



# Universidad de Ciencias y Artes de Chiapas



INSTITUTO DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN  
EN ENERGÍAS RENOVABLES

## TESIS

**“CARACTERIZACIÓN TÉRMICA Y ANÁLISIS  
EXERGÉTICO DE UN SISTEMA SOLAR HIBRIDO  
TÉRMICO-FOTOVOLTAICO.”**

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO  
EN MATERIALES Y SISTEMAS ENERGÉTICOS RENOVABLES

PRESENTA

**CRISTHIAN ALEJANDRO ÁLVAREZ DEL RÍO**

Director:

**Dr. Guillermo R. Ibáñez Duharte**

Co asesor:

**MMSER Gustavo Eliseo Espinosa García**

Tuxtla Gutiérrez, Chiapas

Marzo de 2021



# UNIVERSIDAD DE CIENCIAS Y ARTES DE CHIAPAS

## DIRECCIÓN GENERAL DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

Tuxtla Gutiérrez, Chiapas a 04 de marzo de 2021

**Oficio No.** DGIP/141/2021

**Asunto:** Autorización de impresión de tesis

**C. Cristhian Alejandro Álvarez del Río**  
**Candidato al Grado de Maestro en Materiales y**  
**Sistemas Energéticos Renovables**  
**Instituto de Investigación e Innovación en**  
**Energías Renovables**  
**UNICACH**  
**Presente**

Con fundamento en la **opinión favorable** emitida por escrito por la Comisión Revisora que analizó el trabajo terminal presentado por usted, denominado "**Caracterización térmica y análisis exergético de un sistema solar híbrido térmico-fotovoltaico**", cuyo director de tesis es el Dr. Guillermo Rogelio Ibáñez Duharte, quien avala el cumplimiento de los criterios metodológicos y de contenido; esta Dirección General a mi cargo **autoriza** la impresión del documento en cita, para la defensa oral del mismo, en el examen que habrá de sustentar para obtener el **Grado de Maestro en Materiales y Sistemas Energéticos Renovables**.

Es imprescindible observar las características normativas que debe guardar el documento impreso, así como realizar la entrega en esta Dirección General de un ejemplar empastado.

**Atentamente**  
**"Por la Cultura de mi Raza"**

**Dr. S. Jordán Orantes Alborez**  
**Director General**



DIRECCION DE INVESTIGACION  
Y POSGRADO

C.c.p. Dr. Pascual López De Paz, Director del Instituto de Investigación e Innovación en Energías Renovables, UNICACH. Para su conocimiento.

Dr. Francisco Pola Albores, Coordinador de Posgrado, IIEIER, UNICACH. Para su conocimiento.  
Expediente

\*SJOA/igp/gtr



Libramiento Norte Poniente No. 1150, Colonia Lajas Maciel  
CP 29039, Tuxtla Gutiérrez, Chiapas  
Tel: (961)6170440 Ext. 4360  
[investigacionyposgrado@unicach.mx](mailto:investigacionyposgrado@unicach.mx)

## **DEDICATORIA**

Este trabajo va dedicado:

A mis padres María Luisa del Rio García e Ildelfonso Álvarez Tiul, así como a mi hermano Fernando Álvarez del Rio que son los que siempre me han apoyado en todas mis travesías. Gracias por todo el apoyo incondicional que me otorgan para poder alcanzar día con día nuevas metas en mi vida, tanto en los momentos buenos como en los momentos difíciles.

## **AGRADECIMIENTOS**

Agradezco al Dr. Guillermo Ibáñez Duharte, quien fue mi asesor en esta tesis y quien me apoyó en el desarrollo de este trabajo mediante sus conocimientos y asesoría. Fue el guía que marcó el camino para lograr este proyecto.

También agradezco al MMySER Gustavo Eliseo Espinosa García, quien fue mi co-asesor en esta tesis y quien me apoyó en el desarrollo de este trabajo mediante sus conocimientos y asesoría. Fue de gran ayuda para la culminación de este proyecto.

Expreso mi gratitud al CONACYT, por la beca otorgada para realizar mis estudios de maestría y apoyar de esta forma la investigación.

## INDICE GENERAL

CAPITULO 1: GENERALIDADES .....	15
1.1 Introducción.....	15
1.2 Revisión bibliográfica.....	18
1.3.- Planteamiento del problema .....	21
1.4.- Objetivos .....	22
Objetivo general.....	22
Objetivos específicos .....	22
1.5 Justificación.....	23
1.6.- Organización de la tesis .....	24
1.7.- Conclusión .....	24
1.8 Referencias .....	25
CAPITULO 2: FUNDAMENTOS TEÓRICOS .....	26
2.1 Introducción. ....	26
2.2 Energía, transferencia de energía y análisis general de energía. ....	26
2.2.1 Formas de energía.....	26
2.2.2 Transferencia de energía por calor. ....	27
2.2.3 La primera ley de la termodinámica. ....	27
2.2.4 Balance de energía.....	27
2.2.5 Incremento de la energía de un sistema, $\Delta E_{\text{sistema}}$ .....	28
2.3 Análisis de masa y energía de volúmenes de control. ....	28
2.3.1 Conservación de la masa.....	28
2.3.2 Principio de conservación de la masa. ....	28
2.3.3 Trabajo de flujo y energía de un fluido en movimiento. ....	29
2.3.4 Energía total de un fluido en movimiento. ....	29
2.3.5 Energía transportada por la masa.....	29
2.3.6 Análisis de energía de sistemas de flujo estacionario. ....	30
2.3.7 Análisis de procesos de flujo no estacionario. ....	30
2.4 La segunda ley de la termodinámica.....	30
2.4.1 Depósitos de energía térmica.....	30
2.4.2 Procesos reversibles e irreversibles.....	31
2.4.3 Irreversibilidades.....	32
2.4.4 Procesos internos y externamente reversibles.....	32

2.5 Entropía.....	32
2.6 Exergía: una medida del potencial de trabajo.....	33
2.6.1 Eficiencia según la segunda ley, $\eta_{II}$ .....	33
2.6.2 Transferencia de exergía.....	34
2.6.3 Principio de disminución de exergía y destrucción de exergía.....	34
2.7 La transferencia de calor.....	35
2.7.1. Calores específicos de gases, líquidos y sólidos.....	35
2.7.2. Balance de energía para sistemas de flujo estacionario.....	36
2.7.3. Mecanismos de transferencia de calor, conductividad térmica y difusividad térmica.....	36
2.7.4. Absortividad, reflectividad y transmisividad.....	38
2.7.5. Número de Nusselt.....	39
2.7.6. Número de Prandtl.....	39
2.8 Convección interna forzada.....	40
2.8.1. Tubos y ductos.....	40
2.8.2. Flujos laminar y turbulento en tubos.....	40
2.8.3. Análisis térmico general.....	41
2.9 Convección natural.....	42
2.9.1. Convección natural dentro de recintos cerrados.....	42
2.9.2. Recintos cerrados rectangulares inclinados.....	43
2.10 Radiación solar.....	43
2.10.1. La constante solar.....	43
2.10.2. Variación de la radiación extraterrestre.....	44
2.10.3. Tiempo solar.....	44
2.10.4. Dirección de la radiación directa.....	45
2.10.5. Relación de radiación directa en superficie inclinada a la superficie horizontal. .....	47
2.10.6. Radiación extraterrestre en superficie horizontal.....	47
2.11 Radiación solar disponible.....	48
2.11.1. Radiación en superficies inclinadas: cielo isotrópico.....	48
2.11.2. Intercambio de radiación infrarrojo entre dos superficies grises.....	48
2.11.3. Radiación del cielo.....	48
2.11.4. Relaciones de transferencia de calor para flujo interno.....	49
2.11.5. Coeficientes de convección eólica.....	49

2.12 Transmisión de radiación a través del acristalamiento: radiación absorbida .....	49
2.12.1 Reflexión de la radiación.....	49
2.12.2 Absorción por acristalamiento.....	50
2.12.3 Propiedades ópticas de los sistemas de cubierta. ....	51
2.12.4 Transmisión por radiación difusa.....	51
2.12.5 Producto de transmitancia-absortancia. ....	52
2.12.6 Radiación solar absorbida. ....	52
2.13 Métodos de Runge-Kutta. ....	52
2.14 Método Runge Kutta Fehlberg.....	53
2.15 Conclusión .....	53
2.16 Referencias .....	54
CAPITULO 3: METODOLOGÍA .....	55
3.1 Introducción .....	55
3.2.- Descripción del modelo.....	55
3.3.- Balance de energía para los elementos del sistema térmico fotovoltaico. ....	56
3.4 Determinación del coeficiente de transferencia de calor del panel fotovoltaico.....	58
3.5 Modelo para radiación directa y difusa.....	61
3.6 Determinación del calor transferido en el panel fotovoltaico. ....	64
3.7 Determinación del calor transferido en el fluido de trabajo.....	68
3.8 Determinación del calor transferido en el aislamiento inferior.....	69
3.9 Balances de energía para método Runge Kutta Fehlberg.....	69
3.10 Ecuación para los datos del viento.....	70
3.11 Ecuación para los datos de temperatura ambiente. ....	71
3.12 Análisis exergético.....	72
Exergía de entrada: .....	72
Exergía destruida: .....	72
3.13 Eficiencia exergética. ....	73
3.14 Conclusión. ....	74
3.15 Referencias.....	74
CAPITULO 4: ANALISIS DE RESULTADOS. ....	75
4.1 Introducción. ....	75
4.2 Modelado. ....	75
4.3 Optimización.....	76

Límites del sistema.....	76
Funciones objetivas y criterios del sistema. ....	77
Variables de decisión. ....	77
Restricciones. ....	77
4.4 Optimización del sistema térmico fotovoltaico. ....	77
Función objetivo. ....	78
Variables de decisión. ....	78
4.4.1 Efecto del material del aislante .....	79
4.4.2.- Efecto de la variación del espesor del panel fotovoltaico en la eficiencia exergética.....	80
4.4.2.- Efecto de la variación del espesor del aislante en la eficiencia exergética. ....	84
4.4.3.- Efecto de la distancia entre del panel fotovoltaico y el aislante en eficiencia exergética.....	87
4.4.4.- Efecto de la variación de la longitud del panel fotovoltaico en la eficiencia exergética.....	90
4.4.5.- Efecto de la variación del ancho del panel fotovoltaico en la eficiencia exergética.....	92
4.5 Conclusión .....	97
4.6 Referencias:.....	97
CAPITULO 5.- CONCLUSIONES.....	98
ANEXO A.....	99

## RESUMEN

El presente estudio aborda el problema en el diseño de paneles fotovoltaicos. Lo que se busca en el presente estudio es optimizar el rendimiento de dichos dispositivos analizando los parámetros geométricos, propiedades físicas de materiales y eficiencia de segunda ley de la termodinámica. Por esto, como objetivo se realiza el análisis de irreversibilidades de paneles solares con un sistema de enfriamiento para su optimización basada en el criterio de máxima exergía. Para esto se plantea una metodología dividida en dos etapas; en la etapa 1 se realiza el modelo del sistema fotovoltaico refrigerado que opera bajo condiciones transitorias obteniendo el balance de energía para cada elemento del sistema. Además, se determina la exergía de entrada y destrucciones exergéticas involucradas en el sistema híbrido; en la etapa 2 se optimiza el modelo del sistema fotovoltaico refrigerado implementando el método de Runge Kutta Fehlberg para obtener la caracterización térmica la cual es utilizada en las ecuaciones de exergía y así obtener la eficiencia exergética del panel fotovoltaico, el código fue desarrollado en MATLAB. En la presentación de los resultados se obtienen los efectos de la variación de los materiales y los parámetros geométricos de cada elemento del sistema fotovoltaico en la eficiencia exergética, se logra optimizar el rendimiento de los paneles fotovoltaicos al volver el sistema híbrido y encontrar la configuración óptima por medio del método de Runge Kutta y máxima exergía, para ello se utiliza la herramienta computacional en MATLAB.

## ABSTRACT

The present study addresses the problem in the design of photovoltaic panels. What is sought in this study is to optimize the performance of these devices by analyzing the geometric parameters, physical properties of materials, and efficiency of the second law of thermodynamics. For this reason, the objective is to analyze the irreversibility of solar panels with a cooling system for its optimization based on the criterion of maximum exergy. For this, a methodology divided into two stages is proposed; In stage 1, the model of the refrigerated photovoltaic system that operates under transient conditions is made, obtaining the energy balance for each element of the system. Furthermore, the input exergy and exergetic destruction involved in the hybrid system are determined; In stage 2, the refrigerated photovoltaic system model is optimized by implementing the Runge Kutta Fehlberg method to obtain the thermal characterization which is used in the exercise equations and thus obtain the exergy efficiency of the photovoltaic panel, the code was developed in MATLAB. In the presentation of the results, the effects of the variation of the materials and the geometric parameters of each element of the photovoltaic system in the exergetic efficiency are obtained, it is possible to optimize the performance of the photovoltaic panels by returning the hybrid system and finding the optimal configuration using the Runge Kutta method and maximum exergy, for this the computational tool in MATLAB is used.

## NOMENCLATURAS

$e$ :	Energía total por unidad de masa	$\text{kJ/kg}$
$E$ :	Energía total	$\text{kJ}$
$m$ :	Masa	$\text{kg}$
$U, u$ :	Energía interna	$\text{kJ}$
$EC, ec$ :	Energía cinética	$\text{kJ}$
$EP, ep$ :	Energía potencial	$\text{kJ}$
$V$ :	Velocidad	$\text{m/s}$
$g$ :	Aceleración gravitacional	$\text{m/s}^2$
$z$ :	Altura	$\text{m}$
$\dot{m}$ :	Flujo másico	$\text{kg/s}$
$\rho$ :	Densidad	$\text{kg/m}^3$
$A_t$ :	Sección transversal de flujo	$\text{m}^2$
$V$ :	Flujo volumétrico	$\text{m}^3/\text{s}$
$V_{prom}$ :	Velocidad media del flujo normal a $A_t$	$\text{m/s}$
$V$ :	Velocidad	$\text{m/s}$
$q$ :	Transferencia de calor por unidad de masa	$\text{kJ/kg}$
$Q$ :	Cantidad de transferencia de calor	$\text{kJ}$
$W$ :	Trabajo	$\text{kJ}$
$v$ :	Volumen específico	$\text{m}^3/\text{kg}$
$P$ :	Presión	$\text{N/m}^2$
$\theta$ :	Energía total de fluido en movimiento por unidad de masa	$\text{kJ/kg}$
$h$ :	Entalpia por unidad de masa	$\text{kJ/kg}$
$S$ :	Entropía	$\text{kJ/K}$
$T$ :	Temperatura	$^{\circ}\text{C}$
$s$ :	Entropía por unidad de masa	$\text{kJ/Kkg}$
$X$ :	Exergía	$\text{kJ}$
$V$ :	Volumen	$\text{m}^3$
$\phi$ :	Exergía por unidad de masa de sistema cerrado	$\text{kJ/kg}$
$\psi$ :	Exergía de flujo	$\text{kJ}$
$c_v$ :	Calor específico a volumen constante	$\text{kJ/kgK}$
$c_p$ :	Calor específico a presión constante	$\text{kJ/kgK}$
$c$ :	Calor específico	$\text{kJ/kgK}$
$c_{prom}$ :	Calor específico promedio	$\text{kJ/kgK}$
$k$ :	Conductividad térmica	$\text{kJ/msK}$
$a$ :	Difusividad térmica	$\text{m}^2/\text{s}$
$Nu$ :	Numero de Nusselt	
$L$ :	Longitud	$\text{m}$
$Pr$ :	Numero de Prandtl	
$\nu$ :	Viscosidad cinemática	$\text{m}^2/\text{s}$
$\mu$ :	Viscosidad dinámica	$\text{kg/ms}$
$Re$ :	Numero de Reynolds	
$Ra$ :	Número de Rayleigh	
$\varepsilon$ :	Emisividad	
$\alpha$ :	Absortividad	

$n$ :	Día $n$ del año	
$G_S$ :	Constante solar	$W/m^2$
$\phi$ :	Latitud	
$\delta$ :	Declinación	
$\gamma$ :	Ángulo azimutal de superficie	
$\omega$ :	Ángulo horario	
$\theta$ :	Ángulo de incidencia	
$\theta_z$ :	Ángulo cenital	
$\alpha_s$ :	Ángulo de altitud solar	
$\gamma_s$ :	Ángulo de azimut solar	
$\sigma$ :	Constante de Stefan-Boltzmann ( $= 5.67 \times 10^{-8}$ )	$W/m^2 k^4$
$Q_{ais}$ :	Radiación absorbida por aislante	$W$
$Q_{ais-f}$ :	Calor transferido de aislante a fluido de trabajo	$W$
$Q_{c-f}$ :	Calor transferido de panel fotovoltaico a el fluido de trabajo	$W$
$Q_{c-ais}$ :	Calor transferido de panel fotovoltaico al aislante	$W$
$Q_c$ :	Radiación absorbida por panel fotovoltaico	$W$
$Q_{c-a}$ :	Calor transferido de panel fotovoltaico al ambiente	$W$
$Q_f$ :	Calor absorbido por el fluido	$W$
$G_T$ :	Irradiancia solar global sobre la superficie inclinada	$W/m^2$
$A_c$ :	Área de panel fotovoltaico	
$G_c$ :	Radiación absorbida por panel fotovoltaico	
$\tau_{c,a}$ :	Transmitancia de panel fotovoltaico al considerar sólo las pérdidas por absorción	
$K_c$ :	Coefficiente de extinción de panel fotovoltaico	
$L$ :	Trayectoria real de la radiación a través de una capa transparente	
$\delta_c$ :	Espesor de panel fotovoltaico	
$n_2$ :	Índice de refracción del medio 2 (cubierta superior)	
$G_g$ :	Irradiancia solar reflejada en el suelo incidente en la superficie horizontal	
$G_d$ :	Irradiancia solar difusa en la superficie horizontal	
$G_b$ :	Irradiancia solar directa en la superficie horizontal	
$\theta_1$ :	Angulo de incidencia de radiación directa	
$\rho$ :	Albedo	
$k_{vi-Tm1}$ :	Conductividad térmica viento a temperatura media 1	$W/mK$
$\beta_{v,ais-c}$ :	Coefficiente de expansión volumétrica, para un gas ideal	$1/K$
$\nu_{vi-Tm1}$ :	Viscosidad cinemática del viento a temperatura media 1	$m^2/s$
$\alpha_{vi-Tm1}$ :	Difusividad térmica del viento a temperatura media 1	$m^2/s$
$h_{c,ais-c}$ :	Coefficiente de transferencia de calor por convección del aislante a panel fotovoltaico	
$h_{r,ais-c}$ :	Coefficiente de transferencia de calor por radiación del aislante a panel fotovoltaico	
$\varepsilon_c$ :	Emitancia de panel fotovoltaico	
$\varepsilon_{ais}$ :	Emitancia del aislante	
$G_{on}$ :	Radiación extraterrestre incidente en el plano normal	

$\alpha_{ais}$ :	Absortancia de la aislante	
$r_c$ :	Reflectancia de panel fotovoltaico	
$\tau_{c,r}$ :	Transmitancia de panel fotovoltaico al considerar solo pérdidas por reflexión	
$N_c$ :	Numero de cubiertas	
$\theta_d$ :	Angulo de incidencia de radiación difusa	
$\theta_g$ :	Angulo de incidencia de radiación reflejada	
$h_{c,c-ft}$ :	coeficiente de transferencia de calor por convección de panel fotovoltaico a fluido de trabajo	
$D_h$ :	Diámetro hidráulico	
$k_c$ :	Conductividad térmica de panel fotovoltaico	
$Long$ :	Longitud de panel fotovoltaico	
$Anch$ :	Ancho de panel fotovoltaico	
$h_{c,c-a}$ :	Coeficiente de transferencia de calor por convección desde el panel fotovoltaico al ambiente	
$h_{r,c-a}$ :	coeficiente de transferencia de calor por radiación desde el panel fotovoltaico al ambiente	
$Nu_{ais-c}$ :	Nusselt entre aislante y panel fotovoltaico	
$Nu_{c-a}$ :	Nusselt entre panel fotovoltaico y ambiente	
$k_{vi-Tm2}$ :	Conductividad térmica viento a temperatura media 2	$W/mK$
$L_c$ :	Longitud característica de panel fotovoltaico	
$V_{vi}$ :	Velocidad del viento	
$\beta_{v,c-a}$ :	Coeficiente de expansión volumétrica	$1/K$
$Ra_{ais-c}$ :	Rayleigh aislante panel fotovoltaico	
$Ra_{c-a}$ :	Rayleigh panel fotovoltaico ambiente	
$\nu_{vi-Tm2}$ :	Viscosidad cinemática del viento a temperatura media 2	$m^2/s$
$\alpha_{vi-Tm2}$ :	Difusividad térmica del viento a temperatura media 2	$m^2/s$
$Pr_{c-a}$ :	Prandtl panel fotovoltaico ambiente	
$Nu_{c-al}$ :	Nusselt para flujo laminar	
$Nu_{c-at}$ :	Nusselt para flujo turbulento	
$Re_{c-a}$ :	Reynolds cubierta superior ambiente	
$\mu_{vi-Tm2}$ :	Viscosidad dinámica del viento a temperatura media 2	$Pas$
$\rho_{vi-Tm2}$ :	Densidad del viento a temperatura media 2	$kg/m^3$
$G_{ais}$ :	Irradiancia solar absorbida por aislante	
$(\tau\alpha)_b$ :	Transmitancia-absortancia para la radiación solar directa	
$(\tau\alpha)_d$ :	Transmitancia-absortancia para la radiación difusa	
$(\tau\alpha)_g$ :	Transmitancia-absortancia para la radiación reflejada	
$\alpha_s$ :	Ángulo de elevación del sol	
$\tau_c$ :	Transmitancia de panel fotovoltaico	

$Re_{c-f}$ :	Reynolds panel fotovoltaico fluido de trabajo	
$\mu_{vi-Tm3}$ :	Viscosidad dinámica del viento a temperatura media 3	<i>Pas</i>
$\rho_{vi-Tm3}$ :	Densidad del viento a temperatura media 3	<i>kg/m<sup>3</sup></i>
$\delta_{ai-c}$ :	Distancia de aislante a panel fotovoltaico	
$h_{r,c-ai}$ :	coeficiente de transferencia de calor por radiación de panel fotovoltaico a aislante	
$\varepsilon_{ai}$ :	Emitancia de aislante	
$\rho_c$ :	Densidad de panel fotovoltaico	
$m_c$ :	Masa de panel fotovoltaico	
$c_c$ :	Calor específico de panel fotovoltaico	
$h_{c,f-ai}$ :	coeficiente de transferencia de calor por convección entre fluido de trabajo y aislante	
$\mu_{vi-Tm4}$ :	Viscosidad dinámica del viento a temperatura media 4	<i>Pas</i>
$\rho_{vi-Tm4}$ :	Densidad del viento a temperatura media 4	<i>kg/m<sup>3</sup></i>
$k_{vi-Tm3}$ :	Conductividad térmica viento a temperatura media 3	<i>W/mK</i>
$k_{vi-Tm4}$ :	Conductividad térmica viento a temperatura media 4	<i>W/mK</i>
$h_f$ :	Coeficiente del aumento de energía del fluido	
$m_f$ :	Masa de fluido de trabajo	
$c_{ft}$ :	Calor específico de fluido de trabajo	
$\delta_{ai}$ :	Espesor de aislante	
$k_{ai}$ :	Conductividad térmica de aislante	

