342199	0.342016	0.343795	0.336339	0.335883	0.338747	0.329847	0.329096	0.333425
0.8	0.431961	0.408942	0.408489	0.412113	0.397278	0.396415	0.401969	0.385239	0.383946	0.391745
0.9	0.543972	0.498819	0.497892	0.504650	0.477454	0.475929	0.485864	0.456521	0.45439	0.467622
1	0.710578	0.624728	0.623005	0.635192	0.586753	0.584193	0.601365	0.551251	0.547879	0.569707

Nota: $Bi = Nr = Ha = Re = Rd = Gr = P = Br = \lambda = 1$, $F = 5$, $\beta = \pi/6$, $\theta_h = 1.5$, $Da = \alpha = 0.1$

4.3. Diferentes formas de las nanopartículas

4.3.1. Propiedades termofísicas del nanofluido

El modelo considerado es descrito en la sección 3.1 de la presente investigación, donde se muestran la configuración geométrica y física del sistema con sus respectivas ecuaciones que la describen. Las ecuaciones que describen las propiedades termofísicas del nanofluido son las mismas que las mencionadas anteriormente (3.1-3.4), excepto las que corresponden a la viscosidad dinámica y la conductividad térmica en las que ahora se incluyen los dos nuevos efectos que en este capítulo se analizan, es decir, los efectos del tipo de nanofluido y la forma de las nanopartículas sólidas que se encuentran en suspensión en dicho nanofluido.

Para la viscosidad dinámica η_{nf} y conductividad térmica k_{nf} es usado el modelo Hamilton y Crosser, el cual es válido para las nanopartículas de formas esféricas y no esféricas. De acuerdo con este modelo:

$$\eta_{nf} = \eta_f(1 + a\phi + b\phi^2) \quad (4.1)$$

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_s + (n-1)k_f + (n-1)(k_s - k_f)\phi}{k_s + (n-1)k_f - (k_s - k_f)\phi} \quad (4.2)$$

Donde a y b son constantes y dependen de la forma de las nanopartículas como se muestra en la Tabla 4.5.

Tabla 4.5. Constante de factor de forma empírico a y b .

<i>Modelo</i>	<i>Discoidal</i>	<i>Oblata</i>	<i>Cilíndrica</i>	<i>Cúbica</i>
A	37.1	14.6	13.5	1.9
B	612.6	123.3	904.4	471.4

La n que aparece en la ecuación (4.2) es el factor de forma empírico dado por $n = 3/\Psi$, donde Ψ es la esfericidad definida como la relación entre el área de la superficie de la esfera y el área de la superficie de la partícula real con volumen igual. Los valores de Ψ para las diferentes formas que tienen las nanopartículas están dados en la Tabla 4.6.

Tabla 4.6. Esfericidad Ψ para nanopartículas de diferentes formas

Modelo	Discoidal	Oblata	Cilíndrica	Cúbica
Ψ	0.52	0.36	0.62	0.81

La solución de las ecuaciones que describen el sistema es encontrada numéricamente utilizando el método de Runge-Kutta apoyándose con la técnica de lanzamiento, tal y como se describió en el capítulo anterior.

4.4. Análisis de los resultados

4.4.1. Comportamiento dinámico

En la Figura 4.2 se muestra los perfiles de velocidades para las distintas formas de las nanopartículas. Se aprecia como la velocidad varía con respecto a la forma que tienen las nanopartículas, correspondiendo los mayores valores de velocidad a la forma cúbica y los menores valores a la forma discoidal. Este comportamiento sucede debido a que de acuerdo con la ecuación (4.1) la viscosidad del nanofluido depende de la forma de las nanopartículas. Analizando los valores de la tabla 4.5 se puede observar que el nanofluido con nanopartículas de la forma discoidal tiene los mayores valores de la viscosidad y en consecuencia los perfiles de velocidad disminuyen. Haciendo un análisis similar, también se puede concluir que la forma cúbica de las nanopartículas en un nanofluido es la que produce menor viscosidad del nanofluido y por tanto mayor velocidad.

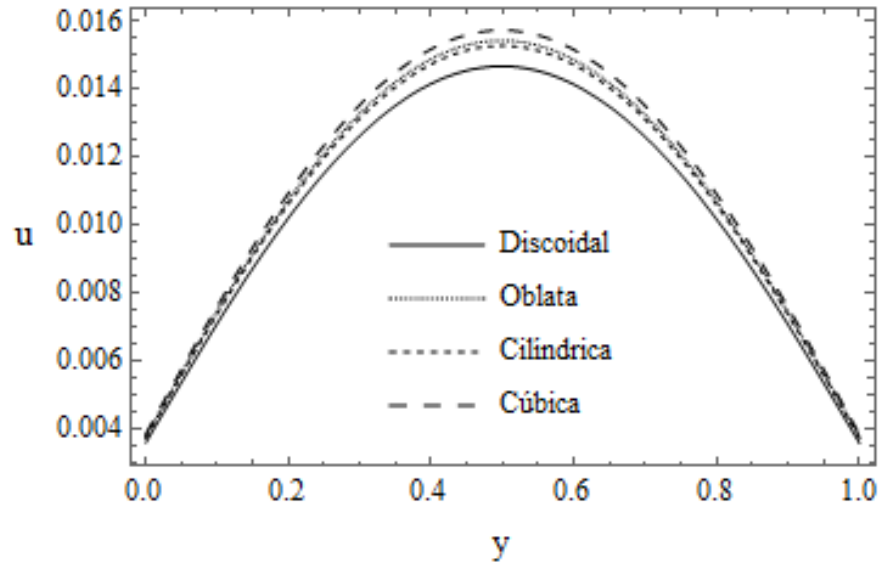


Figura 4.2. Perfiles de velocidad de un nanofluido con diferentes formas de nanopartículas: Discoidal, Oblata, Cilíndrica y Cúbica. $Bi = Nr = Rd = Gr = P = Br = \lambda = 1$, $F = 5$, $\beta = \pi/6$, $\theta_h = 1.5$, $Ha = Re = 0.5$, $\alpha = Da = 0.1$, $\phi = 0.01$

El comportamiento dinámico del sistema para diferentes formas de nanopartículas es similar a investigaciones realizadas por otros autores. Tal es el caso de la Figura 4.3 que describe los perfiles de velocidad para diferente valores de α y ϕ cuando las nanopartículas tienen la forma cúbica, aquí se aprecia el aumento en la velocidad con el incremento del valor del deslizamiento α , esto se debe a que existe menor fricción en la interface pared-fluido. También puede verse que el incremento de la cantidad de nanopartículas sólidas dentro del canal hace que disminuyan ligeramente los valores de la velocidad. Esta disminución está relacionada con la viscosidad del nanofluido, es decir, a mayor cantidad de nanopartículas más viscoso.