## SUBINDICES

$i, ent$ :	Entrada
$e, sal$ :	Salida
$sist$ :	Sistema
$2, fin$ :	Estado final
$1, ini$ :	Estado inicial
$VC$ :	Volumen de control
$fl$ :	Flujo
$int$ :	Internamente
$rev$ :	Reversible
$gen$ :	Generada
$ais$ :	Aislado
$k$ :	Sitio
$prom$ :	Promedio
$O$ :	Estado muerto
$c$ :	Panel fotovoltaico
$r$ :	Pérdidas por reflexión
$ai$ :	Aislante inferior
$f$ :	Fluido de trabajo
$cond$ :	Conducción
$conv$ :	Convección
$rad$ :	Radiación
$cr$ :	Critica

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.- Crecimiento de demanda mundial de energía (1990-2010). Millones de toneladas de petróleo equivalente.....	15
Figura 2.- Diversificación energética en México (1990-2014).....	16
Figura 3.- Diámetro hidráulico para tubos, ductos y canales.....	41
Figura 4.- Corrientes de convección en un recinto cerrado horizontal con a) placa caliente arriba y b) placa caliente abajo. ....	42
Figura 5.- Recinto cerrado rectangular inclinado con superficies isotérmicas.[2].....	43
Figura 6.- Partes del sistema térmico fotovoltaico .....	55
Figura 7.- Balance de energía del sistema térmico fotovoltaico.....	56
Figura 8.- Comparación de la radiación calculada con la radiación medida.....	63
Figura 9.- Interpolación realizada en Matlab para la velocidad del viento.....	70
Figura 10.- Interpolación realizada en Matlab para la temperatura ambiente. ....	71
Figura 11.- Eficiencia exergética para los diferentes materiales del aislante .....	79
Figura 12.- Variación de la eficiencia exergética en el tiempo al variar el espesor del panel fotovoltaico .....	81
Figura 13.- Variación de temperaturas para diferentes espesores del panel fotovoltaico .....	81
Figura 14.- Variación de las destrucciones exergéticas para diferentes espesores del panel fotovoltaico .....	83
Figura 15.- Variación de la eficiencia exergética en el tiempo para diferentes espesores de Al.....	84
Figura 16.- Variación de temperaturas en diferentes puntos del panel fotovoltaico para los diferentes espesores del aislante.....	85
Figura 17.- Variación de las destrucciones exergéticas para diferentes espesores del aislante .....	86
Figura 18.- Variación de la eficiencia exergética en el tiempo variando la distancia entre el panel fotovoltaico y el aislante .....	87
Figura 19.- Variación de temperaturas en diferentes puntos del panel fotovoltaico para diferentes distancias entre el panel fotovoltaico y el aislante.....	88
Figura 20.- Variación de las destrucciones para diferentes distancias entre el panel fotovoltaico y el aislante .....	89
Figura 21.- Variación de la eficiencia exergética en el tiempo para diferentes longitudes del panel fotovoltaico en unidades de metros .....	90
Figura 22.- Variación de las temperaturas en diferentes puntos del panel fotovoltaico para diferentes longitudes del panel fotovoltaico .....	91
Figura 23.- Variación de las destrucciones exergética para diferentes longitudes del panel fotovoltaico .....	92
Figura 24.- Variación de la eficiencia exergética en el tiempo para diferentes anchuras del panel fotovoltaico .....	93
Figura 25.- Variación de temperaturas en diferentes puntos del colector para las diferentes anchuras del panel fotovoltaico.....	93
Figura 26.- Variación de las destrucciones exergéticas para diferentes anchuras del panel fotovoltaico .....	95
Figura 27.- Curva de eficiencia exergética máxima alcanzada con los parámetros seleccionados ..	96
Figura 28.- Diseño basados en las dimensiones obtenidas.....	96

## LISTA DE TABLAS

Tabla 1.- Relación entre tipo de atmosfera y el grado de turbidez .....	62
Tabla 2.- Valores e intervalos de confianza de los parámetros $a$ , $b$ , $B$ Y $B'$ para clima cálido subhúmedo por altitud y tipo de atmosfera en México.....	63
Tabla 3.- Valores utilizados para los parámetros $a$ , $b$ , $B$ Y $B'$ .....	64
Tabla 4.- Parámetros geométricos de diseño .....	78
Tabla 5.- Propiedades de los materiales .....	78
Tabla 6.- Condiciones de operación .....	78
Tabla 7.- Materiales para aislante .....	79

## CAPITULO 1: GENERALIDADES

### 1.1 Introducción

Con el inicio de la revolución industrial el sistema energético mundial pasó dos transiciones significativas. La primera fue iniciada por una innovación tecnológica y la segunda fue una creciente diversificación de tecnologías. Sin embargo, esto trajo consigo una creciente dependencia del petróleo para cubrir las necesidades cada vez mayores de combustible en la generación de energía eléctrica, tales cambios conllevaron a la aceleración de las emisiones de gases con efecto invernadero, las cuales no han dejado de incrementarse desde entonces en la figura 1 se muestra el uso del petróleo, carbón, gas natural y las energías renovables para el periodo 1990-2010 en la cual es posible apreciar un incremento en el uso del petróleo notable mientras que para el uso de energías renovables existe un incremento menos notorio. [1].

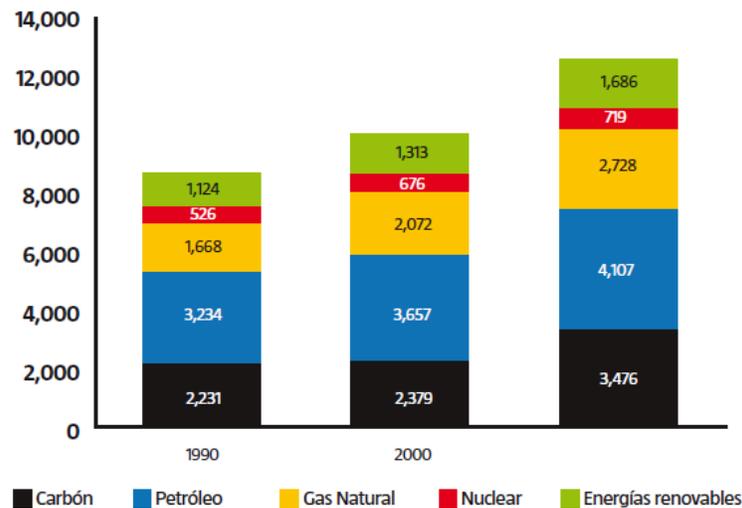


Figura 1.- Crecimiento de demanda mundial de energía (1990-2010). Millones de toneladas de petróleo equivalente

La energía renovable en México se desarrolla conforme los costos de producción. Para el mexicano la base de su energía fue el petróleo por mucho tiempo después del suceso de la expropiación petrolera el 18 de marzo de 1938. México baso gran parte de su desarrollo y estabilidad macroeconómica en la economía petrolera [1].

En la figura 2 se puede apreciar que para el caso particular de México la energía que mas ha incrementado su consumo es el gas y el carbón; la que ha disminuido del periodo 1990 al 2014 es el uso del petróleo como energía, pero, vemos que las energías renovables se han mantenido constantes manifestando variaciones no considerables en su uso.

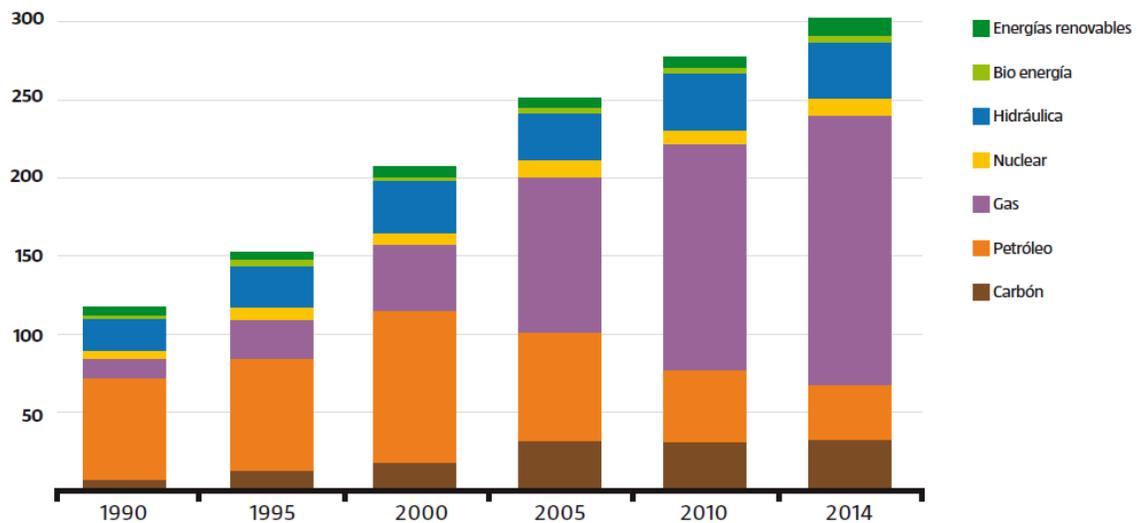


Figura 2.- Diversificación energética en México (1990-2014)

Hoy en día estamos experimentando drásticos cambios climáticos debido al uso desmedido de las energías no limpias que contaminan en gran medida nuestro ambiente; con el paso del tiempo ha sido más notorio el hecho de que la contaminación que produce la humanidad cada vez se hace mayor, provocando que sea imposible para el planeta regenerarse por sí mismo, algunos ejemplos del uso descontrolado del medio ambiente son: el incremento de la población (mayor producción de basura, mayor contaminación en forma de gases dañinos al medio ambiente, etc.), tala inmoderada de árboles (para la obtención de materia), necesidad de extensión territorial para vivienda (para ello es necesario tirar arboles de zonas verdes llevándose consigo toda la flora y fauna que inicialmente habitaba en dicha zona) todo esto trae consigo olas de calor, de frío, lluvia acida, extinción de especies, menor cantidad de árboles que por medio de la fotosíntesis produzcan oxígeno a base de dióxido de carbono, etc.

Con base en lo anterior se concluye que es sumamente importante utilizar energías que no contaminen al medio ambiente; con el paso del tiempo se han descubierto diversos mecanismos que permiten obtener energía sin la necesidad de dañar el medio ambiente o contaminando en menor medida de lo posible al planeta; la biomasa para generación de energía en forma de combustible es un claro ejemplo, otro claro ejemplo es la energía térmica que puede ser obtenida con ayuda de colectores solares, la energía eólica para generar energía eléctrica así como también el aprovechamiento de la radiación solar por los paneles solares, etc.

En este protocolo se propone realizar la optimización de un panel fotovoltaico refrigerado con ayuda de un análisis exergético, este procedimiento permitirá encontrar la configuración óptima del proceso en donde se produce la menor cantidad de exergía (energía no aprovechable del sistema), en la actualidad existen sistemas fotovoltaicos convencionales e híbridos que permiten la obtención de energía eléctrica. En el caso de los sistemas convencionales y en los sistemas híbridos la energía eléctrica y térmica se obtiene a partir del efecto fotoeléctrico y la radiación en forma de calor del sol, pero aun así son pocas las personas que optan por utilizar este mecanismo de generación de energía, esto se debe principalmente a la baja eficiencia que tiene el sistema hoy en día, los altos costos de instalación y mantenimiento así como el largo periodo de tiempo que se necesita para poder recuperar la inversión del sistema. Al lograr encontrar la configuración óptima de un sistema fotovoltaico refrigerado se reducirá el tiempo de recuperación de la inversión al instalar un sistema fotovoltaico.

## 1.2 Revisión bibliográfica.

La mayor parte de los autores busca mejorar la eficiencia de los sistemas fotovoltaicos, si bien muchas investigaciones están enfocadas en el desarrollo de nuevos materiales que le permitan al sistema tener una mayor eficiencia, también existe otra corriente de desarrollo que se enfoca en crear sistemas híbridos para poder aprovechar tanto la energía luminosa como la energía térmica que irradia el sol.

En 2009, E. Skoplaki *et al.* [2] presenta una breve discusión sobre la temperatura de operación de módulos / celdas solares basadas en silicio de grado comercial. El concluye que la temperatura de operación juega un papel central en el proceso de conversión fotovoltaica. Tanto la eficiencia eléctrica como, por lo tanto, la potencia de salida de un módulo fotovoltaico depende linealmente de la temperatura de operación.

En 2015, Mattia *et al.* [3] expresa que el rendimiento de los módulos fotovoltaicos disminuye cuando aumenta la temperatura de la celda, se ha investigado la posibilidad de enfriar el panel con una placa térmica refrigerada instalada en la superficie trasera de PV.

En 2017, F. Bayrak *et al.* [4] enfoca su investigación en el rendimiento eléctrico y el análisis termodinámico bajo las formas de sombreado y las relaciones de sombreado de los paneles fotovoltaicos que tienen una potencia de 75 W. Con este objetivo, el construyó una configuración experimental y realizó experimentos en serie para diferentes parámetros, como la relación de sombra y las posiciones. Tres casos diferentes de efectos de sombreado como celdas, horizontales y verticales en diferentes porcentajes.

En 2017, D. Li *et al.* [5] propone un modelo unidimensional para analizar las características de los sistemas híbridos fotovoltaicos (PV-TE), basado en la primera y segunda ley termodinámica, el sistema híbrido convierte la luz solar en energía eléctrica, mediante una celda fotovoltaica y luego utilizan la energía térmica restante mediante el módulo TE. Concluye que los módulos TE combinados con celdas p-Si, celdas poliméricas y celdas CIGS (cobre indio selenio al galio) producen más

energía eléctrica que la celda fotovoltaica correspondiente. Las pérdidas de exergía causadas por la irreversibilidad de la transferencia de calor en los sistemas híbridos son pequeñas, mientras que el proceso de conversión de energía produce una gran cantidad de pérdidas de exergía. Además, esta pérdida de exergía se puede reducir utilizando una celda PV de alta eficiencia de conversión en el sistema híbrido y una condición de temperatura alta de la celda PV. El sistema híbrido de polímero-TE proporciona el aumento más eficiente del 6.6% que el sistema celda de polímero correspondiente. El sistema híbrido de polímero-TE proporciona el aumento más eficiente del 6.6% que el sistema celular de polímero correspondiente.

En 2018, Nfaoui *et al.* [6] determina que el rendimiento de los sistemas solares para convertir la radiación solar depende de su ángulo de inclinación con respecto al plano horizontal, independientemente de las condiciones meteorológicas. La luz solar debe caer con un ángulo pronunciado para extraer la máxima potencia de los paneles solares. Por lo tanto, los ángulos de inclinación fijos óptimos de los paneles solares deben cambiarse mensual y estacionalmente. El utiliza MATLAB para poder estimar la radiación solar total de una superficie inclinada en cualquier hora del día y así encontrar el ángulo óptimo de inclinación del panel solar de forma mensual.

En 2018, Fudholi *et al.* [7] realizó un análisis de energía y exergía para un colector térmico fotovoltaico (PVT), el analizó la radiación solar de 385 y 820 W/m<sup>2</sup> y tasas de flujo de masa entre 0.007 y 0.07 kg/s. Se realiza un análisis de exergía de 300 a 1200 W/m<sup>2</sup> para obtener la pérdida de exergía y eficiencia del PVT. Se presentó un enfoque de modelo matemático para calcular los rendimientos del colector PVT con  $\nabla$ -groove en comparación con los resultados experimentales. Se adoptó un método de inversión matricial para resolver la ecuación de temperatura para cada elemento del sistema PVT. Se adoptó un método de inversión matricial para resolver la ecuación de temperatura para cada elemento del sistema PVT.

En 2018, S. Aberoumand *et al.* [8] realizó su investigación con el objetivo principal de investigar las eficiencias eléctricas, térmicas y de exergía de un sistema fotovoltaico / térmico (PV / T) enfriado por nanofluido de Ag / agua. Al utilizar 4% en

peso de nanofluido (con flujo turbulento), la potencia de salida del panel aumentó en un 35% y un 10% en comparación con cuando no se aplicó enfriamiento y enfriamiento con agua, respectivamente; y también se determinó que la eficiencia de la exergía era un 50% y un 30% más alta que cuando no se utilizaba enfriamiento y enfriamiento con agua, respectivamente.

En 2019, E. Yin *et al.* [9] propone un novedoso sistema de utilización de energía solar que primero logra la cogeneración de calor fotovoltaico, termoeléctrico y de alto grado. El novedoso sistema de cogeneración de concentración fotovoltaica, termoeléctrica y térmica puede superar casi todas las desventajas de los sistemas existentes y proporcionar una mejor manera de utilizar la energía solar. Los resultados indican que cuando la irradiación solar es alta, la nueva estructura puede mitigar la fluctuación de la temperatura causada por la variación de la irradiación solar y mantener la celda fotovoltaica operando a una temperatura segura. El nuevo sistema proporciona más salida de energía que los sistemas existentes porque produce electricidad y una salida térmica de alto grado.

En 2019, Q. Yu *et al.* [10] expresó que, similar a los nanofluidos, se puede formar una suspensión de material de cambio de fase micro encapsulado (MPCM) dispersando uniformemente partículas de MPCM suficientemente pequeñas (es decir, microcápsulas PCM) y haciéndolas suspendidas en un líquido portador (como el agua). El lodo del material de cambio de fase micro encapsulado (MPCM) ha demostrado tener potencial para elevar el rendimiento general de un módulo fotovoltaico / térmico (PV / T) como fluido de trabajo. Se estableció un modelo numérico de transferencia de calor acoplado para examinar el rendimiento de un módulo PV / T basado en lodos MPCM en este estudio. Este modelo permitió la conversión fotoeléctrica, el flujo de HTF, la convección del aire y la radiación ambiental. Los efectos de la concentración volumétrica de MPCM y la temperatura de fusión en la eficiencia energética y la eficiencia de la energía del módulo en un amplio rango de velocidad de entrada fueron explorados a detalle.

En 2019, Y. Jia *et al.* [11] expresa que, con el fin de mejorar la eficiencia energética, se han realizado muchos esfuerzos para investigar y desarrollar

sistemas de colectores fotovoltaicos y térmicos híbridos. Un sistema fotovoltaico-térmico (PV / T) hace la generación de energía eléctrica y la recolección de energía térmica al mismo tiempo. Por lo tanto, la eficiencia general del sistema fotovoltaico-térmico (PV / T) puede aumentar en consecuencia.

En este trabajo, intentamos resumir varios trabajos de investigación sobre tecnologías como los sistemas PV / T de placa plana y los sistemas PV / T de tipo concentrador, utilizando diferentes tipos de fluidos de trabajo en una variedad de condiciones ambientales. El propósito de esta revisión es definir las condiciones ambientales adecuadas y las aplicaciones para diferentes tipos de sistemas PV / T. Además, también se presenta que las aplicaciones y desarrollos de los sistemas PV / T. Para desarrollar nuevos sistemas PV / T, se necesita más esfuerzo en el modelado preciso, la exploración de nuevos materiales, la mejora de la estabilidad del sistema PV / T y el diseño de un sistema de almacenamiento de energía compatible.

### **1.3.- Planteamiento del problema**

Como se puede observar en los antecedentes existe una disminución del rendimiento en un sistema solar fotovoltaico debido al incremento de la temperatura: El panel solar disminuye su eficiencia debido a la parte de la energía solar en forma de calor que se acumula en el panel al no tener mecanismos que ayuden al sistema a transportar dicha energía térmica, esto trae consigo:

#### **RENDIMIENTO**

- Disminución del rendimiento del sistema
- Se requiere mayor área de captación solar para abastecer las demandas iniciales de energía.
- Desaprovechamiento de dicha energía térmica en el sistema.

#### **COSTOS**

- Mayor tiempo de recuperación de la inversión
- Mayor inversión al tener que incrementar el área de captación

## **1.4.- Objetivos**

### **Objetivo general**

Optimizar el proceso de generación de energía de un sistema solar térmico-fotovoltaico basado en máxima eficiencia exergética.

### **Objetivos específicos**

1.- Modelar el proceso de generación de energía eléctrica del sistema solar térmico fotovoltaico de manera general para poder analizar diversas configuraciones del sistema.

Actividad 1.- Recopilación de modelos matemáticos existentes en los sistemas híbridos estudiados hasta hoy en día.

Actividad 2.- Selección de los modelos que simulan un sistema solar térmico-fotovoltaico refrigerado con un fluido.

Actividad 3.- Elección, con ayuda de los modelos seleccionados, de los parámetros que deben ser considerados en el modelo del sistema.

Actividad 4.- Modelación de la ecuación diferencial que describe la generación de energía del sistema fotovoltaico refrigerado.

Actividad 5.- Recopilación de datos meteorológicos y actinométricos con ayuda de la estación meteorológica que se encuentra en la UNICACH.

Actividad 6.- Verificación de que el modelo propuesto describe el fenómeno de una celda fotovoltaica refrigerada generalizada.

2.- Realizar el análisis de exergía al sistema solar térmico fotovoltaico.

Actividad 1.- Definición de las condiciones iniciales y finales de las ecuaciones diferenciales que describen al sistema solar térmico fotovoltaico refrigerado.

Actividad 2.- Definición del método de solución de la ecuación diferencial.

Actividad 3.- Formulación de las ecuaciones de exergía que se utilizarán para el sistema térmico solar fotovoltaico refrigerado.

Actividad 4.- Determinar los valores de las exergías recibidas y destruidas en el sistema.

3.- Encontrar la configuración óptima en la cual el sistema experimenta una menor destrucción de exergía.

Actividad 1.- Implementar un código de programación para la solución del sistema con ayuda de MATLAB.

Actividad 2.- Obtención y análisis de resultados

Actividad 3.-Obtención de condiciones óptimas de operación del sistema.

## 1.5 Justificación

El proyecto pretende:

- Modelar el proceso de generación de exergía de un sistema térmico fotovoltaico refrigerado.
- Encontrar la configuración óptima del sistema térmico fotovoltaico refrigerado.
- Lograr que la inversión de instalación de un sistema térmico fotovoltaico refrigerado pueda ser recuperada en un menor plazo.
- Invitar a que más personas opten por el uso de energías limpias al hacer más eficiente el sistema.