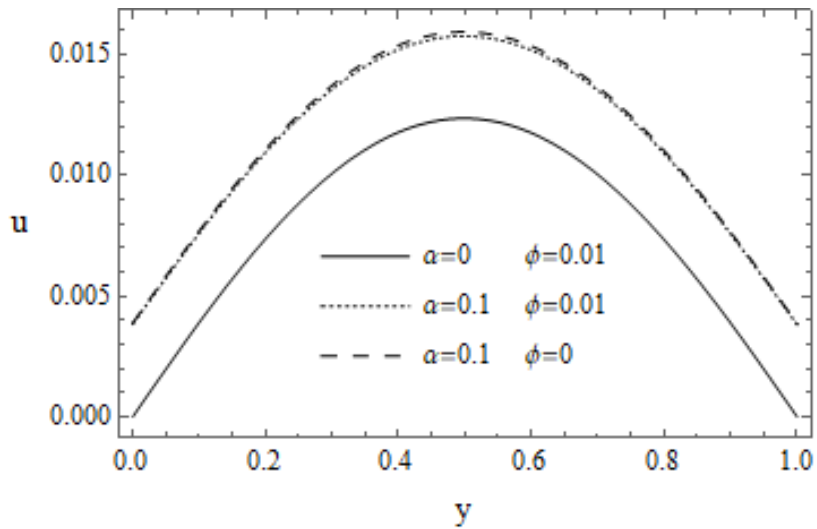


Figura 4.3. Perfiles de velocidad de un nanofluido con nanopartículas que tienen forma cúbica para diferentes valores de α y ϕ . $Bi = Nr = Rd = Gr = P = Br = \lambda = 1$, $F = 5$, $\beta = \pi/6$, $\theta_h = 1.5$, $Ha = Re = 0.5$, $Da = 0.1$

En la Figura 4.4 se ilustra el efecto de la variación del parámetro de esfuerzo acoplado λ y la intensidad del campo magnético Ha para la forma discoidal sobre el perfil de velocidad del nanofluido. A medida que disminuye el valor de λ disminuyen los perfiles de velocidades, esto se debe a que el parámetro es directamente proporcional a la viscosidad del fluido. De esta misma figura, se observa que el incremento Ha disminuye los valores de velocidad dentro del canal por lo ya explicado en el capítulo anterior y que está relacionado con la presencia de la fuerza de Lorentz que se opone al movimiento del nanofluido.

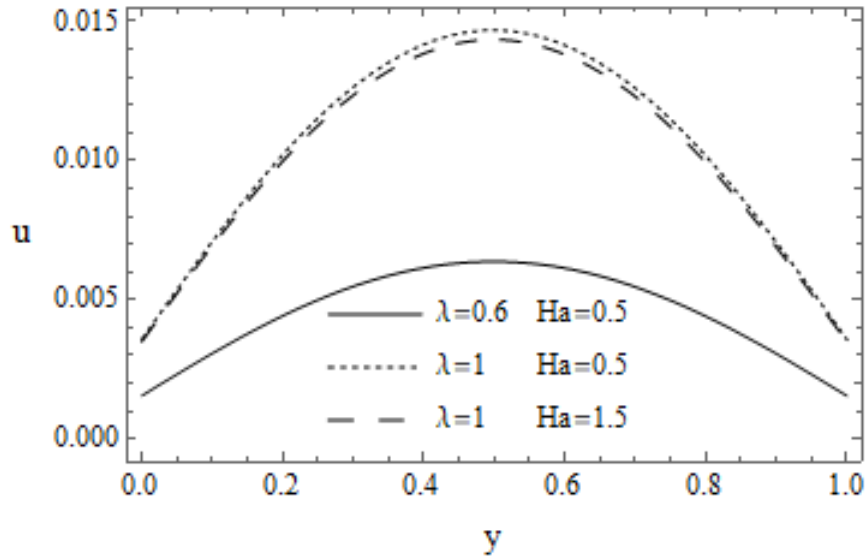


Figura 4.4. Perfiles de velocidad de nanofluidos con nanopartículas que tienen forma discoidal para diferentes valores de λ y Ha . $Bi = Nr = Rd = Gr = P = Br = 1, F = 5, \beta = \pi/6, \theta_h = 1.5, Re = 0.5, \alpha = Da = 0.1, \phi = 0.01$

4.4.2. Comportamiento térmico

Los perfiles de temperatura del nanofluido para las diferentes formas de las nanopartículas que están siendo estudiadas no tiene una diferencia significativa, a pesar de ello en la Tabla 4.7 se aprecia la pequeña diferencia que existe entre estos perfiles de temperatura. Se observa que en la pared superior, el mayor valor de temperatura corresponde a la forma de cúbica mientras que el menor corresponde a la oblata. Caso contrario sucede en la pared inferior, es decir, el mayor valor de temperatura corresponde a la forma oblata y el menor valor a la cúbica. Este comportamiento está relacionado con la esfericidad Ψ de las nanopartículas, que a su vez tiene relación con la conductividad térmica del nanofluido, de acuerdo con la ecuación (4.2). De la tabla 4.6, podemos apreciar que los valores de Ψ de las formas cúbica y oblata son los casos extremos de las formas analizadas en esta investigación, siendo mayor el valor que le corresponde a la forma cúbica y menor el de la forma oblata.

Tabla 4.7. Comportamiento térmico para las formas de nanopartículas: Discoidal, Oblata, Cilíndrica y Cúbica.

<i>y</i>	<i>Discoidal</i>	<i>Oblata</i>	<i>Cilíndrica</i>	<i>Cúbica</i>
0	0.960752	0.959999	0.961047	0.961416
0.2	0.84867	0.848076	0.848931	0.849247
0.4	0.722487	0.722165	0.722670	0.722879
0.6	0.578042	0.578165	0.578065	0.578067
0.8	0.409337	0.410206	0.409059	0.408685
1	0.207281	0.209469	0.206464	0.205419

Nota: $Bi = Nr = Rd = Gr = P = Br = \lambda = 1$, $F = 5$, $\beta = \pi/6$, $\theta_h = 1.5$, $Ha = Re = 0.5$, $\alpha = Da = 0.1$, $\phi = 0.01$

El comportamiento térmico del sistema para diferentes valores de Reynolds Re cuando la forma de las nanopartículas es oblata, se muestra en la Figura 4.5. Se aprecia que a medida que aumenta el valor de Re la temperatura en el centro del canal aumenta. El número de Reynolds representa la velocidad de inyección/succión del fluido en el sistema desde el medio caliente y hacia al ambiente, por tanto, cuando aumenta la velocidad de inyección se incrementa la temperatura.

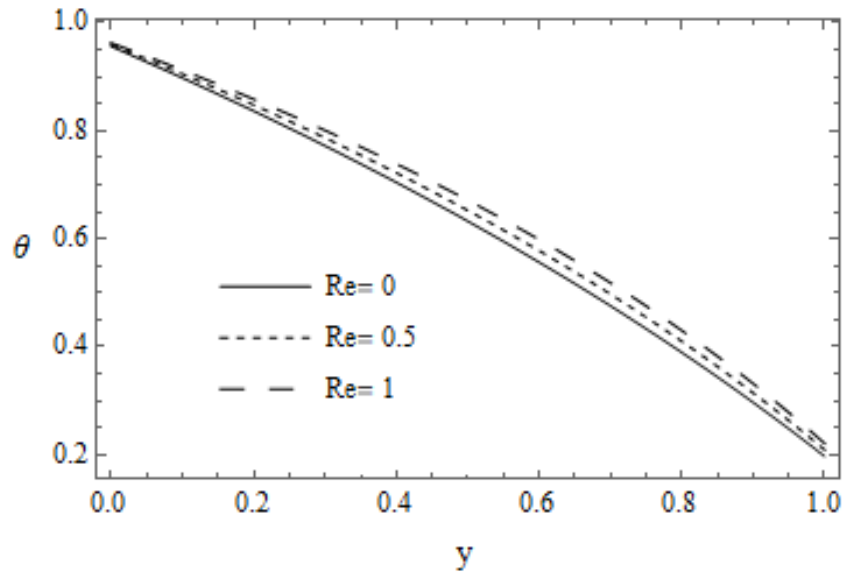


Figura 4.5. Perfiles de temperatura del nanofluido con nanopartículas en forma oblata para diferentes valores de Re . $Bi = Nr = Rd = Gr = P = Br = \lambda = 1$, $F = 5$, $\beta = \pi/6$, $\theta_h = 1.5$, $Ha = 0.5$, $\alpha = Da = 0.1$, $\phi = 0.01$

En la Figura 4.6 se observa el comportamiento de la temperatura dentro del canal variando el parámetro conducción-radiación Nr para el caso de nanopartículas en forma cilíndrica. Se puede observar que existe un incremento de temperatura en la parte superior y una disminución en la inferior del canal cuando Nr aumenta. El flujo de calor del medio caliente hacia la frontera inferior del ducto aumenta con Nr y el flujo de calor de la frontera superior del ducto al ambiente también aumenta con Nr . Esto causa un incremento de temperatura en la región inferior del ducto y una disminución en la región superior.

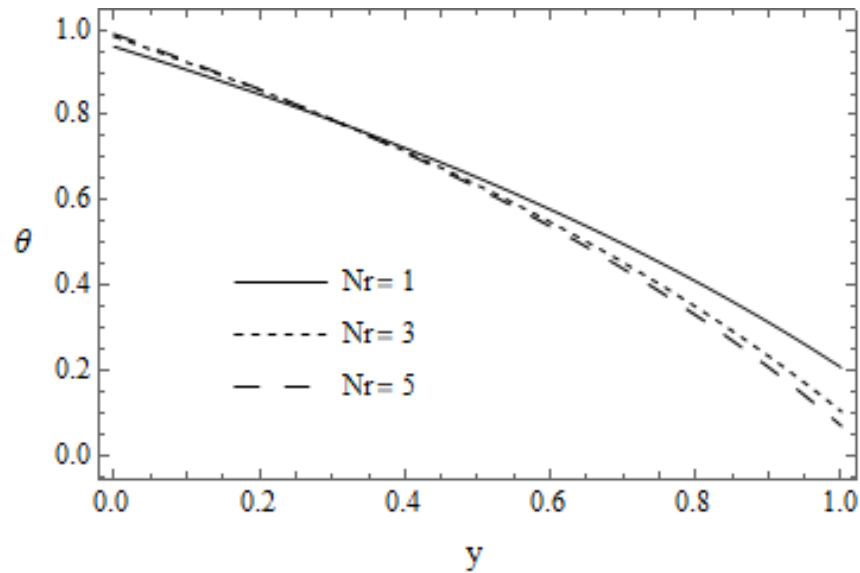


Figura 4.6. Perfiles de temperatura del nanofluido con nanopartículas en forma cilíndrica para diferentes valores de Nr . $Bi = Rd = Gr = P = Br = \lambda = 1$, $F = 5$, $\beta = \pi/6$, $\theta_h = 1.5$, $Ha = Re = 0.5$, $\alpha = Da = 0.1$, $\phi = 0.01$

4.4.3. Generación de entropía

Con la solución de las ecuaciones que gobiernan el sistema se pudo encontrar valores mínimos de producción de entropía. En la Figura 4.7 se muestra la producción global de entropía normalizada contra el deslizamiento α para las diferentes formas de las nanopartículas. Se aprecia el comportamiento de entropía para todas las formas de nanopartículas estudiadas excepto para la forma oblata debido a que su comportamiento es lineal, es decir, no se obtiene un valor mínimo de α . En todas las curvas de la figura existe un punto de inflexión alrededor de 0.005 de α , el cual indica menor pérdida de energía útil.

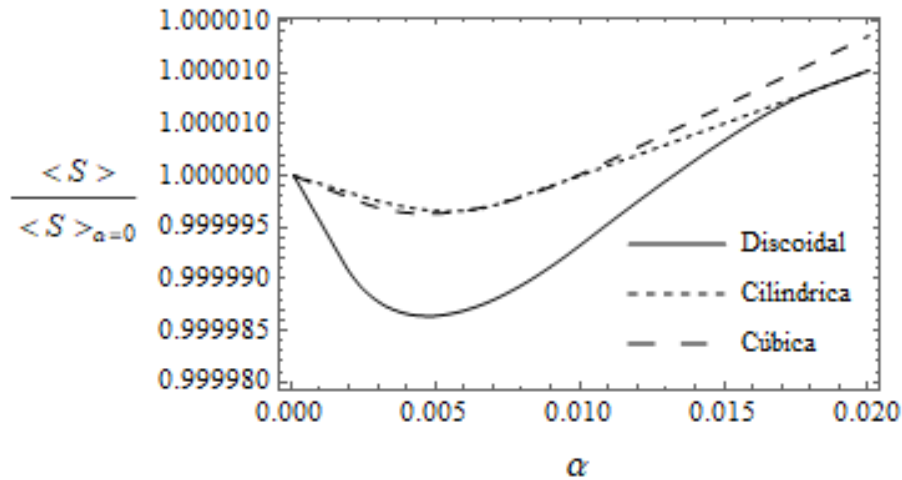


Figura 4.7. Generación de entropía global normalizada como función de α para las formas discoidal, cilíndrica y cúbica. $Bi = Nr = Rd = Gr = P = Br = \lambda = 1$, $F = 5$, $\beta = \pi/6$, $\theta_h = 1.5$, $Ha = Re = 0.5$, $Da = 0.1$, $\phi = 0.01$

En la Figura 4.8 es mostrada la producción global de entropía para las distintas formas de nanopartículas como función del inverso del esfuerzo acoplado Υ . Se aprecia que existe un valor óptimo de Υ igual a 0.01, éste hecho puede verificarse en la Figura 4.9 donde se muestra la producción global de entropía normalizada para las diferentes formas estudiadas. Además, se observa que la forma oblata es la de menor pérdida de energía útil siendo la forma cúbica la de mayor generación de entropía global, lo cual se puede verificar en la tabla 4.8 de los valores de la producción local de entropía en cada punto a través del canal. Analizando la tabla 4.6 y la figura 4.8, se observa que a mayor valor de Ψ mayor grado de generación de entropía y el valor de la producción de entropía depende de la esfericidad que tengan las nanopartículas, que a su vez influye en la conductividad térmica del nanofluido y por tanto, altera el flujo de calor por conducción en la expresión de entropía del sistema.