Relevancia:

- **Social:** se brinda la opción de tener un sistema con el menor desaprovechamiento de energía, al encontrar la configuración óptima del sistema.
- **Ambiental:** es una energía limpia que nos permite aprovechar la energía solar y convertirla tanto en energía eléctrica y en forma de calor.
- **Económico:** se busca con este proyecto de investigación poder encontrar la configuración en la cual existe menor pérdida de energía útil por lo que el plazo en el cual el inversionista recupera su inversión será menor al ser menores los gastos por compensación de energía.

- **Tecnológica:** se propondrá un sistema novedoso que funcione de manera óptima.

## **1.6.- Organización de la tesis**

Esta tesis está constituida por 5 capítulos

Capítulo 1: se presenta la revisión bibliográfica acerca de los sistemas térmicos fotovoltaicos y el cómo se han planteado el análisis exergético en estos. Se menciona el problema a estudiar y los objetivos programados.

Capítulo 2: marco teórico formado por los fundamentos teóricos del análisis termodinámico y de la transferencia del calor que están relacionados con el estudio de los sistemas térmicos fotovoltaicos. Además, se indican los fundamentos para el análisis por medio de cinemática solar y del método numérico a implementar.

Capítulo 3: se presenta el modelo para el análisis energético y exergético además se indica la metodología para lograr los objetivos planteados desde un inicio del proyecto.

Capítulo 4: se presentan los resultados obtenidos de las corridas que se hacen en el código de programación con ayuda del software Matlab.

Capítulo 5: se expresan las conclusiones con ayuda de los resultados obtenidos en el capítulo 4, y se expresa la configuración óptima del sistema estudiado.

## **1.7.- Conclusión**

En este capítulo se describió brevemente el panorama actual de los sistemas térmico fotovoltaicos los cuales son parte de los sistemas híbridos actuales. Se indicaron diversos tipos de estudios realizados tanto a sistemas convencionales como a sistemas híbridos, además, publicaciones para el análisis energético y exergético de los sistemas antes mencionados. Con base en todo esto se logró plantear el problema actual en los sistemas fotovoltaicos convencionales y poder plantear de manera clara los objetivos y la justificación del estudio de este proyecto de tesis.

## 1.8 Referencias

- [1] A. N. d. E. Renovables, «Energias Renovables,» *ANES*, vol. 3, nº 35, p. 30, 2018.
- [2] E. Skoplaki, «On the temperature dependence of photovoltaic module electrical performance: A review of efficiency/power correlations,» *Solar Energy*, vol. 83, pp. 614-624, 2009.
- [3] D. R. Mattia, «Dynamic thermal model for hybrid photovoltaic panels,» *Energy Procedia*, vol. 81, pp. 345-353, 2015.
- [4] F. Bayrak, «Effects of partial shading on energy and exergy efficiencies for photovoltaics panels,» *J. Clean. Prod.*, vol. 164, pp. 58-69, 2017.
- [5] D. Li, «Exergy and energy analysis of photovoltaic-thermoelectric hybrid systems,» *Energy*, vol. 126, p. 343–351, 2017.
- [6] M. Nfaoui, «Extracting the maximum energy from solar panels,» *Energy Reports*, vol. 4, pp. 536-545, 2018.
- [7] A. Fudholi, «Energy and exergy analysis of photovoltaic thermal collector with [1] A. Fudholi, M. Zohri, G. L. Jin, A. Ibrahim, C. H. Yen, M. Y. OEnergy and exergy analyses of photovoltaic thermal collector with  $\nabla$ -groove,» *Solar Energy*, vol. 159, nº November 2016, pp. 747-750, 2018.
- [8] S. Aberoumand, «Energy and exergy analysis of a photovoltaic thermal (PV/T) system using nanofluids: An experimental study,» *Solar Energy*, vol. 165, pp. 167-177, 2018.
- [9] E. Yin, «Feasibility analysis of a concentrating photovoltaic-thermoelectric-thermal cogeneration,» *Solar Energy*, vol. 236, pp. 560-573, 2019.
- [10] Q. Yu, «Numerical study on energy and exergy performances of a microencapsulated phase change material slurry based photovoltaic/thermal module,» *Energy Convers. Manag.*, vol. 183, nº October 2018, pp. 708-720, 2019.
- [11] Y. Jia, «Development and applications of photovoltaic–thermal systems: A review,» *Renew. Sustain. Energy Rev.*, vol. 102, nº December 2018, pp. 249-265, 2019.

## CAPITULO 2: FUNDAMENTOS TEÓRICOS

### 2.1 Introducción.

Antes de comenzar el análisis del modelo para cumplir con los objetivos planteados se necesita tener las bases fundamentales con las cuales se logrará plantear un modelo que cumpla con toda la teoría relacionada. En el caso específico del modelo planteado en esta tesis, se requieren bases teóricas relacionadas a la física, matemáticas, métodos numéricos, cinemática solar y características de los materiales.

### 2.2 Energía, transferencia de energía y análisis general de energía.

#### 2.2.1 Formas de energía.

La energía puede existir en forma de energía térmica, mecánica, cinética, potencial, eléctrica, magnética, química y nuclear, cuya suma conforma la energía total  $E$  de un sistema, la cual se denota por unidad de masa mediante  $e$  y se expresa como

$$e = \frac{E}{m} \quad (2.2.1.1)$$

Existen dos grupos que conforman la energía total de un sistema, la primera es conocida como macroscópica (cinética y potencial, por ejemplo) y la segunda es la energía microscópica (energía interna,  $U$ ). La energía total de un sistema consta sólo de las energías cinética, potencial e interna, y se expresa como

$$E = U + EC + EP = U + m \frac{v^2}{2} + mgz \quad (2.2.1.2)$$

Los volúmenes de control están relacionados con el flujo de un fluido, por esto se incorpora el flujo másico,  $\dot{m}$ , que es la cantidad de masa que fluye por una sección transversal por unidad de tiempo. [\[1\]](#)

$$\dot{m} = \rho \dot{V} = \rho A_t V_{prom} \quad (2.2.1.3)$$

### 2.2.2 Transferencia de energía por calor.

La energía puede cruzar la frontera de un sistema cerrado en dos formas distintas: calor y trabajo. El calor se define como la forma de energía que se transfiere entre dos sistemas (o entre un sistema y el exterior) debido a una diferencia de temperatura. El calor es energía en transición y se reconoce sólo cuando cruza la frontera de un sistema. Una vez en el exterior, el calor transferido se vuelve parte de la energía interna de éstos. Así, en termodinámica el término calor significa simplemente transferencia de calor. La transferencia de calor de un sistema por unidad de masa se denota como  $q$  y se determina a partir de [1]

$$q = \frac{Q}{m} \quad (2.2.2)$$

### 2.2.3 La primera ley de la termodinámica.

La primera ley de la termodinámica, conocida también como el principio de conservación de la energía, establece que la energía no se puede crear ni destruir durante un proceso; solo puede cambiar de forma. [1]

### 2.2.4 Balance de energía.

El principio de conservación de la energía nos dice que el cambio neto (aumento o disminución) de la energía total del sistema durante un proceso es igual a la diferencia entre la energía total que entra y la energía total que sale del sistema durante el proceso. Es decir

$$E_{ent} - E_{sal} = \Delta E \quad (2.2.4)$$

Esta relación es más conocida como balance de energía. [1]

### 2.2.5 Incremento de la energía de un sistema, $\Delta E_{\text{sistema}}$

Para determinar el cambio de energía de un sistema durante un proceso se requiere evaluar la energía del sistema al principio y al final del proceso y encontrar su diferencia. Es decir

$$\Delta E_{\text{sist}} = E_{\text{fin}} - E_{\text{ini}} = E_2 - E_1 = \Delta U + \Delta EC + \Delta EP \quad (2.2.5)$$

Donde:  $\Delta U = m(u_2 - u_1)$ ,  $\Delta EC = \frac{1}{2}m(V_2^2 - V_1^2)$  y  $\Delta EP = mg(z_2 - z_1)$ , [1]

### 2.2.6 Mecanismos de transferencia de energía, $E_{\text{entrada}}$ y $E_{\text{salida}}$ .

La energía se puede transferir hacia o desde un sistema en tres formas: calor, trabajo y flujo másico. El balance de energía se expresa de modo explícito como [1]

$$E_{\text{ent}} - E_{\text{sal}} = (Q_{\text{ent}} - Q_{\text{sal}}) + (W_{\text{ent}} - W_{\text{sal}}) + (E_{\text{masa,ent}} - E_{\text{masa,sal}}) = \Delta E_{\text{sist}} \quad (2.2.6)$$

## 2.3 Análisis de masa y energía de volúmenes de control.

### 2.3.1 Conservación de la masa.

La conservación de la masa es uno de los principios fundamentales de la naturaleza. Al igual que la energía, la masa es una propiedad conservada y que no puede crearse ni destruirse durante un proceso. Para volúmenes de control, la masa puede cruzar las fronteras, de modo que se debe mantener un registro de la cantidad de masa que entra y sale. [1]

### 2.3.2 Principio de conservación de la masa.

El principio de conservación de la masa para un volumen de control es expresado como la transferencia neta de masa hacia o desde el volumen de control

durante un intervalo de tiempo  $\Delta t$  es igual al cambio neto (incremento o disminución) en la masa total dentro del volumen de control durante  $\Delta t$ . Es decir, considerando todas las entradas y salidas [1]

$$\sum_{ent} \dot{m} - \sum_{sal} \dot{m} = \frac{dm_{vc}}{dt} \quad (2.3.2)$$

### 2.3.3 Trabajo de flujo y energía de un fluido en movimiento.

En los volúmenes de control hay flujo de masa a través de sus fronteras y se requiere trabajo para introducirla o sacarla del volumen de control. Este trabajo se conoce como trabajo de flujo o energía de flujo, y se requiere para mantener un flujo continuo a través de un volumen de control. El trabajo de flujo por unidad de masa es: [1]

$$w_{fl} = Pv \quad (2.3.3)$$

### 2.3.4 Energía total de un fluido en movimiento.

El fluido que entra o sale de un volumen de control posee una forma adicional de energía, la energía de flujo. Entonces la energía total de un fluido en movimiento por unidad de masa, sabiendo que  $Pv + u$  es la entalpía  $h$ , es [1]

$$\theta = Pv + e = Pv + (u + ec + ep) = h + ec + ep = h + \frac{v^2}{2} + gz \quad (2.3.4)$$

### 2.3.5 Energía transportada por la masa.

Como  $\theta$  es la energía total por unidad de masa, la energía total de un fluido en movimiento de masa  $m$  es simplemente [1]

$$E_m = m\theta \quad (2.3.5)$$

### 2.3.6 Análisis de energía de sistemas de flujo estacionario.

Un proceso de flujo estacionario se define como un proceso durante el cual un fluido fluye de manera estacionaria por un volumen de control. Durante un proceso de flujo estacionario, el contenido de energía total de un volumen de control permanece constante. Entonces, la forma de tasa del balance de energía general escrito de manera explícita es [\[1\]](#)

$$\dot{Q}_{ent} + \dot{W}_{ent} + \sum_{ent} \dot{m}\theta = \dot{Q}_{sal} + \dot{W}_{sal} + \sum_{sal} \dot{m}\theta \quad (2.3.6)$$

### 2.3.7 Análisis de procesos de flujo no estacionario.

Muchos procesos tienen que ver con cambios dentro del volumen de control con el tiempo. Esta clase de procesos se conocen como de flujo no estacionario o flujo transitorio. A diferencia de los procesos de flujo estacionario, los procesos de flujo no estacionario comienzan y terminan en algún tiempo finito en lugar de continuar indefinidamente. El balance de energía para un sistema de flujo transitorio se puede expresar de forma explícita como

$$(\dot{Q}_{ent} + \dot{W}_{ent} + \sum_{ent} \dot{m}\theta) - (\dot{Q}_{sal} + \dot{W}_{sal} + \sum_{sal} \dot{m}\theta) = (m_2 e_2 - m_1 e_1)_{sist} \quad (2.3.7)$$

Donde  $\theta = h + ec + ep$  es la energía de una corriente de fluido en alguna entrada o salida por unidad de masa, y  $e = u + ec + ep$  es la energía en el fluido estático dentro del volumen de control por unidad de masa. [\[1\]](#)

## 2.4 La segunda ley de la termodinámica.

### 2.4.1 Depósitos de energía térmica.

Un cuerpo que posee una capacidad de energía térmica relativamente grande que pueda suministrar o absorber cantidades finitas de calor sin experimentar ningún cambio de temperatura, tal cuerpo se llama depósito de energía térmica, o sólo depósito. Un depósito que suministra energía en la forma de

calor se llama fuente, y otro que absorbe energía en la forma de calor se llama sumidero. [1]

#### **2.4.2 Procesos reversibles e irreversibles.**

Los procesos que ocurren en cierta dirección, y una vez ocurridos, no se pueden revertir por sí mismos de forma espontánea y restablecer el sistema a su estado inicial se clasifican como procesos irreversibles. Un proceso reversible se define como un proceso que se puede invertir sin dejar ningún rastro en los alrededores. Es decir, tanto el sistema como los alrededores vuelven a sus estados iniciales una vez finalizado el proceso inverso.

Se debe señalar que es posible volver un sistema a su estado original siguiendo un proceso, sin importar si éste es reversible o irreversible. Pero para procesos reversibles, esta restauración se hace sin dejar ningún cambio neto en los alrededores, mientras que para procesos irreversibles los alrededores normalmente hacen algún trabajo sobre el sistema, por lo tanto, no vuelven a su estado original. Los procesos reversibles en realidad no ocurren en la naturaleza, sólo son idealizaciones de procesos reales. Los reversibles se pueden aproximar mediante dispositivos reales, pero nunca se pueden lograr; es decir, todos los procesos que ocurren en la naturaleza son irreversibles. Pero sirven como modelos idealizados con los que es posible comparar los procesos reales. Los dispositivos consumen el mínimo de trabajo cuando se usan procesos reversibles en lugar de irreversibles.

Los procesos reversibles pueden ser considerados como límites teóricos para los irreversibles correspondientes. Algunos procesos son más irreversibles que otros. Quizá nunca se tenga un proceso reversible, pero es posible aproximarse. A medida que se tiende hacia un proceso reversible, un dispositivo entrega más trabajo o requiere menos trabajo. El concepto de proceso reversible conduce a la definición de eficiencia según la segunda ley para procesos reales, que es el grado de aproximación al proceso reversible correspondiente. Esto permite comparar el desempeño de diferentes dispositivos diseñados para hacer la misma tarea con

base en sus eficiencias. Mientras mejor sea el diseño, menores son las irreversibilidades y mayor es la eficiencia según la segunda ley. [1]

### **2.4.3 Irreversibilidades.**

Los factores que causan que un proceso sea irreversible se llaman irreversibilidades, las cuales son la fricción, la expansión libre, el mezclado de dos fluidos, la transferencia de calor a través de una diferencia de temperatura finita, la resistencia eléctrica, la deformación inelástica de sólidos y las reacciones químicas. La presencia de cualquiera de estos efectos hace que un proceso sea irreversible. Un proceso reversible no incluye ninguno de ellos. [1]

### **2.4.4 Procesos internos y externamente reversibles.**

Un proceso se denomina internamente reversible si no ocurren irreversibilidades dentro de las fronteras del sistema durante el proceso. Un proceso es denominado externamente reversible si no ocurren irreversibilidades fuera de las fronteras del sistema durante el proceso. La transferencia de calor entre un depósito y un sistema es un proceso externamente reversible si la superficie exterior del sistema está a la temperatura del depósito. Se le denomina a un proceso totalmente reversible, o nada más reversible, si no tiene que ver con irreversibilidades dentro del sistema o sus alrededores. [1]

## **2.5 Entropía.**

La primera ley de la termodinámica trata con la propiedad energía y la conservación de ella; mientras que la segunda define una propiedad llamada entropía.

El cambio de entropía de un sistema cerrado durante un proceso irreversible siempre es mayor que la transferencia de entropía. Es decir, alguna entropía es generada o creada durante un proceso irreversible, y esta generación se debe completamente a la presencia de irreversibilidades. La entropía de un sistema

aislado durante un proceso siempre se incrementa o, en el caso límite de un proceso reversible, permanece constante. En otros términos, nunca disminuye. Esto es conocido como el principio de incremento de entropía. La ausencia de cualquier transferencia de calor, el cambio de entropía solamente se debe a las irreversibilidades y su efecto es siempre incrementar la entropía.

La propiedad entropía es una medida de desorden molecular o aleatoriedad de un sistema, y la segunda ley de la termodinámica establece que la entropía puede crearse, pero no destruirse. Por consiguiente, el cambio de entropía de un sistema durante un proceso es mayor a la transferencia de entropía en una cantidad igual a la entropía generada durante el proceso el dentro del sistema. La entropía es una propiedad y el valor de una propiedad no cambia a menos que el estado del sistema cambie. Así, el cambio de entropía de un sistema es cero si el estado del sistema no cambia durante el proceso.

La entropía puede transferirse hacia o desde un sistema por dos mecanismos: transferencia de calor y flujo másico. La transferencia de entropía es reconocida en la frontera del sistema cuando la cruza, y representa la entropía ganada o perdida por un sistema durante un proceso. Las irreversibilidades siempre ocasionan que la entropía de un sistema aumente, por lo tanto, la generación de entropía es una medida de entropía creada por tales efectos durante un proceso.

[\[1\]](#)

## **2.6 Exergía: una medida del potencial de trabajo.**

### **2.6.1 Eficiencia según la segunda ley, $\eta_{II}$ .**

Se define a la eficiencia según la segunda ley  $\eta_{II}$  como la relación entre la eficiencia térmica real y la eficiencia térmica máxima posible (reversible) bajo las mismas condiciones. Está ideada para servir como una medida de aproximación a la operación reversible, en consecuencia, su valor debe cambiar de cero en el peor caso (destrucción completa de exergía) a 1 en el mejor (sin destrucción de exergía). Con esta perspectiva, se define la eficiencia según la segunda ley de un sistema durante un proceso como

$$n_{II} = \frac{\text{Exergía recuperada}}{\text{Exergía suministrada}} = 1 - \frac{\text{Exergía destruida}}{\text{Exergía suministrada}} \quad (2.6.1)$$

Por consiguiente, al determinar la eficiencia según la segunda ley, primero necesitamos determinar cuánta exergía o potencial de trabajo se consume durante un proceso. [1]

### 2.6.2 Transferencia de exergía.

La exergía, como la energía, puede transferirse hacia o desde un sistema en tres formas: calor, trabajo y flujo másico. Esta transferencia es reconocida en la frontera del sistema cuando la exergía la cruza, por lo que representa la exergía ganada o perdida por un sistema durante un proceso. La transferencia de calor  $Q$  en una ubicación que se encuentra a temperatura termodinámica  $T$  siempre está acompañada por la transferencia de exergía  $X_{calor}$  en la cantidad de [1]

$$X_{calor} = \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) Q \quad (2.6.2)$$

### 2.6.3 Principio de disminución de exergía y destrucción de exergía.

El principio de conservación de la energía indica que ésta no puede crearse ni destruirse durante un proceso. El principio de incremento de entropía, el cual puede considerarse como uno de los enunciados de la segunda ley, indica que esa entropía puede ser creada pero no destruirse. Un enunciado alternativo de la segunda ley de la termodinámica, llamado principio de disminución de exergía, el cual es la contraparte del principio de incremento de entropía es: La exergía de un sistema aislado durante un proceso siempre disminuye o, en el caso límite de un proceso reversible, permanece constante; en otros términos, la exergía nunca aumenta y es destruida durante un proceso real. Esto se conoce como el principio de disminución de exergía. Para un sistema aislado, la disminución de exergía es igual a la exergía destruida.

Las irreversibilidades siempre generan entropía y cualquier cosa que genera entropía siempre destruye la exergía. La exergía destruida es proporcional a la entropía generada. La exergía destruida es una cantidad positiva para cualquier proceso real y que se convierte en cero para uno reversible. La exergía destruida representa el potencial de trabajo perdido y también se denomina irreversibilidad o trabajo perdido. [1]

## 2.7 La transferencia de calor.

La termodinámica trata de los estados de equilibrio y de los cambios desde un estado de equilibrio hacia otro. Por otra parte, la transferencia de calor se ocupa de los sistemas en los que falta el equilibrio térmico y, por lo tanto, existe un fenómeno de no equilibrio. Así, el estudio de la transferencia de calor no puede basarse sólo en los principios de la termodinámica. Sin embargo, las leyes de la termodinámica ponen la estructura para la ciencia de la transferencia de calor. [2]

### 2.7.1. Calores específicos de gases, líquidos y sólidos.

El calor específico se define como la energía requerida para elevar en un grado la temperatura de una unidad de masa de una sustancia. Suele tenerse interés en dos tipos de calores específicos. El calor específico a volumen constante,  $c_v$ , y el calor específico a presión constante,  $c_p$ . Para los gases ideales, estos calores específicos están relacionados entre sí por  $c_p = c_v + R$

Los cambios diferenciales en la *energía interna*  $u$  y la *entalpía*  $h$  de un gas ideal se pueden expresar en términos de los calores específicos como

$$du = c_v dT \quad (2.7.1.1) \quad \text{y} \quad dh = c_p dT \quad (2.7.1.2)$$

Una sustancia cuyo volumen específico (o densidad específica) no cambia con la temperatura o la presión se conoce como sustancia incompresible. Los calores específicos a volumen constante y a presión constante son idénticos para las sustancias incompresibles. Por lo tanto, para los sólidos y los líquidos,  $c_p \cong c_v \cong c$ .

[2]

$$\Delta U = mc_{prom}\Delta T \quad (2.7.1.3)$$

### 2.7.2. Balance de energía para sistemas de flujo estacionario.

Cuando los cambios en las energías cinética y potencial son despreciables y no se tiene interacción de trabajo, el balance de energía para tal sistema de flujo estacionario se reduce a

$$\dot{Q} = \dot{m}\Delta h = \dot{m}c_{prom}\Delta T \quad (2.7.2)$$

Donde  $\dot{Q}$  es la razón de la transferencia neta de calor hacia adentro o hacia afuera del volumen de control. [\[1\]](#)

### 2.7.3. Mecanismos de transferencia de calor, conductividad térmica y difusividad térmica.

Conducción: La conducción es la transferencia de energía de las partículas más energéticas de una sustancia hacia las adyacentes menos energéticas, como resultado de interacciones entre esas partículas. La razón de la conducción de calor a través de una capa plana es proporcional a la diferencia de temperatura a través de ésta y al área de transferencia de calor, pero es inversamente proporcional al espesor de esa capa; es decir

$$\dot{Q}_{cond} = kA \frac{T_1 - T_2}{\Delta x} = -kA \frac{\Delta T}{\Delta x} \quad (2.7.3.1)$$

donde la constante de proporcionalidad  $k$  es la conductividad térmica del material, que es una medida de la capacidad de un material para conducir calor. El área  $A$  de transferencia de calor siempre es normal (o perpendicular) a la dirección de esa transferencia.