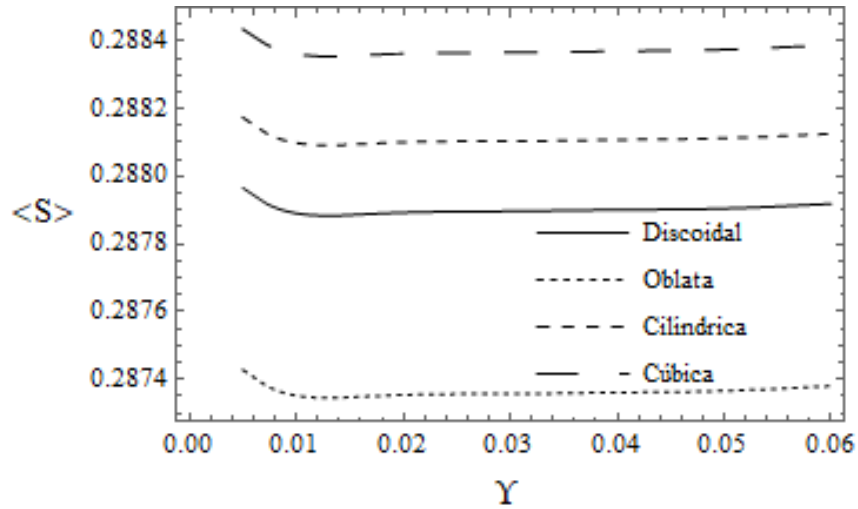


Figura 4.8. Generación de entropía global como función de Υ para las formas discoidal, oblata, cilíndrica y cúbica. $Bi = Nr = Rd = Gr = P = Br = 1$, $F = 5$, $\beta = \pi/6$, $\theta_h = 1.5$, $Ha = Re = 0.5$, $\alpha = Da = 0.1$, $\phi = 0.01$

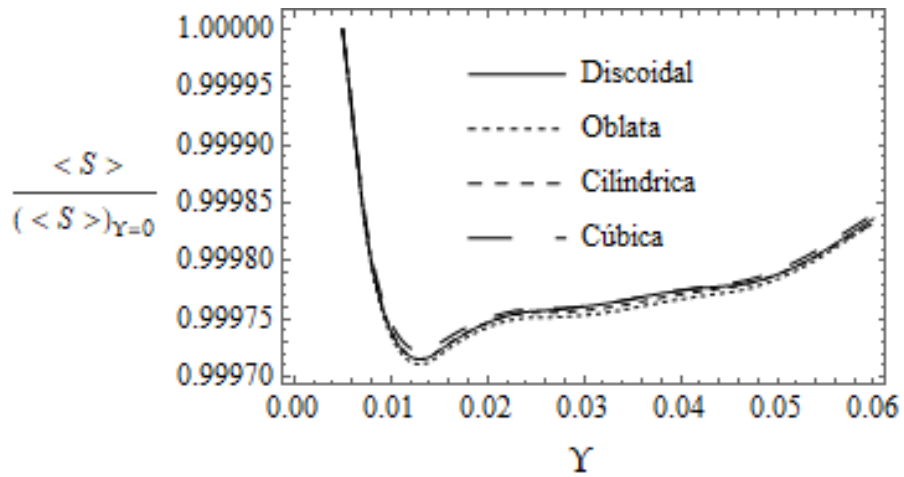


Figura 4.9. Generación de entropía global normalizada como función de Υ para las formas discoidal, oblata, cilíndrica y cúbica. $Bi = Nr = Rd = Gr = P = Br = 1$, $F = 5$, $\beta = \pi/6$, $\theta_h = 1.5$, $Ha = Re = 0.5$, $\alpha = Da = 0.1$, $\phi = 0.01$

Tabla 4.8. Producción de entropía local de las diferentes formas de nanopartículas:
Discoidal, Oblata, Cilíndrica y Cúbica.

<i>y</i>	<i>Discoidal</i>	<i>Oblata</i>	<i>Cilíndrica</i>	<i>Cúbica</i>
0	0.139324	0.139542	0.139023	0.138697
0.2	0.176077	0.176527	0.176008	0.175874
0.4	0.228162	0.228923	0.228520	0.228755
0.6	0.300555	0.300969	0.301167	0.301663
0.8	0.412431	0.411299	0.413216	0.414030
1	0.613497	0.608782	0.615301	0.617548

Nota: $Bi = Nr = Rd = Gr = P = \lambda = Br = 1$, $F = 5$, $\beta = \pi/6$, $\theta_h = 1.5$, $Ha = Re = 0.5$,
 $\alpha = Da = 0.1$, $\phi = 0.01$

La contribución en la entropía global de cada una de las irreversibilidades descritas en el capítulo 3.2.4 se muestran en la Figura 4.10, donde se considera el óptimo de entropía de la Figura 4.7 para la forma Discoidal. De esta gráfica, podemos observar que la irreversibilidad por el flujo de calor por radiación es la que más contribuye en la generación de entropía, seguido del flujo de calor por conducción y de esfuerzos acoplados en el nanofluido. Mientras que el calentamiento Óhmico, la presencia del medio poroso y la fricción viscosa del nanofluido alteran en menor grado a la generación de entropía global comparada con las otras irreversibilidades.

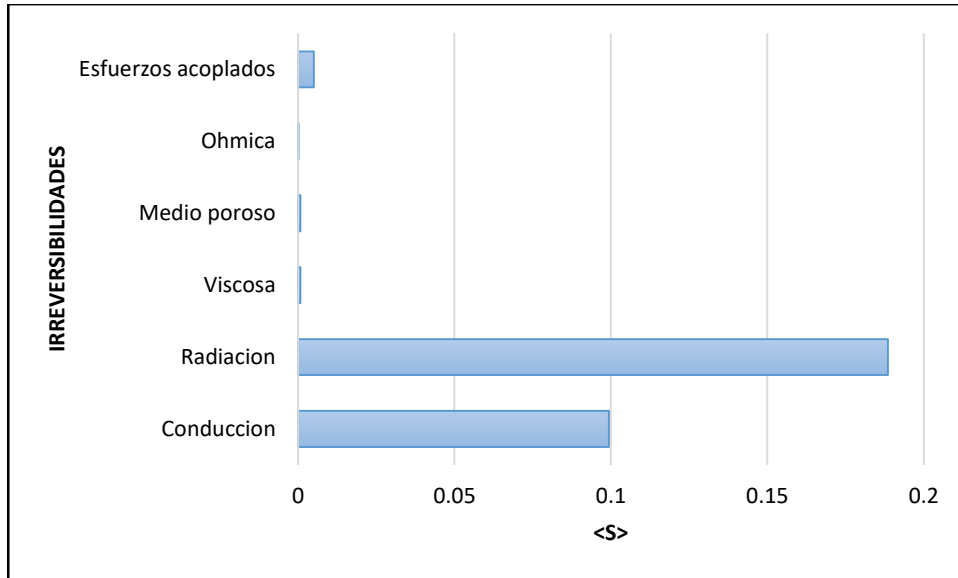


Figura 4.10. Generación de entropía global de las distintas irreversibilidades para el mínimo de entropía de $\Upsilon = 0.005$ para la forma discoidal. $Bi = Nr = Rd = Gr = P = Br = 1, F = 5, \beta = \pi/6, \theta_h = 1.5, Ha = Re = 0.5, \alpha = Da = 0.1, \phi = 0.01$

4.4.4. Transferencia de calor

Se encontraron comportamientos donde se presentan valores máximos de transferencia de calor. Tal es el caso de la Figura 4.11, donde se muestra el valor de Nu variando Nr para las distintas formas de nanopartículas en la pared superior. Se aprecia que existe un máximo de transferencia de calor cuando $Nr = 1$, siendo la forma oblata la que permite mayor transferencia y la cúbica la de menor transferencia de calor. La oblata es la forma con la que se alcanza el mayor valor de Nusselt ya que es la que tiene mayor conductividad térmica entre todas las formas estudiadas. Por otro lado, existe una relación inversa entre el transporte de calor y la esfericidad Ψ , es decir, cuanto mayor es el valor de Ψ menor es la conductividad térmica del nanofluido y por tanto menor la transferencia de calor. Este hecho explica el orden en los valores del número de Nusselt que corresponde a cada una de las formas de nanopartículas.

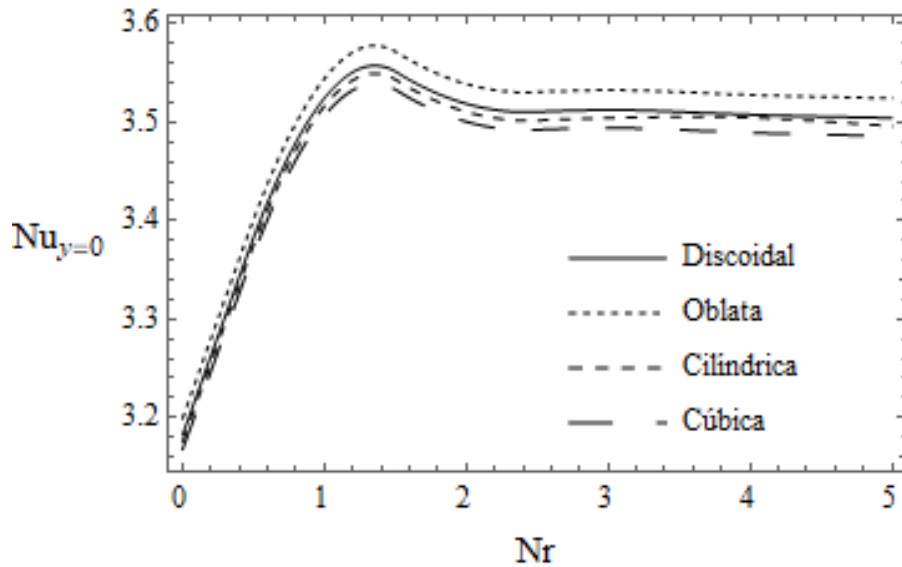


Figura 4.11. Número de Nusselt en $y = 0$ como una función de Nr para las formas discoidal, oblata, cilíndrica y cúbica. $Bi = Rd = Gr = P = Br = \lambda = 1, F = 5, \beta = \pi/6, \theta_h = 1.5, Ha = Re = 0.5, \alpha = Da = 0.1, \phi = 0.01$

En la Figura 4.12 se observa un máximo de Nu normalizado de la placa caliente como función del parámetro inverso del esfuerzo acoplado Υ para las diferentes formas de nanopartículas. Aquí se aprecia un valor máximo de Nu para valores de Υ entre 0.2 y 0.3 dependiendo de la forma de las nanopartículas. Para el caso de la placa fría, también se encontró un punto de inflexión para Nu . En la Figura 4.13 se muestra el número de Nusselt normalizado para la pared fría variando Υ para las diferentes formas de nanopartículas. Se encontraron valores mínimos de transferencia de calor.

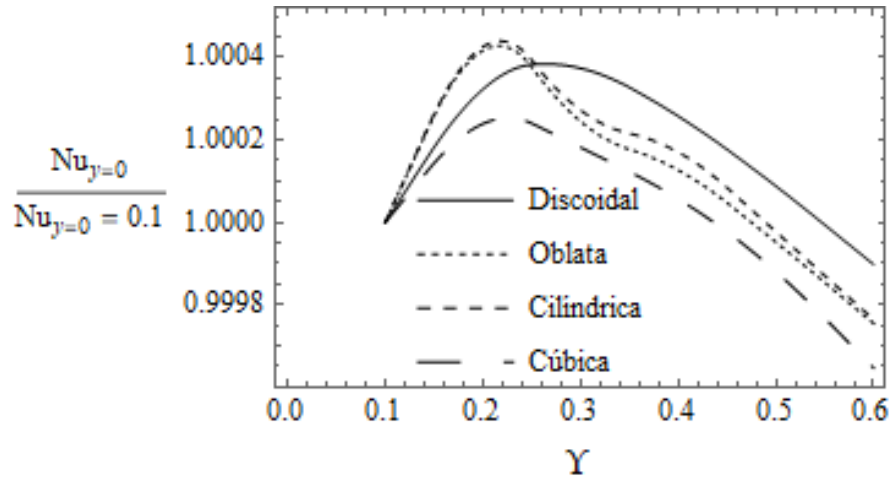


Figura 4.12. Número de Nusselt normalizado en $y = 0$ como una función de Y para las formas discoidal, oblata, cilíndrica y cúbica. $Bi = Nr = Rd = Gr = P = Br = 1, F = 5,$
 $\beta = \pi/6, \theta_h = 1.5, Ha = Re = 0.5, \alpha = Da = 0.1, \phi = 0.01$

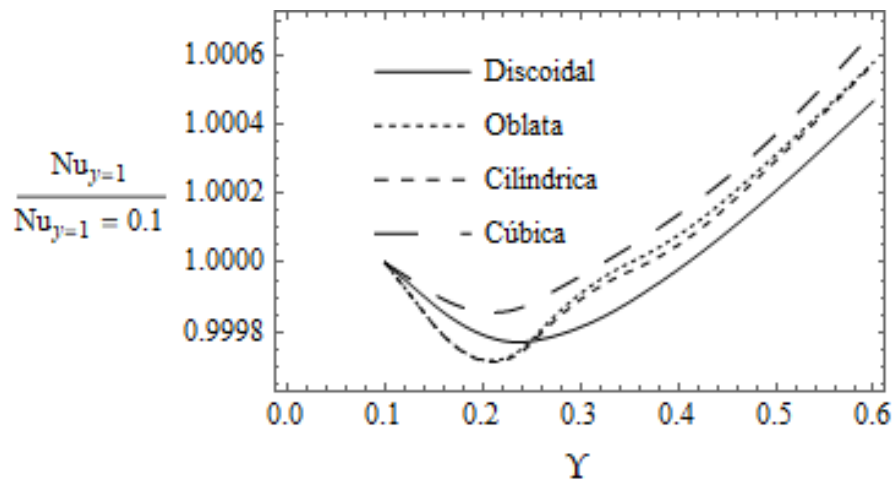


Figura 4.13. Número de Nusselt normalizado en $y = 1$ como una función de Y para las formas discoidal, oblata, cilíndrica y cúbica. $Bi = Nr = Rd = Gr = P = Br = 1, F = 5,$
 $\beta = \pi/6, \theta_h = 1.5, Ha = Re = 0.5, \alpha = Da = 0.1, \phi = 0.01$

4.5. Conclusiones

Un flujo MHD de un nanofluido con nanopartículas sólidas de Al_2O_3 , Cu, TiO_2 sumergidas en H_2O y que circula por un ducto poroso inclinado con paredes permeables fue analizado. Se observa que los valores de entropía local de TiO_2 -agua son los más bajos en la parte inferior del canal y los más altos en la parte superior del ducto para diferentes concentraciones de nanopartículas.