Conductividad térmica: Los diferentes materiales almacenan calor en forma diferente y se ha definido la propiedad de calor específico  $c$  como una medida de la capacidad de un material para almacenar energía térmica. Del mismo modo, la conductividad térmica  $k$  es una medida de la capacidad de un material para conducir calor. Por lo tanto, la conductividad térmica de un material se puede definir como la

razón de transferencia de calor a través de un espesor unitario del material por unidad de área por unidad de diferencia de temperatura.

Difusividad térmica: El producto  $\rho c_p$ , que se encuentra con frecuencia en el análisis de la transferencia de calor, se llama capacidad calorífica de un material. Tanto el calor específico  $c_p$  como la capacidad calorífica  $\rho c_p$  representan la capacidad de almacenamiento de calor de un material. Pero  $c_p$  la expresa por unidad de masa, en tanto que  $\rho c_p$  la expresa por unidad de volumen. Otra propiedad de los materiales que aparece en el análisis de la conducción del calor en régimen transitorio es la difusividad térmica, la cual representa cuán rápido se difunde el calor por un material y se define como

$$\alpha = \frac{\text{Calor conducido}}{\text{Calor almacenado}} = \frac{k}{\rho c_p} \quad (2.7.3.2)$$

Convección: La convección es el modo de transferencia de energía entre una superficie sólida y el líquido o gas adyacente que está en movimiento y comprende los efectos combinados de la conducción y el movimiento de fluidos. Entre más rápido es el movimiento de un fluido, mayor es la transferencia de calor por convección. La convección recibe el nombre de convección forzada si el fluido es forzado a fluir sobre la superficie mediante medios externos como un ventilador, una bomba o el viento. Como contraste, se dice que es convección natural (o libre) si el movimiento del fluido es causado por las fuerzas de empuje que son inducidas por las diferencias de densidad debidas a la variación de la temperatura en ese fluido. La rapidez de la transferencia de calor por convección es proporcional a la diferencia de temperatura y se expresa en forma conveniente por la ley de Newton del enfriamiento como

$$\dot{Q}_{conv} = hA_s(T_s - T_\infty) \quad (2.7.3.3)$$

donde  $h$  es el coeficiente de transferencia de calor por convección,  $A_s$  es el área superficial a través de la cual tiene lugar la transferencia de calor por convección,  $T_s$  es la temperatura de la superficie y  $T_\infty$  es la temperatura del fluido suficientemente alejado de esta superficie. El coeficiente de transferencia de calor por convección  $h$

no es una propiedad del fluido. Es un parámetro que se determina en forma experimental y cuyo valor depende de todas las variables que influyen sobre la convección, como la configuración geométrica de la superficie, la naturaleza del movimiento del fluido, las propiedades de éste y la velocidad masiva del mismo.

Radiación: Del espectro electromagnético, el tipo de radiación electromagnética que resulta pertinente para la transferencia de calor es la radiación térmica emitida como resultado de las transiciones energéticas de las moléculas, los átomos y los electrones de una sustancia cuya temperatura está por encima del cero absoluto (se encuentran en constante movimiento y, como consecuencia, constantemente emiten radiación), la cual está siendo absorbida o transmitida en toda la extensión del volumen de la materia. Es decir, la radiación es un fenómeno volumétrico. Sin embargo, para los sólidos opacos (no transparentes) se considera que la radiación es un fenómeno superficial, ya que la emitida por las regiones interiores nunca puede llegar hasta la superficie y la que incide sobre esos cuerpos suele ser absorbida dentro de unas cuantas micras de la superficie. [2]

#### **2.7.4. Absortividad, reflectividad y transmisividad.**

El flujo de radiación que incide sobre una superficie se llama irradiación y se denota por  $G$ . Cuando la radiación choca contra una superficie, parte de ella es absorbida, parte de ella es reflejada y la parte restante, si la hay, es transmitida. La fracción de irradiación absorbida por la superficie se llama absortividad  $\alpha$ , la fracción reflejada por la superficie recibe el nombre de reflectividad  $\rho$ , y la fracción transmitida es la transmisividad  $\tau$ . La absortividad, como la emisividad, su valor está en el intervalo  $0 \leq \alpha \leq 1$ . La primera ley de la termodinámica requiere que la suma de energía de radiación absorbida, reflejada y transmitida sea igual a la radiación incidente; esto es,

$$G_{abs} + G_{ref} + G_{tr} = G \quad (2.7.4.1)$$

Dividiendo cada término de esta relación entre  $G$  se obtiene

$$\alpha + \rho + \tau = 1 \quad (2.7.4.2)$$

En general,  $\alpha$  de una superficie depende de la temperatura y de la longitud de onda de la radiación. La razón a la cual una superficie absorbe la radiación se determina a partir de [2]

$$\dot{Q}_{absorbida} = \alpha \dot{Q}_{incidente} \quad (2.7.4.3)$$

### 2.7.5. Número de Nusselt.

Es práctica común quitar las dimensiones a las ecuaciones que rigen y combinar las variables, las cuales se agrupan en números adimensionales, con el fin de reducir el número de variables totales. También es práctica común quitar las dimensiones del coeficiente de transferencia de calor  $h$  con el número de Nusselt, que se define como

$$N_u = \frac{hL_c}{k} \quad (2.7.5)$$

donde  $k$  es la conductividad térmica del fluido y  $L_c$  es la longitud característica. El número de Nusselt representa el mejoramiento de la transferencia de calor a través de una capa de fluido como resultado de la convección en relación con la conducción a través de la misma capa. Entre mayor sea el número de Nusselt, más eficaz es la convección. Un número de Nusselt de  $N_u = 1$  para una capa de fluido representa transferencia de calor a través de ésta por conducción pura. [2]

### 2.7.6. Número de Prandtl.

La mejor manera de describir el espesor relativo de las capas límite de velocidad y térmica es por medio del parámetro número de Prandtl adimensional, definido como

$$P_r = \frac{\text{Difusividad molecular de la cantidad de movimiento}}{\text{Difusividad molecular del calor}} = \frac{v}{\alpha} = \frac{\mu C_p}{k} \quad (2.7.6)$$

Los números de Prandtl para los gases son de alrededor de 1, lo cual indica que tanto la cantidad de movimiento como el calor se disipan a través del fluido a más o menos la misma velocidad. [2]

## 2.8 Convección interna forzada.

### 2.8.1. Tubos y ductos.

Los términos tubo, ducto y conducto suelen usarse en forma intercambiable para los tramos de flujo. En general, los tramos de flujo de sección transversal circular son nombrados tubos (en especial cuando el fluido es un líquido), y los tramos de flujo de sección transversal no circular, ductos (en especial cuando el fluido es un gas). La velocidad del fluido en un tubo cambia de cero en la superficie, debido a la condición de no deslizamiento, hasta un máximo en el centro del mismo. En el flujo de fluidos, resulta conveniente trabajar con una velocidad promedio,  $V_{prom}$  la cual se mantiene constante en el flujo incompresible, cuando el área de la sección transversal del tubo es constante.

Cuando un fluido se calienta o se enfría conforme fluye por un tubo, su temperatura en cualquier sección transversal cambia de  $T_s$  en la superficie de la pared hasta algún máximo (o mínimo, en el caso del calentamiento) en el centro del tubo. En el desplazamiento de fluidos, resulta conveniente trabajar con una temperatura promedio o media,  $T_m$ , la cual permanece constante en una sección transversal. A diferencia de la velocidad media, la temperatura media  $T_m$  cambia en la dirección del flujo, siempre que el fluido se caliente o se enfríe. Las propiedades del fluido en el flujo interno suelen evaluarse a la temperatura del fluido promediada entre entrada y salida, la cual es el promedio aritmético de las temperaturas medias en la admisión y la salida; es decir, [\[2\]](#)

$$T_m = \frac{T_i + T_e}{2} \quad (2.8.1)$$

### 2.8.2. Flujos laminar y turbulento en tubos.

El flujo en un tubo puede ser laminar o turbulento, dependiendo de las condiciones del mismo. El flujo de fluidos sigue líneas de corriente y, como consecuencia, es laminar a velocidades bajas, pero se vuelve turbulento conforme

se incrementa la velocidad más allá de un valor crítico. Para el flujo por tubos no circulares, el número de Reynolds así como el número de Nusselt y el factor de fricción se basan en el diámetro hidráulico  $D_h$ , definido como (figura 3)

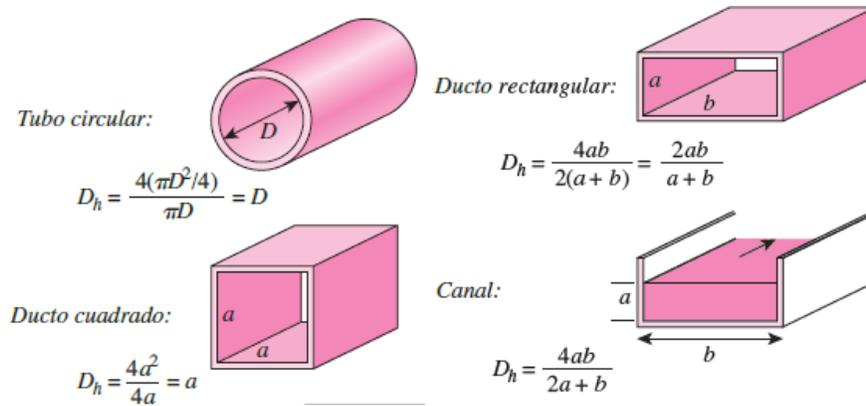


Figura 3.- Diámetro hidráulico para tubos, ductos y canales.

$$D_h = \frac{4A_c}{p} \quad (2.8.2)$$

Donde  $A_c$  es el área de la sección transversal del tubo y  $p$  es su perímetro. [2]

### 2.8.3. Análisis térmico general.

La ecuación de conservación de la energía para el flujo estacionario de un fluido en un tubo se puede expresar como

$$\dot{Q} = \dot{m}c_p(T_e - T_i) \quad (2.8.3.1)$$

donde  $T_i$  y  $T_e$  son las temperaturas medias del fluido en la entrada y la salida del tubo, respectivamente, y  $\dot{Q}$  es la razón de la transferencia de calor hacia el fluido o desde éste.

El flujo de calor en la superficie se expresa como

$$\dot{q}_s = h_x(T_s - T_m) \quad (2.8.3.2)$$

donde  $h_x$  es el coeficiente de transferencia de calor *local* y  $T_s$  y  $T_m$  son las temperaturas en la superficie y media del fluido en esta sección transversal. [2]

## 2.9 Convección natural.

### 2.9.1. Convección natural dentro de recintos cerrados.

Las características de la transferencia de calor a través de un recinto cerrado horizontal dependen de si la placa más caliente está en la parte de arriba o en la de abajo (Fig. 4)

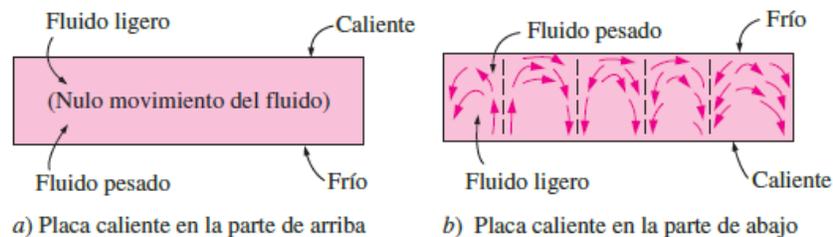


Figura 4.- Corrientes de convección en un recinto cerrado horizontal con a) placa caliente arriba y b) placa caliente abajo.

Cuando la placa más caliente está en la parte de arriba, no se desarrollan corrientes de convección en el recinto, ya que el fluido más ligero siempre está arriba del más pesado. En este caso la transferencia de calor es por conducción pura y tendremos  $Nu = 1$ . Cuando la placa más caliente está en la parte de abajo, el fluido más pesado está arriba del más ligero y se tiene una tendencia de éste de derribar a aquél y subir hasta la parte superior, en donde entra en contacto con la placa más fría y se enfriará. Sin embargo, hasta que esto sucede, la transferencia de calor es por conducción pura y  $Nu = 1$ . Cuando  $RaL > 1708$ , la fuerza de flotabilidad vence la resistencia del fluido e inicia las corrientes de convección natural, las cuales se observa que tienen la forma de celdas hexagonales llamadas celdas de Bénard. Para  $RaL < 3 \times 10^5$ , las celdas se rompen y el movimiento del fluido se vuelve turbulento.

El número de Rayleigh para un recinto cerrado se determina a partir de

$$Ra_L = \frac{g\beta(T_1 - T_2)L^3 c}{\rho} Pr \quad (2.9.1)$$

en donde la longitud característica  $L_c$  es la distancia entre las superficies caliente y fría, y  $T_1$  y  $T_2$  son sus temperaturas. Todas las propiedades del fluido deben evaluarse a la temperatura promedio del mismo  $T_{prom} = \frac{T_1 + T_2}{2}$ . [2]

### 2.9.2. Recintos cerrados rectangulares inclinados.

Los espacios de aire entre dos placas paralelas inclinadas se encuentran en los colectores solares de placa plana (entre la cubierta de vidrio y la placa de absorción). La transferencia de calor a través de un espacio cerrado inclinado depende de la proporción dimensional,  $H/L$ , así como del ángulo de inclinación  $\theta$  con respecto a la horizontal (Fig. 5). [2]

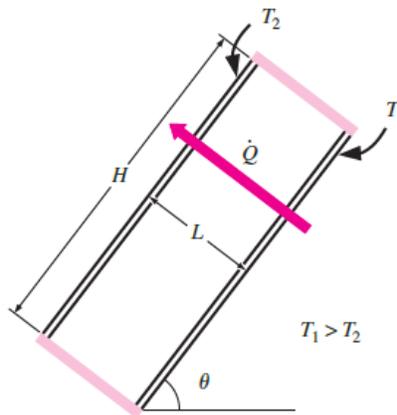


Figura 5.- Recinto cerrado rectangular inclinado con superficies isotérmicas. [2]

## 2.10 Radiación solar.

### 2.10.1. La constante solar.

La radiación emitida por el sol y su relación espacial con la tierra dan como resultado una intensidad casi fija de radiación solar fuera de la atmósfera terrestre.

La constante solar  $G_{cs}$  es la energía del sol por unidad de tiempo recibida sobre una superficie unitaria de superficie perpendicular a la dirección de propagación de la radiación a una distancia media tierra-sol fuera de la atmósfera. El Centro Mundial de Radiación (WRC) ha adoptado un valor de  $1367 \text{ W/m}^2$ , con una incertidumbre del orden del 1%. [3]

### 2.10.2. Variación de la radiación extraterrestre.

La radiación extraterrestre depende de la época del año. Una ecuación simple con precisión adecuada para la mayoría de los cálculos de ingeniería viene dada por

$$G_{on} = G_{sc} \left( 1 + 0.033 \cos \left( \frac{360n}{365} \right) \right) \quad (2.10.2.1)$$

Una ecuación más precisa

$$G_{on} = G_{sc} (1.000110 + 0.034221 \cos B + 0.001280 \sin B + 0.000719 \cos 2B + 0.000077 \sin 2B) \quad (2.10.2.2)$$

donde  $G_{on}$  es la radiación extraterrestre incidente en el plano normal a la radiación en el día  $n$  del año y  $B$  es dado por [3]

$$B = \frac{(n-1)360}{365} \quad (2.10.2.3)$$

### 2.10.3. Tiempo solar.

Tiempo basado en el movimiento angular aparente del sol a través del cielo con el mediodía solar el tiempo que el sol cruza el meridiano del observador. El tiempo solar es el tiempo usado en todas las relaciones del ángulo solar; no coincide con el reloj local. Es necesario convertir el tiempo estándar en tiempo solar aplicando dos correcciones. En primer lugar, hay una corrección constante de la

diferencia de longitud entre el meridiano del observador (longitud) y el meridiano en el que se basa el tiempo estándar local. La segunda corrección es a partir de la ecuación del tiempo, que tiene en cuenta las perturbaciones en la tasa de rotación de la Tierra que afectan el tiempo que el Sol cruza el meridiano del observador. La diferencia en minutos entre el tiempo solar y el tiempo estándar es

$$\text{Solar time} - \text{Standard time} = 4(L_{st} - L_{loc}) + E \quad (2.10.3.1)$$

Donde  $L_{st}$  es el meridiano estándar para la zona horaria local,  $L_{loc}$  es la longitud de la localización en cuestión, y las longitudes están en grados oeste, es decir,  $0^\circ < L < 360^\circ$ . El parámetro  $E$  es la ecuación de tiempo (en minutos)

$$E = 229.2(0.000075 + 0.001868 \cos B - 0.032077 \sin B - 0.014615 \cos 2B - 0.04089 \sin 2B) \quad (2.10.3.2)$$

donde  $B$  se encuentra en la ecuación 2.10.2.3 y  $n$  es el día del año. [3]

#### 2.10.4. Dirección de la radiación directa.

Las relaciones geométricas entre un plano de cualquier orientación particular con respecto a la tierra en cualquier momento y la radiación solar directa entrante, es decir, la posición del sol respecto a ese plano puede describirse en términos de varios ángulos. Los ángulos y un conjunto de convenciones de signos consistentes son los siguientes:

$\phi$  Latitud, la posición angular al norte o al sur del ecuador, norte positivo;  $-90^\circ \leq \phi \leq 90^\circ$ .

$\delta$  Declinación, la posición angular del sol en el mediodía solar (es decir, cuando el sol está en el meridiano local) con respecto al plano del ecuador, norte positivo;  $-23.45^\circ \leq \delta \leq 23.45^\circ$ .

$\beta$  Pendiente, el ángulo entre el plano de la superficie en cuestión y la horizontal;  $0^\circ \leq \beta \leq 180^\circ$ . ( $\beta > 90^\circ$  significa que la superficie tiene un componente orientado hacia abajo).

$\gamma$  Ángulo azimutal de superficie, la desviación de la proyección en un plano horizontal de la normal a la superficie desde el meridiano local, con cero al sur, al este negativo y al oeste positivo;  $-180^\circ \leq \gamma \leq 180^\circ$ .

$\omega$  Ángulo horario, el desplazamiento angular del sol al este o al oeste del meridiano local debido a la rotación de la tierra en su eje a  $15^\circ$  por hora; mañana negativo, tarde positivo.

$\theta$  Ángulo de incidencia, el ángulo entre la radiación directa sobre una superficie y la normal a esa superficie.

Se definen ángulos adicionales que describen la posición del sol en el cielo:

$\theta_z$  Ángulo cenital, el ángulo entre la vertical y la línea al sol, es decir, el ángulo de incidencia de la radiación directa sobre una superficie horizontal.

$\alpha_s$  Ángulo de altitud solar, el ángulo entre la horizontal y la línea al sol, es decir, el complemento del ángulo cenital.

$\gamma_s$  Ángulo de azimut solar, el desplazamiento angular desde el sur de la proyección de la radiación directa en el plano horizontal. Los desplazamientos al este del sur son negativos y al oeste del sur son positivos.

La declinación  $\delta$  se puede encontrar a partir de la ecuación aproximada de Cooper

$$\delta = 23.45 \sin \left( 360 \frac{284+n}{365} \right) \quad (2.10.4.1)$$

Hay un conjunto de relaciones útiles entre estos ángulos. Las ecuaciones que relacionan el ángulo de incidencia de la radiación directa sobre una superficie,  $\theta$ , con los otros ángulos son

$$\begin{aligned} \cos \theta = & \sin \delta \cos \beta - \sin \delta \cos \phi \sin \beta \cos \gamma + \cos \delta \cos \phi \cos \beta \cos \omega + \\ & \cos \delta \sin \phi \sin \beta \cos \gamma \cos \omega + \cos \delta \sin \beta \sin \gamma \sin \omega \end{aligned} \quad (2.10.4.2)$$

El ángulo  $\theta$  puede exceder  $90^\circ$ , lo que significa que el sol está detrás de la superficie. Además, cuando se usa la ecuación 2.10.4.2 es necesario asegurarse de que la tierra no bloquea el sol (es decir, que el ángulo horario es entre el amanecer y la puesta del sol).

El ángulo de acimut solar  $\gamma_s$  puede tener valores en el rango de  $180^\circ$  a  $-180^\circ$

$$\gamma_s = \text{sign}(\omega) \left[ \cos^{-1} \left( \frac{\cos \theta_z \sin \phi - \sin \delta}{\sin \theta_z \cos \phi} \right) \right] \quad (2.10.4.3)$$

La función de signo es igual a  $+1$  si  $\omega$  es positiva y es igual a  $-1$  si  $\omega$  es negativa. [3]

### 2.10.5. Relación de radiación directa en superficie inclinada a la superficie horizontal.

El factor geométrico  $R_b$ , es la razón de radiación directa sobre la superficie inclinada respecto a la superficie horizontal en cualquier momento. [3]

$$R_b = \frac{G_{b,T}}{G_b} = \frac{G_{b,n} \cos \theta}{G_{b,n} \cos \theta_z} = \frac{\cos \theta}{\cos \theta_z} \quad (2.10.5)$$

### 2.10.6. Radiación extraterrestre en superficie horizontal.

Para una superficie horizontal en cualquier momento entre el amanecer y el atardecer: [3]

$$G_o = G_{cs} \left( 1 + 0.033 \cos \frac{360n}{365} \right) (\cos \phi \cos \delta \cos \omega + \sin \phi \sin \delta) \quad (2.10.6)$$

## 2.11 Radiación solar disponible.

### 2.11.1. Radiación en superficies inclinadas: cielo isotrópico.

El modelo difuso isotrópico, fue derivado por Liu y Jordania. Se consideró que la radiación en la superficie inclinada incluía tres componentes: directa, difusión isotrópica y radiación solar reflejada difusamente desde el suelo. Así, la radiación solar total sobre la superficie inclinada durante una hora es la suma de tres términos:

[3]

$$I_T = I_b R_b + I_d \left( \frac{1 + \cos \beta}{2} \right) + I_{\rho g} \left( \frac{1 - \cos \beta}{2} \right) \quad (2.11.1)$$

### 2.11.2. Intercambio de radiación infrarrojo entre dos superficies grises.

La mayoría de los problemas de transferencia de calor en aplicaciones de energía solar implican radiación entre dos superficies. Para la radiación entre dos placas paralelas infinitas (es decir, como en los colectores planos) la ecuación es

[3]

$$\frac{Q}{A} = \frac{\sigma(T_2^4 - T_1^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} \quad (2.11.2)$$

### 2.11.3. Radiación del cielo.

Para predecir el rendimiento de los colectores solares, será necesario evaluar el intercambio de radiación entre una superficie y el cielo. El cielo puede considerarse como un cuerpo negro a una temperatura de cielo equivalente  $T_s$ . La radiación neta de una superficie con emitancia  $\varepsilon$  y temperatura  $T$  al cielo en  $T_s$  es

[3]

$$Q = \varepsilon A \sigma (T^4 - T_s^4) \quad (2.11.3)$$

#### 2.11.4. Relaciones de transferencia de calor para flujo interno.

En el estudio de los calentadores de aire solares y las paredes de almacenamiento de colectores es necesario conocer el coeficiente de transferencia de calor por convección forzada entre dos placas planas. Para el aire la siguiente correlación puede derivarse de los datos de Kays y Crawford para el flujo turbulento completamente desarrollado con un lado calentado y el otro lado aislado: [3]

$$Nu = 0.0158Re^{0.8} \quad (2.11.4)$$

#### 2.11.5. Coeficientes de convección eólica.

La pérdida de calor de placas planas expuestas a vientos externos es importante en el estudio de colectores solares. La siguiente correlación es sobre el intervalo de números de Reynolds de  $2 \times 10^4$  a  $9 \times 10^4$  [3]

$$Nu = 0.86Re^{\frac{1}{2}}Pr^{\frac{1}{3}} \quad (2.11.5)$$

### 2.12 Transmisión de radiación a través del acristalamiento: radiación absorbida.

#### 2.12.1 Reflexión de la radiación.

Para superficies lisas las ecuaciones para la reflexión de la radiación no polarizada al pasar del medio 1 con un índice de refracción  $n_1$  al medio 2 con índice de refracción  $n_2$  son

$$r_{\perp} = \frac{\sin^2(\theta_2 - \theta_1)}{\sin^2(\theta_2 + \theta_1)} \quad (2.12.1.1)$$

$$r_{\parallel} = \frac{\tan^2(\theta_2 - \theta_1)}{\tan^2(\theta_2 + \theta_1)} \quad (2.12.1.2)$$

$$r = \frac{I_r}{I_i} = \frac{r_{\perp} + r_{\parallel}}{2} \quad (2.12.1.3)$$

Donde  $\theta_1$  y  $\theta_2$  son los ángulos de incidencia y refracción.