Además, fueron analizados los efectos que tienen algunos parámetros fundamentales que caracterizan el sistema sobre el flujo, temperatura y producción de entropía local cuando fueron utilizadas nanopartículas de Al_2O_3 con formas discoidal, cilíndrica, cúbica y oblata. Se obtuvo que los valores de la velocidad varían significativamente dentro del ducto cuando la forma de las nanopartículas cambia, mientras que en los valores de temperatura sólo existe una ligera variación. La forma cúbica muestra los mayores valores de velocidad, mientras que cuando se utiliza la forma oblata se alcanzan los menores valores.

También se estudió la producción de entropía local y global del sistema encontrando valores óptimos de operación. Existen valores mínimos de generación de entropía para las variables de deslizamiento y el parámetro inverso del esfuerzo acoplado. Además, la transferencia de calor como función del deslizamiento y el parámetro inverso del esfuerzo acoplado se consideró en el análisis y valores extremos del número de Nusselt fueron encontrados. También se comprobó que la generación de entropía y transferencia de calor dependen de la forma de las nanopartículas. La forma oblata es la que reporta menores pérdidas de energía útil, y por tanto, menor generación de entropía, mientras que la mayor transferencia de calor corresponde a la forma cúbica.

4.6. Referencias

1. Choi S. Enhancing thermal conductivity of fluids with nanoparticle. *Developments and Applications of Non-Newtonian Flows*. 1995; 66: 99-105.
2. Songping W, Li J, Jing Z, Zhenou, Song L. *Intermetallics*, 2007; 15: 1316.
3. Tamilvanan A, Balamurugan K, Ponappa K, Kumar M. Copper nanoparticles: Synthetic, properties and multifunctional application. *International Journal of Nanoscience*. 2014, 13 (2).
4. Gawande M, Goswanmi A, Felpin F, Asefa T, Huang X, Silva R, Zou X, Zboril R, Varma R. Cu and Cu-Based nanoparticles: Synthesis and applications in catalysis. *Chemical Reviews*, 2016; 116 (6): 3722-3811.
5. Rezaei B, Mosaddeghi H. Applications of Titanium dioxide nanocoating. *Nano-Technology in Environments Conference*. Iran, 2006.
6. Haider A, Jameel Z, Al-Hussaini I. Review on: Titanium dioxide applications. *Energy Procedia*. 2019; 157; 17-29.
7. Eletta A., Adeniyi G., Magaji M., Ighalo O. A mini-review on the application of alumina nanoparticles for water treatment. *Innovation and Advancement in Nanoscience and Nanotechnology*, Federal University Oye-Ekiti, 2019.
8. Abdulkareem S., Amosa M. K., Adeniyi A. Synthesis and structural analysis of Aluminium-filled Polystyrene composites from recycled wastes. *Environ Res Eng Mgt*, 2018. 74(2): 58-66.
9. Adhikari S., Fernando S., Haryanto A., Production of hydrogen by steam reforming of glycerin over alumina-supported metal catalysts. *Catal Today*, 2007. 129(3-4): 355-364.
10. Zaki T., Mohamed N. H., Nessim M. I., El Salam H. A. Characterization and application of nano-alumina sorbent for desulfurization and dearomatization of Suez crude petrolatum. *Fuel Process Technol*, 2013. 106: 625-630.
11. Peyman H., Yunes P., Abbas E., Abolfazl A., Soodabeh D., Aygun N. N., Rovshan K., Taras K. Biomedical application of aluminium oxide nanoparticles. *Micro & Nano Letters*, 2018. 13(9): 1227-1231.

12. G. Aaiza, I. Khan, S. Shafie. Energy transfer in mixed convection MHD flow of nanofluid containing different shapes of nanoparticles in a channel filled with saturated porous medium. *Nanoscale Research Letters*. 2015; 10:490.
13. Aaiza G, Khan I, Shafie S. Energy transfer in mixed convection MHD flow of nanofluid containing different shapes of nanoparticles in a channel filled with saturated porous medium. *Nanoscale Research Letters*. 2015; 10: 490.
14. Khan Ilyas. Shape effects of MoS₂ nanoparticles on MHD slip flow of molybdenum disulphide nanofluid in a porous medium. *Journal of Molecular Liquids*. 2017; 233: 442-451.

CONCLUSIONES GENERALES

En el reciente análisis, el nanofluido Al_2O_3 -agua de un flujo MHD a través de un medio poroso en un canal inclinado con paredes permeables fue estudiado numéricamente considerando el efecto del deslizamiento, transferencia de calor combinada por convección-radiación en las fronteras, esfuerzo acoplado y flujo de calor por radiación no lineal en la ecuación de energía. El método de Runge-Kutta acoplado con la técnica de lanzamiento (Shooting technique) fue aplicado para obtener las soluciones numéricas.

Los impactos de diferentes parámetros en el comportamiento dinámico y térmico del sistema, así como en la transferencia de calor y generación de entropía fueron analizados. En particular, el efecto del parámetro de esfuerzo acoplado fue investigado en presencia de medio poroso, transferencia de calor combinada por convección-radiación y fuerza de flotación. Los resultados demostraron que el esfuerzo acoplado impactó significativamente en los perfiles de velocidad ya que es una variable directamente proporcional a la viscosidad dinámica del nanofluido y por tanto la velocidad disminuye cuando el esfuerzo acoplado incrementa.

Para el caso de la producción de entropía local y global del sistema, condiciones óptimas de operación y diseño fueron encontradas con mínimos de pérdidas de energía útil. De esta manera, valores óptimos de los parámetros de esfuerzo acoplado y deslizamiento con producción de entropía global mínima fueron encontrados. Además, condiciones óptimas de operación con máximos o mínimos del número de Nusselt fueron encontradas. Se encontraron valores máximos de Nu para ciertos valores del deslizamiento α , parámetro de conducción-radiación Nr y parámetro de esfuerzo acoplado λ en la placa caliente mientras que también se alcanzaron valores mínimos de Nu para ciertos valores del parámetro de esfuerzo acoplado λ en la placa fría.

Los impactos que tienen las nanopartículas sólidas de Al_2O_3 , Cu y TiO_2 en H_2O sobre la velocidad, temperatura y producción de entropía local en el nanofluido fueron explorados para diferentes concentraciones de las nanopartículas. Se observó que los valores de entropía local correspondientes al TiO_2 -agua fueron los más bajos en la región inferior del canal, mientras que sus valores fueron los más altos en la región superior para todas las concentraciones de nanopartículas estudiadas.