La ecuación 2.12.1.1 representa la componente perpendicular de la radiación no polarizada  $r_{\perp}$ , y la ecuación 2.12.1.2 representa el componente paralelo de la radiación no polarizada  $r_{\parallel}$ . La ecuación 2.12.1.3 da la reflexión de radiación no polarizada como la media de los dos componentes. Los ángulos  $\theta_1$  y  $\theta_2$  están relacionados con los índices de refracción por la ley de Snell,

$$n_1 \sin(\theta_1) = n_2 \sin(\theta_2) \quad (2.12.1.4)$$

En aplicaciones solares hay dos interfaces por cubierta. Considerando solamente la componente perpendicular de polarización de la radiación entrante,  $(1-r_{\perp})$  del haz incidente alcanza la segunda interfaz. De este,  $(1-r_{\perp})^2$  pasa a través de la interfaz y  $(1-r_{\perp})r_{\perp}$  se refleja de nuevo a la primera, y así sucesivamente. Sumando los términos transmitidos, la transmitancia para la componente perpendicular de la polarización es

$$r_{\perp} = \frac{(1-r_{\perp})^2}{1-r_{\perp}^2} = \frac{1-r_{\perp}^2}{1+r_{\perp}^2} \quad (2.12.1.5)$$

Exactamente la misma expansión resulta cuando se considera el componente paralelo de la polarización. Los componentes  $r_{\perp}$  y  $r_{\parallel}$  no son iguales (excepto en la incidencia normal), y la transmitancia de radiación inicialmente no polarizada es la transmitancia media de los dos componentes [3]

$$\tau_r = \frac{1}{2} \left( \frac{1-r_{\parallel}}{1+r_{\parallel}} + \frac{1-r_{\perp}}{1+r_{\perp}} \right) \quad (2.12.1.6)$$

## 2.12.2 Absorción por acristalamiento.

La absorción de la radiación en un medio parcialmente transparente se describe por la ley de Bouguer, que se basa en el supuesto de que la radiación absorbida es proporcional a la intensidad local en el medio y la distancia  $x$  que la radiación ha viajado en el medio:

$$dI = -IKdx \quad (2.12.2.1)$$

donde  $K$  es el coeficiente de extinción, que se supone que es una constante en el espectro solar. La integración a lo largo de la trayectoria real en el medio (es decir, de cero a  $L/\cos\theta_2$ ) produce [3]

$$\tau_a = \frac{I_{transmisitivo}}{I_{incidente}} = e^{-\frac{KL}{\cos\theta_2}} \quad (2.12.2.2)$$

### 2.12.3 Propiedades ópticas de los sistemas de cubierta.

La transmitancia de una sola cubierta es

$$\tau \cong \tau_a \tau_r \quad (2.12.3.1)$$

La absortancia de una cubierta de colector solar es

$$\alpha \cong 1 - \tau_a \quad (2.12.3.2)$$

La reflectancia de una sola cubierta se encuentra entonces de  $\rho=1-\alpha-\tau$ , de manera que [3]

$$\rho \cong \tau_a(1 - \tau_r) = \tau_a - \tau \quad (2.12.3.3)$$

### 2.12.4 Transmisión por radiación difusa.

El análisis precedente se aplica solamente al componente directo de la radiación solar. La radiación incidente en un colector también consiste en la radiación solar dispersada del cielo y la radiación solar posiblemente reflejada de la tierra. Los colectores solares se orientan generalmente de modo que "vean" el cielo y la tierra. Toda la radiación difusa puede ser tratada como teniendo un solo ángulo de incidencia equivalente y toda la radiación reflejada en el suelo puede considerarse como teniendo otro ángulo de incidencia equivalente. Para la radiación reflejada en el suelo

$$\theta_{e,g} = 90 - 0.5788\beta + 0.002693\beta^2 \quad (2.12.4.1)$$

y para la radiación difusa [3]

$$\theta_{e,d} = 59.7 - 0.1388\beta + 0.001497\beta^2 \quad (2.12.4.2)$$

### 2.12.5 Producto de transmitancia-absortancia.

De la radiación que pasa a través del sistema de cubierta e incidente en la placa, una parte se refleja de nuevo en el sistema de cubierta. Sin embargo, toda esta radiación no se pierde, ya que parte de ella es, a su vez, reflejada de nuevo a la placa. La fracción de la energía incidente absorbida es [3]

$$(\tau\alpha) = \frac{\tau\alpha}{1-(1-\alpha)\rho_d} \quad (2.12.5)$$

### 2.12.6 Radiación solar absorbida.

La predicción del rendimiento del colector requiere información sobre la energía solar absorbida por la placa absorbente del colector. La radiación incidente tiene tres distribuciones espaciales diferentes: radiación directa, radiación difusa, y la radiación reflejada en el suelo, y cada uno debe ser tratado por separado. Los detalles del cálculo dependen del modelo de cielo difuso. Utilizando el concepto difuso isotrópico sobre una base horaria, la ecuación 2.11.1, puede modificarse para dar la radiación absorbida  $S$  multiplicando cada término por el producto apropiado de transmitancia-absortancia:

$$S = I_b R_b (\tau\alpha)_b + I_d (\tau\alpha)_d \left(\frac{1+\cos\beta}{2}\right) + \rho_g I (\tau\alpha)_g \left(\frac{1-\cos\beta}{2}\right) \quad (2.12.6)$$

donde  $1+\cos\beta/2$  y  $1-\cos\beta/2$  son los factores de vista desde el colector al cielo y desde el colector al suelo, respectivamente. Los subíndices b, d, y g representan “beam”, “diffuse” y “ground” que significan directo, difuso y reflejado por el suelo. [3]

### 2.13 Métodos de Runge-Kutta.

En esencia, los métodos de Runge-Kutta son generalizaciones de la fórmula básica de Euler en que la función pendiente  $f$  se reemplaza por un promedio ponderado de pendientes en el intervalo  $x_n \leq x \leq x_{n+1}$ . Es decir,

$$y_{n+1} = y_n + h\varphi(x_n, y_n) = y_n + h(w_1 k_1 + w_2 k_2 + \dots + w_n k_n) \quad (2.13.1)$$

Donde  $\varphi(x_n, y_n)$  es una función de incremento y es esencialmente una pendiente adecuada sobre el intervalo  $[x_n, x_{n+1}]$  que se utiliza para extrapolar  $y_{n+1}$  de  $y_n$ . Aquí los pesos,  $w_i, i=1,2,\dots,m$ , son constantes que generalmente satisfacen  $w_1+w_2+\dots+w_m=1$ , y cada  $k_i, i=1,2,\dots,m$ , es la función  $f$  evaluada en un punto seleccionado  $(x, y)$  para el que  $x_n \leq x \leq x_{n+1}$ . Las  $k_i$  se definen recursivamente. El número  $m$  se llama el orden del método, y es el número de puntos que se utilizan en  $[x_n, x_{n+1}]$  para determinar esta pendiente adecuada. El algoritmo más común se denomina método de Runge-Kutta de cuarto orden o método clásico de Runge-Kutta. Se le abrevia con método RK4. [4] [5] Podemos aplicar este método a sistemas de EDO acopladas. [6]

#### **2.14 Método Runge Kutta Fehlberg.**

En este método la EDO se resuelve utilizando el método Runge Kutta de los órdenes 4 y 5 y el error se estima a partir de la diferencia entre estas dos estimaciones. La principal ventaja de este método sobre los métodos clásicos de RK es que los puntos de evaluación de las funciones se comparten entre los solucionadores de 4º y 5º orden. Esto es económico en comparación con el uso de métodos RK clásicos, así como el uso de dos pasos de  $h$  y  $h/2$ . Las funciones se evalúan en seis puntos dentro del intervalo. Cuatro de estos puntos se utilizan para evaluar la estimación de cuarto orden y cinco puntos se utilizan para estimar la estimación de quinto orden y la diferencia entre las dos soluciones es la estimación del error. [6]

#### **2.15 Conclusión**

En el capítulo podemos ver una recopilación de conceptos teóricos y fórmulas matemáticas que serán utilizados para el modelado, el cálculo de exergía y optimización del sistema. Con dicha información expresamos las herramientas teóricas que serán necesarias utilizar para poder cumplir los objetivos planteados en el capítulo 1 del proyecto de tesis.

## 2.16 Referencias

- [1] 2011 Termodinámica, 7ma Edición – Yunes
- [2] 2011 Transferencia de Calor y Masa - Cengel 4Ed
- [3] Solar Engineering of Thermal Processes. Fourth Edition. John A. Duffie, William A. Beckman.
- [4] ECUACIONES DIFERENCIALES con problemas con valores en la frontera. OCTAVA EDICIÓN.  
DENNIS G. ZILL, WARREN S. WRIGHT.
- [5] Numerical Methods for Engineers and Scientists Using MATLAB. Ramin S. Esfandiari.
- [6] Computational Methods in Engineering. June 2013.

## CAPITULO 3: METODOLOGÍA

### 3.1 Introducción

A continuación, se presenta la metodología que se utiliza para el modelado del sistema térmico fotovoltaico con un sistema de refrigeración para generación de energía eléctrica. Para el modelo del sistema es necesario realizar un balance de energía entre todos los elementos del sistema térmico fotovoltaico, por lo que se plantea un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias acopladas entre sí. Debido a que el sistema contiene ecuaciones diferenciales acopladas nosotros podemos utilizar lo que es el método de Runge Kutta Fehlberg para poder encontrar la solución al sistema. Con ayuda de los resultados obtenidos nosotros podemos determinar las pérdidas exergéticas y la eficiencia exergética del sistema térmico fotovoltaico.

### 3.2.- Descripción del modelo

El modelo que se propone para el sistema térmico fotovoltaico se ilustra en la siguiente imagen.

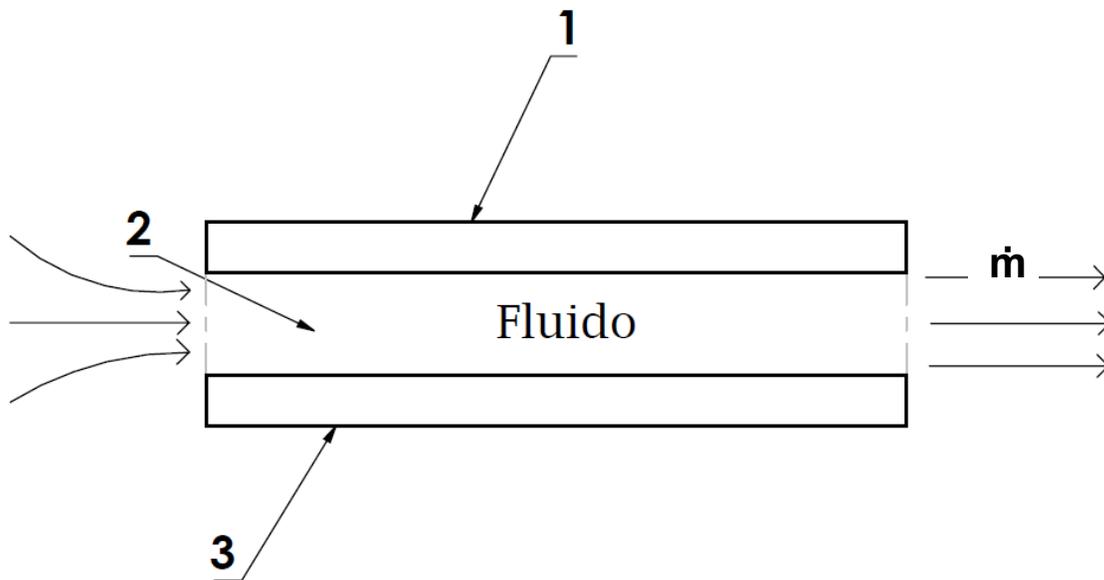


Figura 6.- Partes del sistema térmico fotovoltaico

Las partes del diseño del modelo son las siguientes:

- 1.- Panel fotovoltaico
- 2.- Fluido de trabajo
- 3.- Aislante

Las consideraciones del modelo son las siguientes:

- 1.- Panel fotovoltaico expuesto al sol
- 2.- El análisis del sistema se realiza considerando al sistema en estado transitorio
- 3.- Se considera la conducción de calor entre la celda y el fluido
- 4.- La temperatura ambiente, radiación y velocidad del viento varían con el tiempo.
- 5.- La temperatura es uniforme en cada elemento

### 3.3.- Balance de energía para los elementos del sistema térmico fotovoltaico.

Si consideramos las transferencias por conducción, convección y radiación para los 3 elementos las relaciones de transferencia de calor se ilustran en la siguiente imagen:

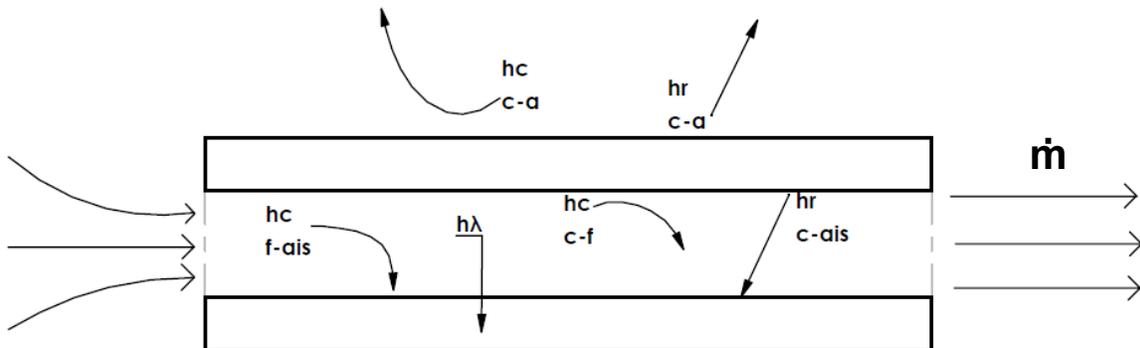


Figura 7.- Balance de energía del sistema térmico fotovoltaico

Es necesario para poder analizar cada elemento realizar un balance de energía, si nosotros despreciamos la energía cinética y potencial en el sistema podemos tener que:

$$E_{ent} - E_{sal} = \Delta E_{sist} = \Delta U \quad (3.3.1)$$

A excepción del fluido de trabajo, la única forma de transferencia de energía hacia el sistema o desde el sistema es en forma de calor por lo que tendríamos la siguiente relación:

$$E_{ent} - E_{sal} = (Q_{ent} - Q_{sal}) \quad (3.3.2)$$

Debido a que se cuenta con el caso de un sistema transitorio podemos sustituir 3.3.2 en 3.3.1, por lo que nuestra ecuación de balance de energía nos quedaría de la siguiente manera:

$$\frac{mC_{prom}dT}{dt} = (Q_{ent} - Q_{sal}) \quad (3.3.3)$$

Realizando el análisis de balance de energía para las siguientes partes del sistema:

- Para el panel fotovoltaico tendremos que:

$$\frac{m_c C_c dT_c}{dt} = Q_{c-ais} \quad (3.3.4)$$

$$U_t = hc_{c-a} + hr_{c-a} \quad (3.3.5)$$

$$\frac{m_c C_c dT_c}{dt} = -hc_{c-f} A_c (T_c - T_f) - U_t A_c (T_c - T_a) + GA_c \alpha_c \sigma_c - GA_c \sigma_c \alpha_c \eta_{elect} - hr_{c-ais} A_c (T_c - T_{ais})$$

$$\eta_{elect} = \eta_{pv} = \eta_{ref} [1 - \beta_{ref} (T_c - T_{ref})] \quad (3.3.6)$$

$$\eta_{ref} = \text{Eficiencia de celda de fabrica}$$

$$T_{ref} = \text{Temperatura del ambiente (25°C)}$$

$$\beta_{ref} = 0.0045$$

- Para el fluido refrigerante tendremos que:

$$\frac{m_f C_f dT_f}{dt} = hc_{c-f} A_c (T_c - T_f) - hc_{f-ais} A_c (T_f - T_{ais}) - \dot{m}_f C_f (T_{fs} - T_{fe}) \quad (3.3.7)$$

- Para el aislante tendremos que:

$$\frac{m_{ais} C_{ais} dT_{ais}}{dt} = hr_{c-ais} A_c (T_c - T_{ais}) + hc_{f-ais} A_c (T_f - T_{ais}) - \frac{K_{ais}}{\delta_{ais}} A_c (T_{ais} - T_{amb}) \quad (3.3.8)$$

### 3.4 Determinación del coeficiente de transferencia de calor del panel fotovoltaico

El coeficiente de transferencia de calor por convección del panel fotovoltaico al fluido de trabajo lo indica [1] como:

$$hc_{c-f} = \frac{Nu_{c-f} K_{vi}}{\delta_{c-f}} \quad (3.4.1)$$

Para las siguientes propiedades es necesario calcular los valores con la temperatura media, para ello tenemos que calcularla de la siguiente manera:

$$T_{m1} = \frac{T_c + T_f}{2} \quad (3.4.2)$$

Para nuestros análisis se considera un ángulo de inclinación para el sistema térmico fotovoltaico de 60°, nosotros sabemos que para cuando  $\beta \leq 60^\circ$  el número de Nusselt está dado por:

$$Nu_{c-f} = 1 + 1.446 \left[ 1 - \frac{1708}{Ra_{c-f} \cos(\beta)} \right]^+ \left\{ 1 - \frac{1708 [\sin(1.8\beta)]^{1.6}}{Ra_{c-f} \cos(\beta)} \right\} + \left\{ \left[ \frac{Ra_{c-f} \cos(\beta)}{5830} \right]^{0.333} - 1 \right\}^+ \quad (3.4.3)$$

Donde el número de Rayleigh se determina con la siguiente formula:

$$Ra_{c-f} = \frac{g \beta_{v,c-f} (T_c - T_f) \delta_{c-f}^3}{a_{vi-Tm1} \nu_{vi-Tm1}} \quad (3.4.5)$$

Donde  $g$  es la constante gravitacional,  $\beta_{v,c-f} = \frac{1}{T_{m1}}$  es el coeficiente de expansión volumétrica,  $\delta_{c-f}$  es la distancia entre el panel fotovoltaico y el fluido de trabajo,  $a_{vi-Tm1}$  es la difusividad térmica del viento a temperatura media 1 y  $\nu_{vi-Tm1}$  es la viscosidad cinemática del viento a temperatura media 1.

El coeficiente de transferencia de calor por radiación del panel fotovoltaico  $hr_{c-ais}$  [1] lo indica de la siguiente manera

$$hr_{c-ais} = \frac{\sigma(T_c+T_{ais})(T_c^2+T_{ais}^2)}{\left(\frac{1}{\varepsilon_{ais}}\right)+\left(\frac{1}{\varepsilon_c}\right)-1} \quad (3.4.6)$$

El coeficiente de transferencia de calor por convección desde el panel fotovoltaico [1] lo determina a partir

$$hc_{c-a} = \frac{Nu_{c-a}k_{vi-Tm2}}{L_c} \quad (3.4.7)$$

Con las siguientes consideraciones:

Todas las propiedades serán calculadas con la temperatura media 2 que se calcula de la siguiente manera

$$T_{m2} = \frac{T_a+T_c}{2} \quad (3.4.8)$$

$k_{vi-Tm2}$  corresponde a la conductividad térmica del viento a temperatura media 2,  $L_c$  es la longitud característica del panel fotovoltaico.

Para el caso de la velocidad del viento  $v_{vi} \leq 0.1 \frac{m}{s}$  nosotros asumiremos una convección natural por lo que la expresión para calcular Rayleigh está dada por:

$$Ra_{c-a} = \frac{g\beta_{v,c-a}(T_c-T_a)L_c^3}{a_{vi-Tm2}v_{vi-Tm2}} \quad (3.4.9)$$

Donde  $g$  es la constante gravitacional,  $\beta_{v,c-a} = \frac{1}{T_{m2}}$  es el coeficiente de expansión volumétrica,  $L_{cs}$  es la longitud característica del panel fotovoltaico,  $a_{vi-Tm2}$  es la difusividad térmica del viento a temperatura media 2 y  $v_{vi-Tm2}$  es la viscosidad cinemática del viento a temperatura media 2.

Si  $Ra_{c-a} > Ra_{crit}$  el número de Nusselt está dado por:

$$Nu_{c-a} = 0.56[Ra_{crit} \cos \zeta]^{\frac{1}{4}} + 0.13 \left[ Ra_{c-a}^{\frac{1}{3}} - Ra_{crit}^{\frac{1}{3}} \right] \quad (3.4.10)$$

Donde es necesario primero calcular el número de Rayleigh crítico de la siguiente manera:

$$Ra_{crit} = 10^{(8.9-0.00178\zeta^{1.82})} \quad (3.4.11)$$

$\zeta$  es el ángulo de inclinación del sistema térmico fotovoltaico con respecto a la vertical  $\zeta + \beta = 90$ .

Por otra parte, si  $Ra_{cs-a} < Ra_{crit}$  nosotros calculamos el número de Nusselt de la siguiente manera:

$$Nu_{c-a} = \left[ 0.825 + 0.387(Ra_{cs-a} \cos(\zeta)f)^{\frac{1}{6}} \right]^2 \quad (3.4.12)$$

Donde:

$$f = \left[ 1 + \left( \frac{0.492}{Pr_{cs-a}} \right)^{\frac{9}{16}} \right]^{-\frac{16}{9}} \quad (3.4.13)$$

El número de Prandtl se calcula con la siguiente expresión

$$Pr_{c-a} = \frac{v_{vi-Tm2}}{a_{vi-Tm2}} \quad (3.4.14)$$

Donde  $v_{vi-Tm2}$  es la viscosidad cinemática a temperatura media 2 y  $a_{vi-Tm2}$  es la difusividad cinemática del viento a temperatura media 2.

Si la velocidad del viento  $v_{vi} > 0.1 \frac{m}{s}$ , se asume convección forzada- flujo turbulento

$$Nu_{c-a} = \sqrt{Nu_{c-al}^2 + Nu_{cs-at}^2} \quad (3.4.15)$$

$Nu_{cs-al}$  le denominamos al número de Nusselt para flujo laminar y  $Nu_{cs-at}$  es el número de Nusselt para flujo turbulento, estos parámetros se calculan de la siguiente manera:

$$Nu_{c-al} = 0.664 \sqrt{Re_{cs-a}} Pr_{c-a}^{\frac{1}{3}} \quad (3.4.16)$$

Para  $Pr_{cs-a} \geq 1000$  el número de Nusselt se calcula de la siguiente manera:

$$Nu_{c-al} = 0.703 \sqrt{Re_{cs-a}} Pr_{c-a}^{\frac{1}{3}} \quad (3.4.17)$$

En el caso del flujo turbulento el parámetro  $Nu_{cs-at}$  esta dado por:

$$Nu_{c-a} = 0.037 Re^{0.8}_{cs-a} \frac{Pr_{cs-a}}{1+2.443 Re^{-0.1}_{cs-a} \left( Pr^{\frac{2}{3}}_{cs-a} - 1 \right)} \quad (3.4.18)$$

El coeficiente de transferencia de calor por radiación del panel fotovoltaico al medio ambiente  $hr_{c-a}$  esta dado por:

$$hr_{c-a} = \varepsilon_c \sigma (T_c + T_a) (T^2_c + T^2_a) \quad (3.4.19)$$

El coeficiente de transferencia de calor por convección desde el panel fotovoltaico hacia el aislante [1] lo determina a partir

$$hc_{f-ais} = \frac{Nu_{f-ais} k_{vi-Tm3}}{L_c} \quad (3.4.20)$$

### 3.5 Modelo para radiación directa y difusa.

La estimación de la radiación directa y difusa se realiza utilizando un modelo para México [2] con las siguientes relaciones:

1) Irradiación solar directa:

$$G_b = 0.9662 R_{cs} \tau_{OAT} \sin \alpha_s \quad (3.5.1)$$

donde  $\tau_{OAT}$  es la transmisión atmosférica global

$$\tau_{OAT} = a e^{-(b m_{rel})} \quad (3.5.2)$$

La constante  $a$  es la densidad de flujo de radiación solar,  $b$  es el coeficiente de atenuación y  $m_{rel}$  es la masa relativa de aire

$$m_{rel} = \frac{1}{\sin \alpha_s + 0.15 [93.885 - (90 - \alpha_s)]^{-1.253}} \approx \frac{1}{\sin \alpha_s}, \text{ para } 30^\circ \leq \alpha_s \leq 90^\circ \quad (3.5.3)$$

$\alpha_s$  es el ángulo de altitud solar

$$\sin \alpha_s = \cos \phi \cos \delta \cos \omega + \sin \phi \sin \delta \quad (3.5.4)$$

$\phi$  representa la latitud y  $\delta$  es la declinación que se puede encontrar a partir de la ecuación de Cooper

$$\delta = 23.45 \sin \left( 360 \frac{284+n}{365} \right) \quad (3.5.5)$$

El ángulo horario solar se determina por

$$\omega = (hora\ solar - 12) * 15 \quad (3.5.6)$$

donde la hora solar es el tiempo solar

$$Hora\ solar = Tiempo\ estandar + 4(L_{st} - L_{loc}) + E [minutos] \quad (3.5.7)$$

$L_{st}$  es el meridiano estándar para la zona horaria local,  $L_{loc}$  es la longitud de la localización en cuestión. El parámetro  $E$  es la ecuación de tiempo

$$E = 229.2(0.000075 + 0.001868\cos B - 0.032077\sin B - 0.014615\cos 2B - 0.04089\sin 2B) \quad (3.5.8)$$

donde  $B$  se encuentra con

$$B = \frac{(n-1)360}{365} \quad (3.5.9)$$

$n$  es el día del año.

2) Irradiancia solar difusa:

$$G_d = R_{cs}k_d \sin \alpha_s = R_{cs}\tau_{diff} \sin \alpha_s \quad (3.5.10)$$

donde  $\tau_{diff}$  es la transmitancia global difusa que se relaciona con  $k_d$  (índice de cielo claro)

$$k_d = B - B' \tau_{OAT} = \tau_{diff} \quad (3.5.11)$$

Tabla 1 Relación entre el tipo de atmosfera y el grado de turbidez.

$TA$	Tipo de ambiente
0.0	Extremadamente limpio
0.1	Claro
0.2	Ligeramente turbia
0.3	Turbio
0.4	Muy turbio

Este valor se ocupa para las constantes  $a$ ,  $b$ ,  $B$  y  $B'$  [2] además de necesitar el tipo de clima y la altura respecto al nivel del mar del lugar a analizar. Tuxtla Gutiérrez tiene clima cálido subhúmedo y una altura entre 520 a 700 metros sobre el nivel del mar (msnm).

Tabla 2 Valores e intervalos de confianza de los parámetros a, b, B y B' para clima cálido subhúmedo por altitud y tipo de atmosfera en México.

Parámetros de irradiación solar directa:					
TA	0	0.1	0.2	0.3	0.4
a (0-1000 msnm)	0.821 ±0.0057	0.820 ±0.0056	0.811 ±0.0055	0.790 ±0.0055	0.763 ±0.0053
b (0-1000 msnm)	0.090 ±0.0008	0.239 ±0.0020	0.391 ±0.0030	0.512 ±0.0029	0.620 ±0.0024
Parámetros de irradiación solar difusa:					
TA	0	0.1 - 0.4			
B (0-1000 msnm)	0.261 ±0.0011	0.570 ±0.0061			
B' (0-1000 msnm)	0.283 ±0.0033	0.689 ±0.0071			

Vemos que el valor de TA puede variar desde 0 hasta 0.4 y que para cada parámetro de TA los valores de a,b,B,B' son distintos. para poder determinar qué valor de TA hay que usar se utilizaron los datos adquiridos por la estación que posee el IIIER de la UNICACH y se compara con la radiación obtenida para el parámetro TA = 0.4. El procedimiento fue comparar los resultados obtenidos del modelo con las mediciones promediadas por hora para el día 1 de marzo de 2020.

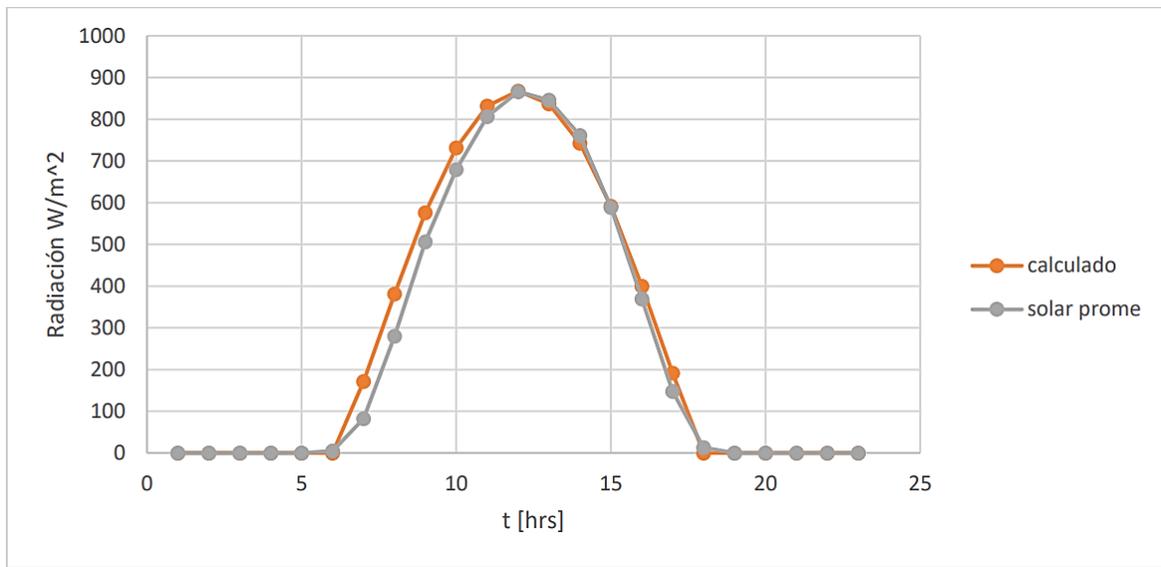


Figura 8.- Comparación de la radiación calculada con la radiación medida.

Se establece el parámetro  $TA$  con el valor de 0.4 para lograr la aproximación del modelo a las mediciones de la estación. Con este valor y la altura de Tuxtla Gutiérrez se establecieron los siguientes parámetros de las constantes utilizadas

Tabla 3 Valores utilizados de los parámetros  $a$ ,  $b$ ,  $B$  y  $B'$ .

Densidad de flujo de radiación solar	$a = 0.763$
Coefficiente de atenuación	$b = 0.620$
Valor máximo del índice de cielo claro	$B = 0.570$
Variación del índice	$B' = 0.689$

### 3.6 Determinación del calor transferido en el panel fotovoltaico.

En el panel fotovoltaico el calor  $Q_c$  absorbido, como lo indica [1] y [8], es

$$Q_c = G_c A_c \quad (3.6.1)$$

Donde  $A_c$  es el área y  $G_c$  es la radiación absorbida por el panel fotovoltaico.

Esta radiación se calcula con la relación

$$G_c = \alpha_c G_T \quad (3.6.2)$$

Donde  $\alpha_c$  es la absorptividad del panel fotovoltaico y  $G_T$  es la irradiancia solar global sobre la superficie inclinada. La absorptancia se relaciona con la transmitancia con

$$\alpha_c = 1 - \tau_{c,a} \quad (3.6.3)$$

$\tau_{c,a}$  es la transmitancia al considerar solo pérdidas por absorción. Para calcular  $\tau_{c,a}$  en [1] se indica la ecuación de la siguiente manera

$$\tau_{c,a} = \exp(-K_c L) \quad (3.6.4)$$

$K_c$  es el coeficiente de extinción y  $L$  es la trayectoria real de la radiación a través de una capa transparente. Que se determina como

$$L = \frac{\delta_c}{\cos(\theta_2)} \quad (3.6.5)$$

Donde  $\delta_c$  es el espesor del panel fotovoltaico y  $\theta_2$  es el ángulo de refracción, el cual se calcula por la ley de Snell

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad (3.6.6)$$

donde  $n_1$  y  $n_2$  son los índices de refracción de los medios y  $\theta_1$  el ángulo de incidencia.

Respecto a  $G_T$  o irradiancia solar global, ocupamos el modelo difuso isotrópico de Liu y Jordan que [1] lo indica como

$$G_T = G_b \frac{\cos \theta_1}{\cos \theta_z} + \frac{1 + \cos \beta}{2} G_d + \rho \frac{1 - \cos \beta}{2} G_g \quad (3.6.7)$$

Donde  $\cos \theta_1 / \cos \theta_z$  es el factor geométrico  $R_b$  el cual indica la relación de radiación directa sobre la superficie inclinada respecto a la superficie horizontal.  $G_b$ ,  $G_d$  y  $G_g$  representan la radiación directa, difusa y reflejada en la tierra, respectivamente. El cálculo de la radiación directa y difusa se presentó en la sección 3.5.

El ángulo  $\theta_1$  o ángulo de incidencia de radiación directa usado en las ecuaciones 3.6.6 y 3.6.7, se da como

$$\begin{aligned} \cos \theta_1 = & \sin \delta \sin \phi \cos \beta - \sin \delta \cos \phi \sin \beta \cos \gamma + \cos \delta \cos \phi \cos \beta \cos \omega + \\ & \cos \delta \sin \phi \sin \beta \cos \gamma \cos \omega + \cos \delta \sin \beta \sin \gamma \sin \omega \end{aligned} \quad (3.6.8)$$

Y el ángulo  $\theta_z$  o ángulo cenital solar se da por la ecuación

$$\cos \theta_z = \sin \delta \sin \phi + \cos \delta \cos \phi \cos \omega \quad (3.6.9)$$

En estas dos ecuaciones  $\beta$  es el ángulo de inclinación del panel fotovoltaico y  $\gamma$  es el ángulo azimutal. Para el cálculo de  $G_g$  de la ecuación 3.6.7, [3] indica la siguiente relación

$$G_g = G_b + G_d \quad (3.6.10)$$

La transferencia de calor del panel fotovoltaico al ambiente  $Q_{c-a}$ , se determina con

$$Q_{c-a} = [U_t A_c (T_c - T_a) - h_{c,c-f} A_{pa} (T_c - T_f) - h_{r,c-ais} A_{pa} (T_c - T_{ais})] \quad (3.6.11)$$

Donde [4] nombra a  $U_t$  como el coeficiente de transferencia de calor general

$$U_t = h_{c,c-a} + h_{r,c-a} \quad (3.6.12)$$

El coeficiente de transferencia de calor por convección desde el panel fotovoltaico al ambiente

$$h_{c,c-a} = \frac{Nu_{c-a} k_{vi-Tm2}}{L_c} \quad (3.6.13)$$

Con las siguientes consideraciones:

Todas las propiedades son calculadas con la temperatura media 2

$$T_{m2} = \frac{T_a + T_c}{2} \quad (3.6.14)$$

$k_{vi-Tm2}$  es la conductividad térmica del viento a temperatura media 2,  $L_c$  es la longitud característica del panel fotovoltaico. Basándonos en [9], para una placa plana, la longitud característica es la distancia  $x$  desde el borde de ataque, en este caso

$$L_c = Long_c \quad (3.6.15)$$

Para velocidad del viento  $V_{vi} \leq 0.1$  m/s, se asume convección natural y se usa

$$Ra_{c-a} = \frac{g \beta_{v,c-a} (T_c - T_{pa}) L_c^3}{a_{vi-Tm2} \nu_{vi-Tm2}} \quad (3.6.16)$$

Donde  $g$  es la constante gravitacional,  $\beta_{v,c-a} = 1/T_{m2}$  es el coeficiente de expansión volumétrica,  $L_c$  es la longitud característica del panel fotovoltaico,  $a_{vi-Tm2}$  es la difusividad térmica del viento a temperatura media 2 y  $\nu_{vi-Tm2}$  es la viscosidad cinemática del viento a temperatura media 2.

Si  $Ra_{cs-a} > Ra_{crit}$ , el número de Nusselt tiene la expresión:

$$Nu_{c-a} = 0.56 [Ra_{crit} \cos(\zeta)]^{1/4} + 0.13 [Ra_{c-a}^{1/3} - Ra_{crit}^{1/3}] \quad (3.6.17)$$

donde el número crítico de Rayleigh se calcula como:

$$Ra_{crit} = 10^{(8.9 - 0.00178\zeta^{1.82})} \quad (3.6.18)$$

$\zeta$  es el ángulo de inclinación del colector respecto a la vertical. Es decir,  $\zeta + \beta = 90^\circ$ .

Si  $Ra_{cs-a} <$

$$Nu_{c-a} = [0.825 + 0.387(Ra_{c-a} \cos(\zeta) f)^{1/6}]^2 \quad (3.6.19)$$

El número de Prandtl se calcula con

$$f = \left[ 1 + \left( \frac{0.492}{Pr_{cs-a}} \right)^{9/16} \right]^{-16/9} \quad (3.6.20)$$

$$Pr_{c-a} = \frac{v_{vi-Tm2}}{a_{vi-Tm2}} \quad (3.6.21)$$

$v_{vi-Tm2}$  es la viscosidad cinemática del viento a temperatura media 2 y  $a_{vi-Tm2}$  es la difusividad cinemática del viento a temperatura media 2.

Si la velocidad del viento  $v_{vi} > 0.1$  m/s , se asume convección forzada-flujo turbulento:

$$Nu_{c-a} = \sqrt{Nu_{c-al}^2 + Nu_{c-at}^2} \quad (3.6.22)$$

Donde  $Nu_{c-al}$  es el número de Nusselt para flujo laminar y  $Nu_{c-at}$  es el número de Nusselt para flujo turbulento. El número de Nusselt para flujo laminar se calcula con:

$$Nu_{c-a} = 0.664 \sqrt{Re_{c-a}} Pr_{c-a}^{1/3} \quad (3.6.23)$$

Para  $Pr_{c-a} \geq 1000$ :

$$Nu_{c-a} = 0.703 \sqrt{Re_{c-a}} Pr_{c-a}^{1/3} \quad (3.6.24)$$

El número de Nusselt para el flujo turbulento se calcula como:

$$Nu_{c-a} = 0.037 Ra_{cs-a}^{0.8} \frac{Pr_{c-a}}{1 + 2.443 Re_{cs-a}^{-0.1} (Pr_{cs-a}^{2/3} - 1)} \quad (3.6.25)$$

El número de Reynolds se calcula con

$$Re_{c-a} = \frac{v_{vi} L_{cs} \rho_{vi-Tm2}}{\mu_{vi-Tm2}} \quad (3.6.26)$$

$V_{vi}$  es la velocidad del viento,  $L_{cs}$  longitud característica de cubierta superior,  $\rho_{vi-Tm2}$  es la densidad del viento a temperatura media 2 y  $\mu_{vi-Tm2}$  es la viscosidad dinámica del viento a temperatura media 2.

[1] indica que las ecuaciones 3.6.17 a 3.6.26 se pueden utilizar para  $5 \times 10^5 < Re_{c-a} < 10^7$  y  $0.5 < Pr_{c-a} < 2000$ .

Para  $Pr_{cs-a} \leq 0.05$ :

$$Nu_{c-a} = 0.565(Re_{c-a}Pr_{c-a})^{1/2} \quad (3.6.27)$$

Y en todos los demás casos, se utiliza la siguiente fórmula:

$$Nu_{c-a} = 0.0296Re_{c-a}^{4/5}Pr_{c-a}^{1/3} \quad (3.6.28)$$

El coeficiente de transferencia de calor por radiación desde la cubierta superior al ambiente  $h_{r,c-a}$ ,

[1] determina el coeficiente de transferencia de calor a partir de la siguiente ecuación:

$$h_{r,c-a} = \varepsilon_c \sigma (T_c + T_a)(T_c^2 + T_a^2) \quad (3.6.29)$$

Donde  $\varepsilon_c$  es la emisividad de panel fotovoltaico.

Sustituyendo en la ecuación 3.3.4, se obtiene

$$\frac{m_c c_c dT_c}{dt} = [G_c(\beta)A_c] + [h_{c,f-c}A_c(T_f - T_c) + h_{r,ais-c}A_c(T_{ais} - T_c)] + [U_t A_{cs}(T_c - T_a)] \quad (3.6.30)$$

### 3.7 Determinación del calor transferido en el fluido de trabajo.

La transferencia de calor  $Q_{c-ft}$  se determina con la ecuación:

$$Q_{c-ft} = [h_{c,c-ft}A_c(T_a - T_{ft})] \quad (3.7.1)$$

La transferencia de calor del fluido al aislante  $Q_{ft-ai}$ , es por convección y se representa como

$$Q_{ft-ai} = [h_{c,ft-ai}A_{ai}(T_{ft} - T_{ai})] \quad (3.7.2)$$

El coeficiente de transferencia de calor por convección del fluido de trabajo al aislante

$h_{c,ft-ai}$  [4]

$$Nu = \frac{h_{c,ft-ai}D_h}{k_{vi-Tm4}} = 0.0158e_{ft-ai}^{0.8} \quad (3.7.3)$$

Donde el número de Reynolds se estima igual a la ecuación:

$$Re_{fts-ft} = \frac{v_{vi}D_h\rho_{vi-Tm4}}{\mu_{vi-Tm4}} \quad (3.7.4)$$

$V_{vi}$  es la velocidad del viento,  $D_h$  es el diámetro hidráulico del ducto,  $\rho_{vi-Tm4}$  es la densidad del viento a temperatura media 4,  $\mu_{vi-Tm4}$  es la viscosidad dinámica del viento a temperatura media 4 y  $k_{vi-Tm4}$  es la conductividad térmica del viento a temperatura media 4. La temperatura media 4 es

$$T_{m4} = \frac{T_{fts} + T_{fte}}{2} \quad (3.7.5)$$

El aumento de la energía del fluido  $Q_{ft}$  es

$$Q_{ft} = [\dot{m}_{ft} C_{ft} (T_{fts} - T_{fte})] = h_{ft} (T_{fts} - T_{fte}) \quad (3.7.6)$$

Donde  $T_{fts}$  y  $T_{fte}$  son las temperaturas medias del fluido en la salida y en la entrada del ducto, respectivamente. La temperatura del fluido según [1] es

$$T_{ft} = \frac{T_{fts} + T_{fte}}{2} \quad (3.7.7)$$

Sustituyendo en la ecuación 3.3.7, obtenemos

$$\frac{m_{ft} c_{ft} dT_{ft}}{dt} = [h_{c,c-ft} A_{pa} (T_c - T_{ft})] - [h_{c,ft-ai} A_{ai} (T_{ft} - T_{ai})] - [h_{ft} (T_{fts} - T_{fte})] \quad (3.7.8)$$

### 3.8 Determinación del calor transferido en el aislamiento inferior.

La transferencia de calor  $Q_{ft-ai}$  se calcula a partir de la ecuación 3.7.1. La transferencia de calor por conducción de aislante a placa base  $Q_{ai-pb}$  se determina por

$$\frac{m_{ai} c_{ai} dT_{ai}}{dt} = [h_{r,c-ai} A_c (T_c - T_{ai})] + [h_{c,ft-ai} A_{ai} (T_{ft} - T_{ai})] \quad (3.8.1)$$

### 3.9 Balances de energía para método Runge Kutta Fehlberg.

Las tres ecuaciones acopladas de primer orden se indican en el anexo A. Además se indican las funciones asociadas ( $k$ 's,  $l$ 's y  $m$ 's) con las funciones ( $f_1, f_2, f_3$ ), respectivamente. Y se termina el apartado con el método RKF que se implementa.