Además, fueron analizados los efectos que sobre el flujo, temperatura y producción de entropía tienen algunos parámetros fundamentales que caracterizan el sistema cuando se utilizó como nanofluido Al_2O_3 -agua considerando las diferentes formas discooidal, cilíndrica, cúbica y oblata que pueden tener las nanopartículas sólidas. Se obtuvo que la generación de entropía y la transferencia de calor dependen de la forma de las nanopartículas. Los resultados revelaron que la forma de las nanopartículas que reporta la menor pérdida de energía útil es la oblata mientras que la mayor transferencia de calor se observó cuando las nanopartículas tienen la forma cúbica.

También, para este mismo caso de Al_2O_3 -agua y considerando las diferentes formas discooidal, cilíndrica, cúbica y oblata de las nanopartículas, se observó que fue posible encontrar valores mínimos de generación de entropía y máximos de transferencia de calor (Nusselt máximo) para ciertos valores del parámetro de deslizamiento y del parámetro inverso del esfuerzo acoplado.

En base a la literatura consultada se puede concluir que condiciones de operación óptimas como las encontradas en el presente estudio aún no han sido reportadas para este tipo de flujo. Por otro lado, como se mencionó anteriormente, tampoco han sido encontrados estudios previos en los que se tomen en cuenta de manera simultánea todos los efectos que se consideran en el presente estudio.

El trabajo realizado puede ser un punto de referencia para investigaciones futuras en las que, a diferencia de lo estudiado, pueden considerarse otros factores que no han sido tomados en cuenta en la presente investigación, tales como, los parámetros y efectos que alteren al sistema, el tipo del nanofluido y la forma de la nanopartícula sólida.

Finalmente, los resultados obtenidos pueden ser usados para el diseño de dispositivos energéticos que puedan operar con máxima eficiencia desde el punto de vista termodinámico, tal como bombas MHD e intercambiadores de calor.

NOMENCLATURA

a	longitud característica (m) (distancia entre las paredes)
Bi	número de Biot
B_0	campo magnético (T)
Br	número de Brinkman
C	capacidad calorífica (J/kg·K)
Da	número de Darcy
Ec	número de Eckert
F	coeficiente Forchheimer
g	aceleración gravitacional (m/s ²)
Gr	número de Grashof
h	coeficiente de transferencia de calor convectiva (W/m ² ·K)
Ha	Número de Hartmann
k	conductividad térmica (W/m·K)
K	permeabilidad del medio poroso (m ²)
K^*	coeficiente de absorción medio (m ⁻¹)
Nr	parámetro conducción-radiación
Nu	número de Nusselt
p	presión (N/m ²)
P	gradiente de presión adimensional
Pr	número de Prandtl

Rd	parámetro de radiación
Re	número de Reynolds
S	generación de entropía local ($W/m^3 \cdot K$)
$\langle S \rangle$	generación de entropía global
T	temperatura (K)
u	velocidad (m/s)
x	coordenada axial (m)
y	coordenada transversal (m)

Simbolos griegos

v_0	velocidad de succión/inyección (m/s)
α	longitud de deslizamiento (m)
β	coeficiente de expansión térmica (K^{-1})
γ	ángulo de inclinación (rad)
δ	viscosidad esfuerzo acoplado (Ns)
ϵ	emisividad superficial
η	viscosidad dinámica (kg/ms)
θ	temperatura adimensional
$\lambda = 1/\Upsilon$	parámetro de esfuerzo acoplado
ρ	densidad (kg/m^3)
σ	conductividad eléctrica (S/m)
σ^*	constante de Stefan-Boltzmann ($W m^{-2} K^{-4}$)
ϕ	concentración de nanopartícula sólida

Subíndices

1	placa inferior
2	placa superior
<i>f</i>	fluido base
<i>nf</i>	nanofluido
<i>s</i>	nanopartícula sólida

LISTADO DE FIGURAS

Figura 3.1. Configuración geométrica del modelo físico

Figura 3.2. Comparación de los resultados numéricos presentes para la velocidad y generación de entropía local con sus valores analíticos exactos. $Bi = Ha = Re = P = Br = Da = 1$, $\beta = \pi/6$, $\theta_h = 1.5$, $\alpha = \phi = 0.1$

Figura 3.3. Comparación de los resultados numéricos presentes para el perfil de temperatura con sus valores analíticos exactos. $Bi = Ha = Re = P = Br = Da = 1$, $\beta = \pi/6$, $\theta_h = 1.5$, $\alpha = \phi = 0.1$

Figura 3.4. Perfiles de velocidad para diferentes valores de ϕ y λ . $Bi = Nr = Ha = Re = Rd = Gr = P = Br = Da = 1$, $F = 5$, $\beta = \pi/6$, $\theta_h = 1.5$, $\alpha = 0.1$

Figura 3.5. Perfiles de velocidad para diferentes valores de Da y α . $Bi = Nr = Ha = Re = Rd = \lambda = Gr = P = Br = 1$, $F = 5$, $\beta = \pi/6$, $\theta_h = 1.5$, $\phi = 0.1$

Figura 3.6. Perfiles de velocidad para diferentes valores de Ha y Ec . $Bi = Nr = Rd = Pr = \lambda = 1$, $Re = P = 2$, $Gr = F = 5$, $\beta = \pi/6$, $\theta_h = 1.5$, $Da = \alpha = \phi = 0.1$

Figura 3.7. Perfiles de temperatura para diferentes valores de ϕ . $Bi = Nr = Ha = Re = Rd = \lambda = Gr = P = Br = Da = 1$, $F = 5$, $\beta = \pi/6$, $\theta_h = 1.5$, $\alpha = 0.1$

Figura 3.8. Perfiles de temperatura para diferentes valores de Nr . $Bi = Ha = Re = Rd = \lambda = Gr = P = Br = Da = 1$, $F = 5$, $\beta = \pi/6$, $\theta_h = 1.5$, $\alpha = \phi = 0.1$

Figura 3.9. Perfiles de temperatura para diferentes valores de Ha y Ec . $Bi = Nr = Rd = Pr = \lambda = 1$, $Re = P = 2$, $Gr = F = 5$, $\beta = \pi/6$, $\theta_h = 1.5$, $Da = \alpha = \phi = 0.1$

Figura 3.10. Generación de entropía local para diferentes valores de ϕ y λ . $Bi = Nr = Ha = Re = Rd = Gr = P = Br = Da = 1$, $F = 5$, $\beta = \pi/6$, $\theta_h = 1.5$, $\alpha = 0.1$

Figura 3.11. Generación de entropía local para diferentes valores de Nr . $Bi = Ha = Re = Rd = Gr = P = Br = Da = \lambda = 1$, $F = 5$, $\beta = \pi/6$, $\theta_h = 1.5$, $\alpha = \phi = 0.1$

Figura 3.12. Generación de entropía local para diferentes valores de Ha y Ec . $Bi = Nr = Rd = Pr = \lambda = 1$, $Re = P = 2$, $Gr = F = 5$, $\beta = \pi/6$, $\theta_h = 1.5$, $Da = \alpha = \phi = 0.1$

Figura 3.13. Generación de entropía global como función de α para diferentes valores de Da . $Bi = Nr = Ha = Re = Rd = Gr = P = Br = \lambda = 1$, $F = 5$, $\beta = \pi/6$, $\theta_h = 1.5$, $\alpha = \phi = 0.1$