### 3.10 Ecuación para los datos del viento.

Para facilitar el uso de los datos del viento en función del tiempo es necesario hacer una interpolación con los datos medidos en la estación obteniendo un polinomio útil para usar en el código implementado

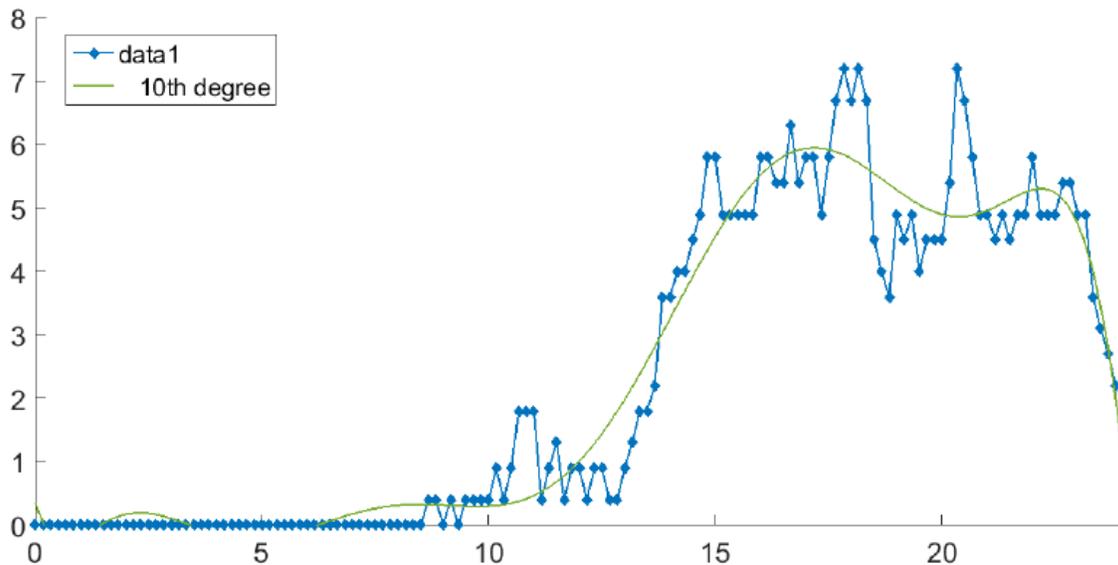


Figura 9.- Interpolación realizada en Matlab para la velocidad del viento

Los resultados obtenidos en Matlab son los siguientes:

$$y=p_1x^{10}+p_2x^9+p_3x^8+p_4x^7+p_5x^6+p_6x^5+p_7x^4+p_8x^3+p_9x^2+p_{10}x+p_{11} \quad (3.10.1)$$

Coefficientes:

$$p_1 = 1.7433e-09; p_2 = -2.1981e-07; p_3 = 1.1668e-05; p_4 = -0.00033957; p_5 = 0.0059133; p_6 = -0.06318; p_7 = 0.40872; p_8 = -1.5192; p_9 = 2.9026; p_{10} = -2.2497; p_{11} = 0.35651.$$

En el código se indicó que en los casos donde la velocidad de viento es negativa será cero.

### 3.11 Ecuación para los datos de temperatura ambiente.

Para el caso de los datos relacionados con la temperatura ambiente se realizó el mismo procedimiento empleado con los datos de la velocidad del viento, una interpolación con los datos medidos en la estación obteniendo un polinomio útil para usar en el condigo implementado

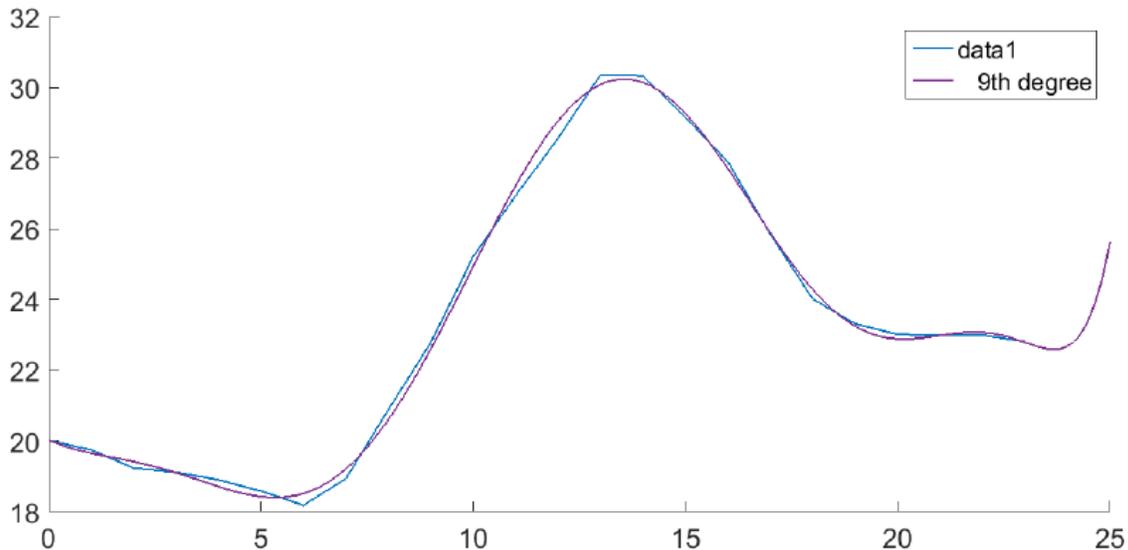


Figura 10.- Interpolación realizada en Matlab para la temperatura ambiente.

Con ayuda de Matlab se obtiene la siguiente ecuación que se asemeja al comportamiento real de la temperatura ambiente:

$$y=p_1x^9+p_2x^8+p_3x^7+p_4x^6+p_5x^5+p_6x^4+p_7x^3+p_8x^2+p_9x+p_{10} \quad (3.13.1)$$

Coeficientes:

$$p_1 = 1.0081e-08; p_2 = -9.5988e-07; p_3 = 3.566e-05; p_4 = -0.00063893; p_5 = 0.005367; \\ p_6 = -0.014416; p_7 = -0.035106; p_8 = 0.21126; p_9 = -0.54152; p_{10} = 20.031.$$

### 3.12 Análisis exergético.

#### Exergía de entrada:

[8] indica que la tasa de exergía de entrada neta al calentador de aire solar incluye la tasa de exergía de intensidad de radiación solar:

$$\dot{E}x_{in-sol} = G_T A_c \left(1 - \frac{T_a}{T_{sol}}\right) \quad (3.12.1)$$

#### Exergía destruida:

[8] indica que el primer término es la destrucción de exergía debido a la diferencia de temperatura entre el sol y el panel fotovoltaico

$$\dot{E}x_{des}(T_c - T_{sol}) = \alpha_c G_T A_c T_a \left(\frac{1}{T_c} - \frac{1}{T_{sol}}\right) \quad (3.12.2)$$

$T_{sol}$  se asume como 5600 K.

El segundo término es entre el panel fotovoltaico y fluido de trabajo debido a la transferencia de calor por convección

$$\dot{E}x_{des}(T_c - T_f) = h_{c,c-f} A_c T_a (T_c - T_f) \left(\frac{1}{T_c} - \frac{1}{T_f}\right) \quad (3.12.3)$$

El tercer término es entre el panel fotovoltaico y el aislante debido a la transferencia de calor por radiación

$$\dot{E}x_{des}(T_c - T_{ais}) = h_{r,c-ais} A_c T_a (T_c - T_{ais}) \left(\frac{1}{T_c} - \frac{1}{T_{ais}}\right) \quad (3.12.4)$$

El cuarto término se define según [7] como la exergía perdida del aislante al fluido de trabajo

$$\dot{E}x_{des}(T_{ais} - T_f) = h_{c,f-ais} A_c T_a (T_{ais} - T_f) \left(\frac{1}{T_f} - \frac{1}{T_{ais}}\right) \quad (3.12.5)$$

El quinto y sexto término es la exergía destruida por la destrucción óptica del panel fotovoltaico y el fluido de trabajo

$$\dot{E}x_{des(opt-c)} = (1 - \alpha_c) \tau_f \dot{E}x_{in-sol} \quad (3.12.6)$$

$$\dot{E}x_{des(opt-f)} = (1 - \eta_{opt})\dot{E}x_{in-sol} \quad (3.12.7)$$

[10] indica, al igual que la ecuación 3.6.3, sobre la eficiencia óptica lo siguiente

$$\eta_{opt} = \tau\alpha = \frac{\tau_f \alpha_c}{1 - (1 - \alpha_c)r_f} \quad (3.12.8)$$

El séptimo término es la tasa de exergía destruida debido a la fricción del aire (caída de presión) en el conducto de aire, lo podemos estimar basándonos en lo que realiza [5]

$$\dot{E}x_{des,friction} = \frac{T_a \dot{m}_f \Delta P_f}{T_f \rho_f} \quad (3.12.9)$$

Donde  $\Delta P_f$  la caída de presión P se encuentra por la relación de [6]

$$\Delta P_f = \frac{4fL\dot{m}_f V^2}{\rho_f} \quad (3.12.10)$$

$$V = \frac{\dot{m}_f}{\rho_f Anch_c \delta_{ais-c}} \quad (3.12.11)$$

$$d_e = \frac{2Anch_c \delta_{ais-c}}{(Anch_c + \delta_{ais-c})} \quad (3.12.12)$$

Mientras que para el flujo laminar  $f$  se define como ( $Re < 2300$ ):

$$f = \frac{16}{Re} \quad (3.12.13)$$

Por otro lado, para flujo turbulento es

$$f = 0.0791 Re^{-0.25} \quad (3.12.14)$$

### 3.13 Eficiencia exergética.

La eficiencia exergética del calentador de aire dado se define por la siguiente ecuación:

$$\eta_{ex} = 1 - \frac{\sum \dot{E}x_{des}}{\sum \dot{E}x_{i,net}} \quad (3.13.1)$$

### 3.14 Conclusión.

El modelo determinado en este capítulo junto con el modelo de la radiación directa y difusa, y las ecuaciones para el comportamiento del viento y la temperatura ambiente, nos brindan una herramienta extremadamente útil para optimizar el modelo colector presentado al inicio de este capítulo (sistema térmico fotovoltaico). Es decir, ya en este punto el modelo teórico está listo para ser implementado en un código computacional y realizar las variaciones correspondientes con el objetivo de optimizarlo.

### 3.15 Referencias.

- [1] Thermal inertia of flat-plate solar collectors in different radiative regimes. Iuliana Soriga. 2016
- [2] Attenuation processes of solar radiation. Application to the quantification of direct and diffuse solar irradiances on horizontal surfaces in Mexico by means of an overall atmospheric transmittance. Antonio J. Gutiérrez-Trashorras. 2017.
- [3] Comparative study of isotropic and anisotropic sky models to estimate solar radiation incident on tilted surface: A case study for Bhopal, India K.N. Shukla.2015.
- [4] Optimal aspect ratios for non-isothermal flat plate solar collectors for air heating Johane Bracamonte. 2013.
- [5] Exergy loss-based efficiency optimization of a double-pass/glazed v-corrugated plate solar air heater. Mahdi Hedayatzadeh, Faramarz Sarhaddi, Ali Safavinejad, Faramarz Ranjbar, Hossein Chaji. 2016.
- [6] Exergetic performance evaluation and parametric studies of solar air heater. M.K. Gupta, S.C. Kaushik. Energy 33 (2008) 1691– 1702.
- [7] Conventional and advanced exergy analysis of solar flat plate air collectors. Arsham Mortazavi, MehranAmeri.
- [8] Análisis de modelos de un captador solar plano en régimen transitorio. Manuel Rodríguez Caballero. Trabajo Fin de Máster. Máster Universitario en Ingeniería Industrial.
- [9] 2011 Transferencia de Calor y Masa - Cengel 4Ed
- [10] Manual Técnico de Energía Solar Térmica. Volumen I: Fundamentos. Gonzalo Abal, Valeria Durañona. Marzo 2013.

## **CAPITULO 4: ANALISIS DE RESULTADOS.**

### **4.1 Introducción.**

La necesidad de proporcionar sistemas de energía más eficientes y rentables se ha vuelto cada vez más importante. La mayor competencia global y el deseo de mejores procesos y más eficientes han dado lugar a la necesidad de mejores prácticas de diseño. Durante la última década, ha crecido el interés en producir productos de mayor calidad a un costo mínimo, satisfaciendo las preocupaciones crecientes sobre el impacto ambiental, la seguridad y otros factores, en lugar de desarrollar un sistema que solo realiza una tarea deseada. El uso de energía está directamente relacionado con el bienestar, el nivel de vida y la prosperidad, y satisfacer la creciente demanda de energía de una manera segura y ambientalmente responsable es un desafío importante. La importancia de la energía en la vida diaria lo convierte en una prioridad importante para la optimización. [\[1\]](#)

### **4.2 Modelado.**

El modelado se usa para obtener información sobre cómo se comporta algo sin probarlo realmente en la vida real. La modelación y simulación en ingeniería es bien reconocida y aceptada proporcionando varios beneficios para los ingenieros, algunos de los principales son:

- El modelado es un método atractivo, ya que generalmente es menos costoso y más seguro que realizar experimentos con un prototipo del producto final o sistema real.

- El modelado puede ser incluso más realista que los experimentos convencionales, ya que puede permitir que los parámetros del entorno encontrados en el campo de aplicación operacional de un producto o proceso varíen fácilmente. Además, el modelado se puede utilizar para realizar estudios paramétricos a fin de determinar los efectos de la variación de los parámetros de diseño seleccionados en el rendimiento, mejorando así la comprensión de un producto o proceso.

- El modelado puede realizarse más rápido que la experimentación y las pruebas. Esto permite que los modelos se utilicen para análisis eficientes de opciones, especialmente cuando los datos necesarios para inicializar una simulación se pueden obtener a partir de los datos operativos.

La modelación es una herramienta clave en la ingeniería energética ya que se puede predecir el comportamiento de un sistema de energía y obtener condiciones de operación para la optimización. Si el modelado es inexacto, los resultados de optimización se vuelven poco realistas e inutilizables. Por lo tanto, el modelado debe llevarse a cabo cuidadosamente antes de realizar la optimización.

Hay dos enfoques en el modelado: *descriptivo* y *predictivo*. La mayoría de las personas están familiarizadas con el modelado descriptivo, que se utiliza para describir y explicar fenómenos técnicos y de otro tipo. Los modelos predictivos se utilizan para predecir el rendimiento de un sistema y, por consiguiente, son de gran importancia en el diseño y la optimización de ingeniería [1]. El tipo de modelo presentado en esta tesis es de tipo predictivo.

### **4.3 Optimización.**

Desde un punto de vista matemático, la optimización es el proceso de maximizar o minimizar una función sujeta a varias restricciones de un número de variables, cada una de las cuales existe en un rango de variación. Dicho de manera más simple y práctica, la optimización implica encontrar la mejor configuración posible para un problema dado sujeto a restricciones razonables.

Cuando un problema de optimización implica solo una función objetivo, la tarea de encontrar la solución óptima se denomina optimización de objetivo único. Optimización de objetivo único considera la solución al problema con respecto a un solo criterio y ha sido aplicada durante décadas a una amplia gama de aplicaciones.

La necesidad de considerar más de una función objetivo se le llama optimización de múltiples objetivos. Algunos conceptos y términos de optimización importantes se describen y definen a continuación:

#### **Límites del sistema.**

El primer paso en cualquier problema de optimización es definir los límites del sistema. Deben incluirse todos los subsistemas que afectan el rendimiento del sistema. Cuando el sistema es demasiado complejo, es deseable dividirlo en subsistemas más pequeños. En este caso, es razonable realizar la optimización en

cada subsistema de forma independiente, es decir, se realiza la suboptimización de los subsistemas.

### **Funciones objetivas y criterios del sistema.**

El siguiente paso en un problema de optimización es definir los criterios del sistema, que a veces se denominan funciones objetivas. Una función objetivo se basa en el deseo o el propósito del que toma las decisiones, y puede maximizarse o minimizarse. Los criterios de optimización pueden variar ampliamente.

### **VARIABLES DE DECISIÓN.**

Otro paso esencial en la formulación de un problema de optimización es la selección de variables de decisión independientes que caractericen adecuadamente las posibles opciones de diseño. En un problema de optimización dado, solo las variables de decisión están cambiando.

### **Restricciones.**

Las limitaciones en un problema de diseño dado surgen debido a limitaciones en los rangos de las variables físicas, principios básicos de conservación que deben cumplirse y otras restricciones. Las restricciones en las variables pueden surgir debido a limitaciones en el espacio, el equipo y los materiales que se emplean. [1]

El éxito empresarial de hoy está fuertemente basado en la capacidad de optimizar procesos y sistemas. La optimización es una herramienta importante en ingeniería para determinar el mejor u óptimo valor para una variable de decisión de un sistema. La ingeniería energética es un campo en el que la optimización juega un papel particularmente crítico. [1]

## **4.4 Optimización del sistema térmico fotovoltaico.**

En la optimización del colector solar se aplicó el método de Runge Kutta Fehlberg para poder estimar el error y obtener mejores resultados. Como el interés es la temperatura que puede alcanzar el fluido de trabajo se utilizó esta temperatura para indicar en el programa que el error en la temperatura del fluido deberá de ser siempre menos a 0.01 de lo contrario el programa indicara que es necesario reducir el paso. El paso que logró mantener este criterio fue  $h=0.0001$ .

### **Función objetivo.**

La función objetivo que será optimizada es la eficiencia exergética que se encuentra en la ecuación 3.14.18. Ésta será presentada en las gráficas en forma de porcentaje.

### **VARIABLES DE DECISIÓN.**

Los principales parámetros geométricos de diseño para la optimización del sistema térmico fotovoltaico de aire son los siguientes:

Tabla 4 Parámetros geométricos de diseño.

$\delta_c$ :	Espesor de panel fotovoltaico	$\delta_{ai}$ :	Espesor de aislante
$Long$ :	Longitud del panel fotovoltaico	$\delta_{ai}$ - $c$ :	Distancia de aislante a panel fotovoltaico
$Anch$ :	Ancho del panel fotovoltaico		

En cuanto a las propiedades de los materiales se eligieron las siguientes:

Tabla 5 Propiedades de los materiales.

$k$ ( $W/mC$ ):	Conductividad térmica	$n_2$ :	Índice de refracción
$\varepsilon$ :	Emisividad	$P$ ( $kg/m^3$ ) :	Densidad
$K$ ( $m^{-1}$ ):	Coefficiente de extinción	$C$ ( $J/kgC$ ):	Calor específico

Las condiciones iniciales definidas para todos los cálculos realizados son las siguientes:

Tabla 6 Condiciones de operación.

Flujo másico	0.0001 kg/s	Longitud del panel fotovoltaico	2 m
Temperatura del sol	5326.85 °C	Ancho del panel fotovoltaico	1 m
Temperaturas iniciales (F, C y AI)	20 °C	Distancia de aislante a panel fotovoltaico	0.1 m
Tiempo inicial	6 horas	Espesor aislante	0.05 m
Tiempo final	18 horas	Espesor panel fotovoltaico	0.01 m
Paso $h$	0.0001	Material AI	Espuma de poliuretano
Temperatura inicial de entrada y salida	Temperatura ambiente		

#### 4.4.1 Efecto del material del aislante

Los materiales seleccionados y sus propiedades se muestran en la siguiente tabla:

Tabla 7 Materiales para aislante.

	$k$ (W/mC)	$\epsilon$	$P$ (kg/m <sup>3</sup> )	$C$ (J/kg C)
Poliestireno expandido	0.040 [8]	0.9 [3]	16 [8]	1200 [8]
Espuma de poliuretano	0.023 [8]	0.9 [3]	24 [8]	1600 [12]
corcho	0.045 [11]	0.7 [14]	45 [11]	1880 [11]
Lana de roca	0.040 [11]	0.9 [8]	160 [11]	840 [13]
Lana de vidrio	0.038 [11]	0.85 [8]	24 [11]	700 [11]

Se obtiene la eficiencia exergética para cada material. Reduciendo el intervalo de valores del tiempo se logra observar de forma más puntual las diferencias en las gráficas obtenidas para cada uno de los materiales seleccionados en la tabla anterior.

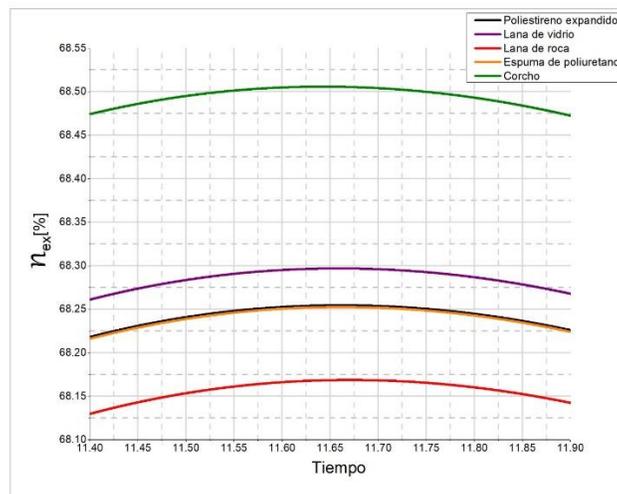


Figura 11.- Eficiencia exergética para los diferentes materiales del aislante

Se puede observar que la eficiencia exergética menor es obtenida con lana de roca como aislante con un valor de 68.14 mientras que el corcho es el que arroja una mayor eficiencia exergética con un valor de 68.51.

Este resultado está directamente relacionado con la emisividad y debido a que el corcho tiene la menor emisividad es de esperarse que sea el que arroje una

mayor eficiencia exergética debido a que menos será la emisividad de transferencia de calor por radiación entre el panel fotovoltaico y el aislante  $Ex_{de(T_c-T_{ai})}$ . Con respecto a la conductividad térmica, el calor específico y la densidad no es clara la relación que guardan estos parámetros con la eficiencia exergética. Se sabe que el calor específico y la densidad van a impactar inversamente proporcional en la temperatura debido a que entre mayor calor específico o mayor densidad contenga el aislante menor será la temperatura que alcanzará el aislante. La conductividad térmica influye en el aislante haciendo que si existe mayor conductividad térmica existirá una mayor transferencia de calor desde los elementos como lo es el panel fotovoltaico por medio de radiación y el fluido de trabajo por conducción hacia lo que es el aislante por lo que no sería la mejor opción elegir el material con mayor conductividad térmica debido a que se desea tener la mayor cantidad de energía en forma de calor en el fluido de trabajo para aplicaciones futuras.