Figura 3.14. Generación de entropía global normalizada como función de Y para diferentes valores de ϕ y Da . $Bi = Nr = Ha = Re = Rd = Gr = P = Br = 1$, $F = 5$, $\beta = \pi/6$, $\theta_h = 1.5$, $\alpha = 0.1$

Figura 3.15. Número de Nusselt normalizado en $y = 0$ como una función de Nr para diferentes valores de ϕ y λ . $Bi = Ha = Re = Rd = Gr = P = Br = Da = 1$, $F = 5$, $\beta = \pi/6$, $\theta_h = 1.5$, $\alpha = 0.1$

Figura 3.16. Número de Nusselt normalizado en $y = 1$ como una función de Nr para diferentes valores de ϕ y λ . $Bi = Ha = Re = Rd = Gr = P = Br = Da = 1$, $F = 5$, $\beta = \pi/6$, $\theta_h = 1.5$, $\alpha = 0.1$

Figura 3.17. Número de Nusselt en la placa caliente como una función de α para diferentes valores de Da . $Bi = Nr = Ha = Re = Rd = Gr = P = Br = \lambda = 1$, $F = 5$, $\beta = \pi/6$, $\theta_h = 1.5$, $\phi = 0.1$

Figura 3.18. Número de Nusselt normalizado en $y = 0$ y $y = 1$ como una función de Y para diferentes valores de ϕ . $Bi = Nr = Ha = Re = Rd = Gr = P = Br = Da = 1$, $F = 5$, $\beta = \pi/6$, $\theta_h = 1.5$, $\alpha = 0.1$

Figura 4.1. Forma de las nanopartículas sólidas: Discoidal, Oblata, Cilíndrica y Cúbica

Figura 4.2. Perfiles de velocidad de un nanofluido con diferentes formas de nanopartículas: Discoidal, Oblata, Cilíndrica y Cúbica. $Bi = Nr = Rd = Gr = P = Br = \lambda = 1$, $F = 5$, $\beta = \pi/6$, $\theta_h = 1.5$, $Ha = Re = 0.5$, $\alpha = Da = 0.1$, $\phi = 0.01$

Figura 4.3. Perfiles de velocidad de un nanofluido con nanopartículas que tienen forma cúbica para diferentes valores de α y ϕ . $Bi = Nr = Rd = Gr = P = Br = \lambda = 1$, $F = 5$, $\beta = \pi/6$, $\theta_h = 1.5$, $Ha = Re = 0.5$, $Da = 0.1$

Figura 4.4. Perfiles de velocidad de nanofluidos con nanopartículas que tienen forma discoidal para diferentes valores de λ y Ha . $Bi = Nr = Rd = Gr = P = Br = 1$, $F = 5$, $\beta = \pi/6$, $\theta_h = 1.5$, $Re = 0.5$, $\alpha = Da = 0.1$, $\phi = 0.01$

Figura 4.5. Perfiles de temperatura del nanofluido con nanopartículas en forma oblata para diferentes valores de Re . $Bi = Nr = Rd = Gr = P = Br = \lambda = 1$, $F = 5$, $\beta = \pi/6$, $\theta_h = 1.5$, $Ha = 0.5$, $\alpha = Da = 0.1$, $\phi = 0.01$

Figura 4.6. Perfiles de temperatura del nanofluido con nanopartículas en forma cilíndrica para diferentes valores de Nr . $Bi = Rd = Gr = P = Br = \lambda = 1$, $F = 5$, $\beta = \pi/6$, $\theta_h = 1.5$, $Ha = Re = 0.5$, $\alpha = Da = 0.1$, $\phi = 0.01$

Figura 4.7. Generación de entropía global normalizada como función de α para las formas discoidal, cilíndrica y cúbica. $Bi = Nr = Rd = Gr = P = Br = \lambda = 1$, $F = 5$, $\beta = \pi/6$, $\theta_h = 1.5$, $Ha = Re = 0.5$, $Da = 0.1$, $\phi = 0.01$

Figura 4.8. Generación de entropía global como función de Y para las formas discoidal, oblata, cilíndrica y cúbica. $Bi = Nr = Rd = Gr = P = Br = 1$, $F = 5$, $\beta = \pi/6$, $\theta_h = 1.5$, $Ha = Re = 0.5$, $\alpha = Da = 0.1$, $\phi = 0.01$

Figura 4.9. Generación de entropía global normalizada como función de Y para las formas discoidal, oblata, cilíndrica y cúbica. $Bi = Nr = Rd = Gr = P = Br = 1$, $F = 5$, $\beta = \pi/6$, $\theta_h = 1.5$, $Ha = Re = 0.5$, $\alpha = Da = 0.1$, $\phi = 0.01$

Figura 4.10. Generación de entropía global de las distintas irreversibilidades para el mínimo de entropía de $Y = 0.005$ para la forma discoidal. $Bi = Nr = Rd = Gr = P = Br = 1$, $F = 5$, $\beta = \pi/6$, $\theta_h = 1.5$, $Ha = Re = 0.5$, $\alpha = Da = 0.1$, $\phi = 0.01$

Figura 4.11. Número de Nusselt en $y = 0$ como una función de Nr para las formas discoidal, oblata, cilíndrica y cúbica. $Bi = Rd = Gr = P = Br = \lambda = 1$, $F = 5$, $\beta = \pi/6$, $\theta_h = 1.5$, $Ha = Re = 0.5$, $\alpha = Da = 0.1$, $\phi = 0.01$

Figura 4.12. Número de Nusselt normalizado en $y = 0$ como una función de Y para las formas discoidal, oblata, cilíndrica y cúbica. $Bi = Nr = Rd = Gr = P = Br = 1$, $F = 5$, $\beta = \pi/6$, $\theta_h = 1.5$, $Ha = Re = 0.5$, $\alpha = Da = 0.1$, $\phi = 0.01$

Figura 4.13. Número de Nusselt normalizado en $y = 1$ como una función de Y para las formas discoidal, oblata, cilíndrica y cúbica. $Bi = Nr = Rd = Gr = P = Br = 1$, $F = 5$, $\beta = \pi/6$, $\theta_h = 1.5$, $Ha = Re = 0.5$, $\alpha = Da = 0.1$, $\phi = 0.01$

LISTADO DE TABLAS

Tabla 4.1. Propiedades termofísicas de fluido base y nanopartículas

Tabla 4.2. Velocidad para diferentes valores de ϕ en Al₂O₃-agua, Cu-agua y TiO₂-agua

Tabla 4.3. Temperatura para diferentes valores de ϕ en Al₂O₃-agua, Cu-agua y TiO₂-agua

Tabla 4.4. Entropía local para diferentes valores de ϕ en Al₂O₃-agua, Cu-agua y TiO₂-agua

Tabla 4.5. Constante de factor de forma empírico a y b .

Tabla 4.6. Esfericidad Ψ para nanopartículas de diferentes formas

Tabla 4.7. Comportamiento térmico para las formas de nanopartículas: Discoidal, Oblata, Cilíndrica y Cúbica.

Tabla 4.8. Producción de entropía local de las diferentes formas de nanopartículas: Discoidal, Oblata, Cilíndrica y Cúbica.