#### **4.4.2.- Efecto de la variación del espesor del panel fotovoltaico en la eficiencia exergética.**

La restricción para el espesor del panel fotovoltaico es el siguiente

$$0.003 < \delta_{pf} < 0.015$$

Dentro de este intervalo se obtiene el comportamiento de la eficiencia exergética presentado en la fig. 12. Por cuestiones de claridad se presentan pocos valores para visualizar el comportamiento de la curva del porcentaje de la eficiencia exergética en función del tiempo al variar el espesor del panel fotovoltaico.

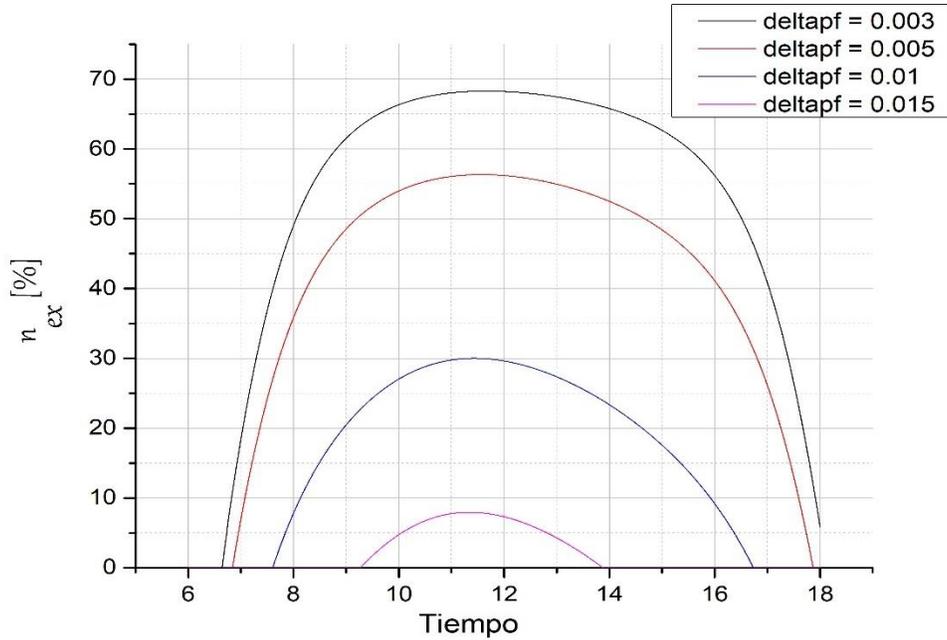


Figura 12.- Variación de la eficiencia exergetica en el tiempo al variar el espesor del panel fotovoltaico

En la figura 13 se ve el efecto de la variación del espesor en las temperaturas.

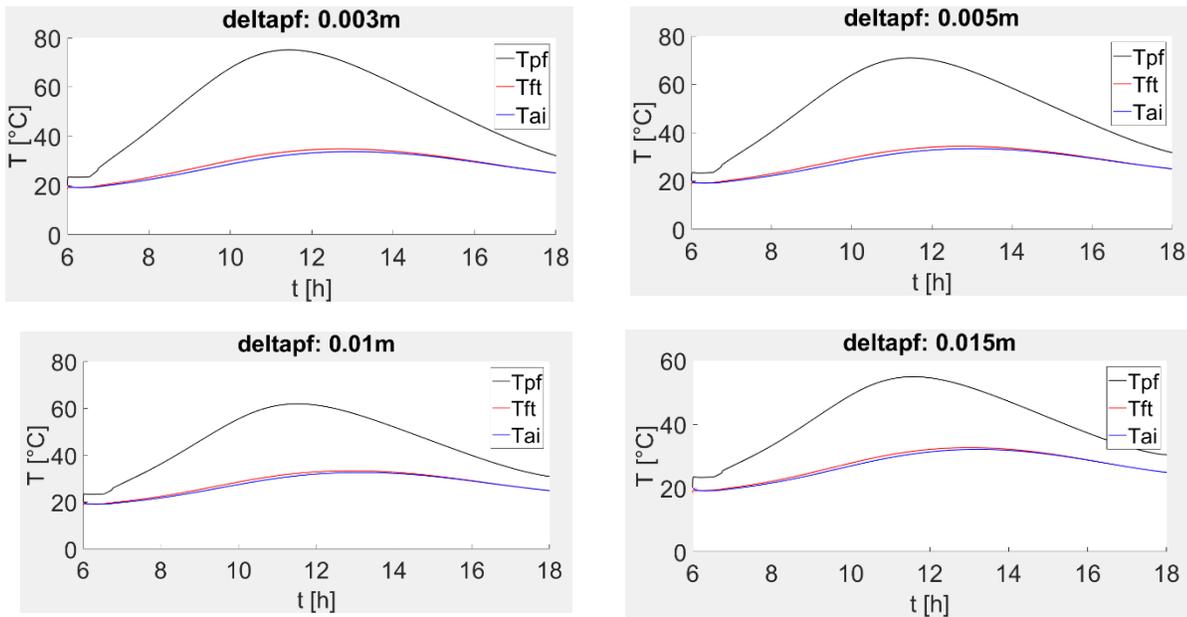
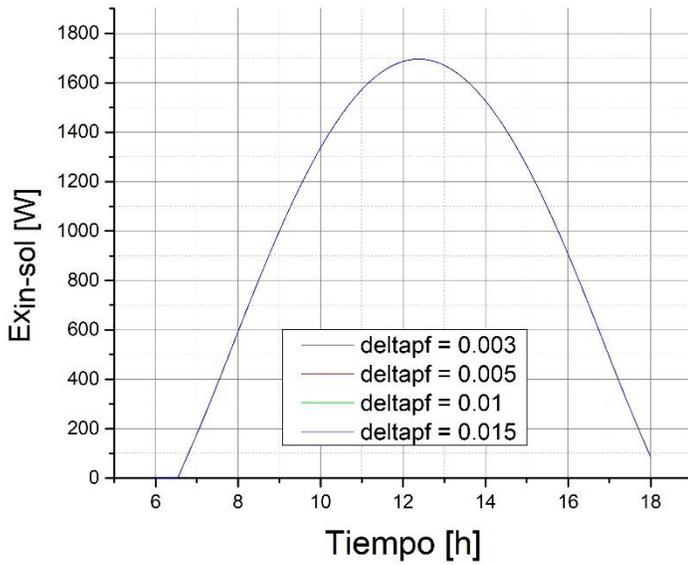
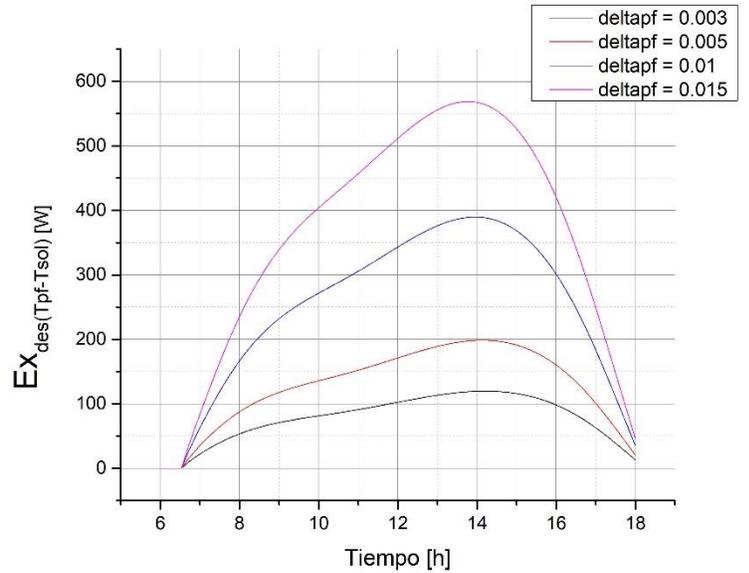


Figura 13.- Variación de temperaturas para diferentes espesores del panel fotovoltaico

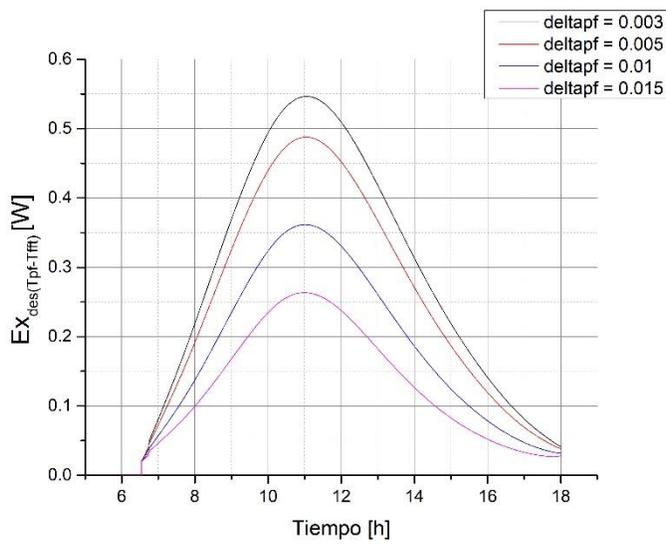
En la figura 14 se ve cómo se comporta la exergía de entrada y cada destrucción exergética.



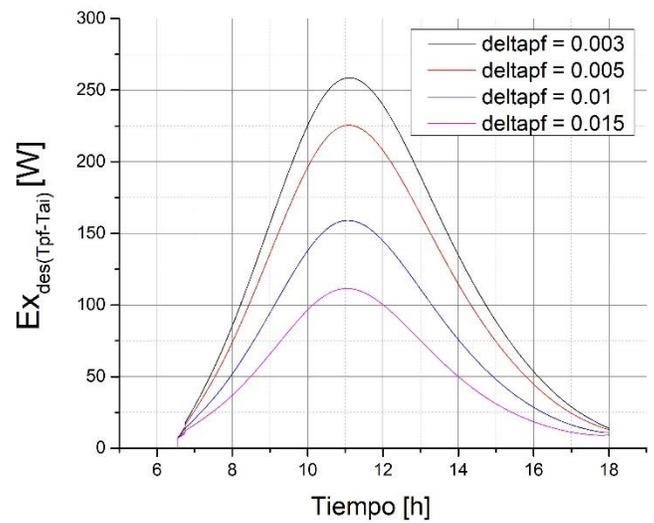
**Exergía de entrada**



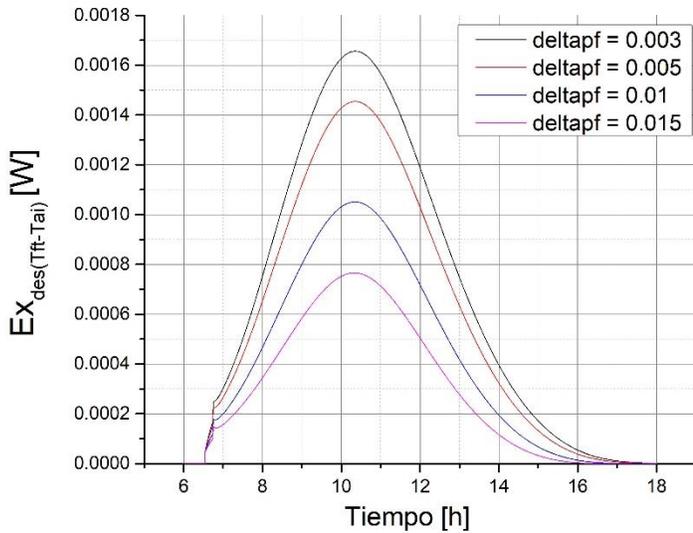
**Destrucción de exergía entre el sol y el panel fotovoltaico**



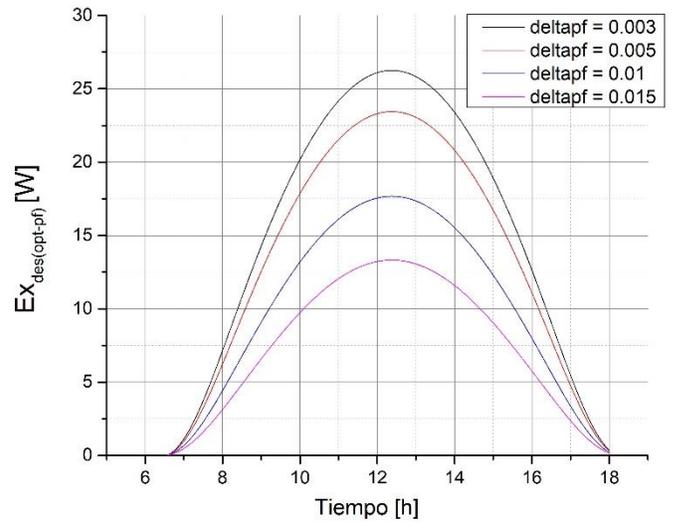
**Destrucción de exergía entre el panel fotovoltaico y el fluido de trabajo**



**Destrucción de exergía entre el panel fotovoltaico y el aislante**



**Destrucción de exergía entre el fluido de trabajo y el aislante**



**Destrucción de exergía óptica del panel fotovoltaico.**

Figura 14.- Variación de las destrucciones exergéticas para diferentes espesores del panel fotovoltaico

Se puede observar en la figura 12 que mientras más aumenta el espesor del panel fotovoltaico la eficiencia exergética tiende a disminuir. Además, no solo el punto máximo se ve reducido, también se reduce el intervalo de tiempo en el que se cuenta con una cierta cantidad de eficiencia. En los valores de temperatura de la figura 13 el panel fotovoltaico es el elemento más afectado en cuestión de temperatura al analizar la variación del espesor de dicho elemento.

Estos efectos observados son debido a que al aumentar el espesor del panel fotovoltaico impacta principalmente en la trayectoria real de la radiación a través de una capa transparente relacionada a la radiación directa, difusa y reflejada ( $L$ ,  $L_d$  y  $L_g$ ), esto reduce la transmitancia del panel fotovoltaico ( $\tau_{c,a}$ ) provocando el aumento de la absorptividad del panel fotovoltaico ( $\tau_c$ ), reduciendo el producto transmitancia-absortancia ( $\tau\alpha$ ) y disminuyendo la irradiancia que llega al fluido de trabajo, es decir, lo absorbido por el fluido de trabajo ( $G_{ft}$ ). Respecto a las destrucciones exergética se observa en la figura 14 que al aumentar el espesor del panel fotovoltaico lo aumentos de  $\dot{E}x_{des(T_{pf}-T_{sol})}$  y  $\dot{E}x_{des(opt-pf)}$  predominan sobre las disminuciones dando como resultado un aumento de la destrucción total de exergía y una disminución de la  $\eta_{ex}$ . Así que para tener mayor eficiencia exergética lo mejor es tener el espesor más delgado posible.

#### 4.4.2.- Efecto de la variación del espesor del aislante en la eficiencia exergética.

La restricción para el espesor del aislante es el siguiente

$$0.04 < \delta_{ai} < 0.25$$

Dentro de este intervalo se obtiene el comportamiento de la eficiencia exergética presentado en la figura 15. Por cuestiones de claridad se presentan pocos valores para poder visualizar el comportamiento de la curva del porcentaje de la eficiencia exergética en función del tiempo al variar el espesor del aislante.

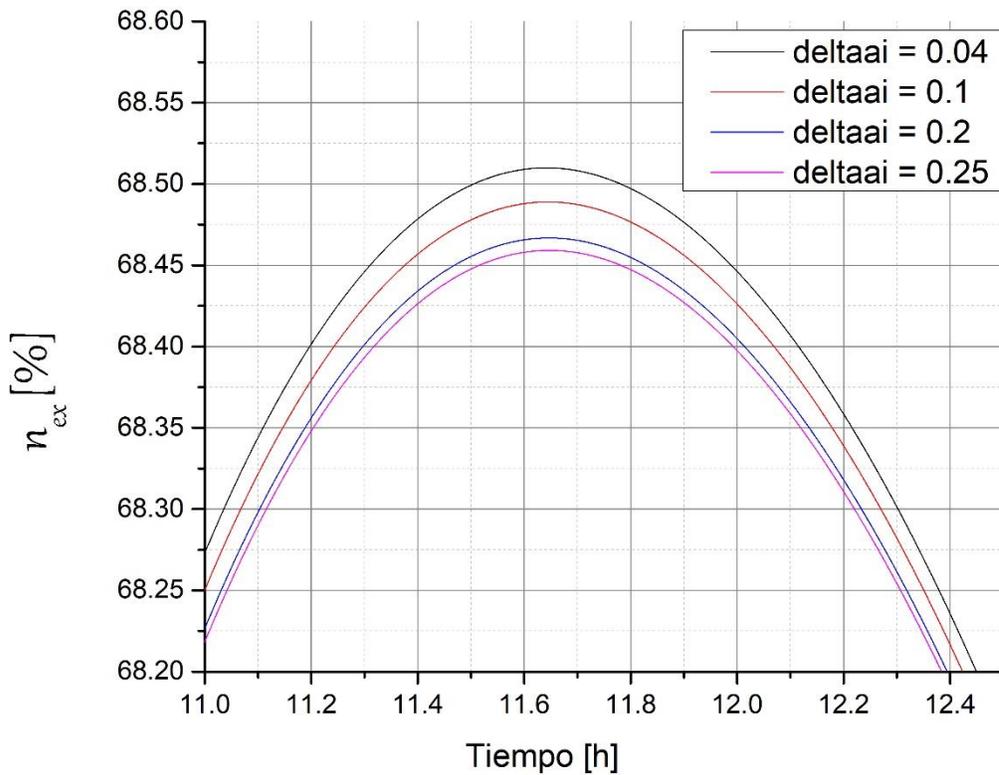


Figura 15.- Variación de la eficiencia exergética en el tiempo para diferentes espesores de AI

En la figura 16 vemos el efecto de la variación del espesor en las temperaturas

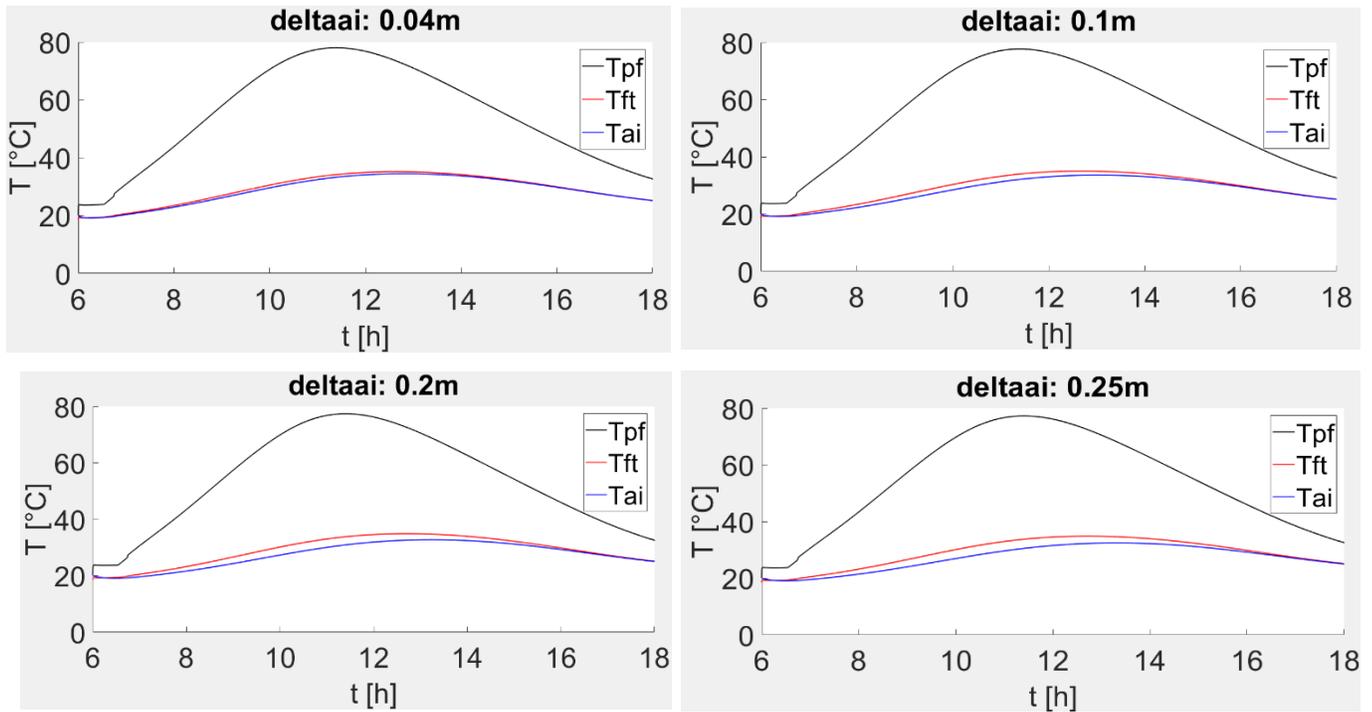
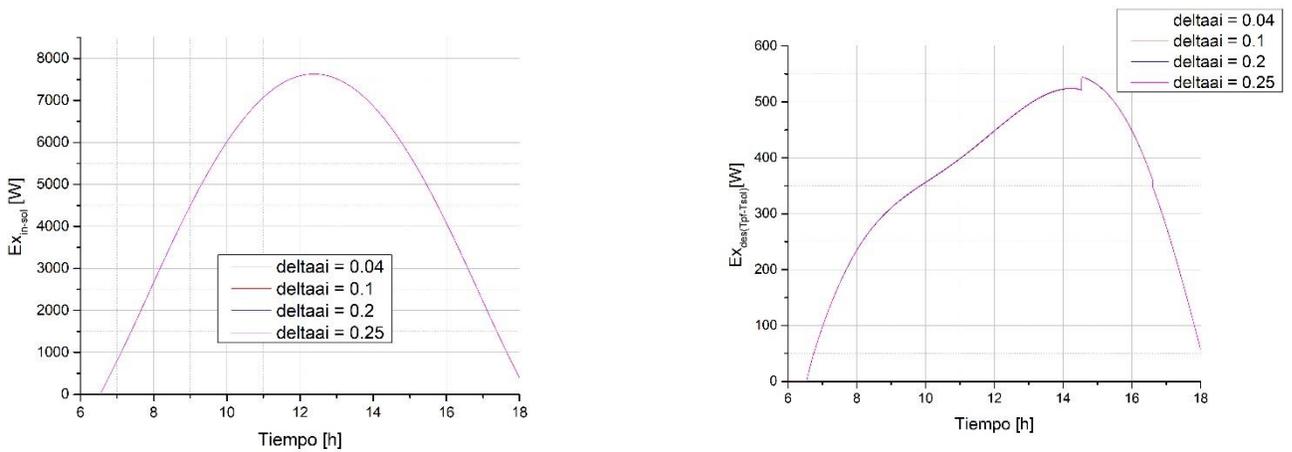


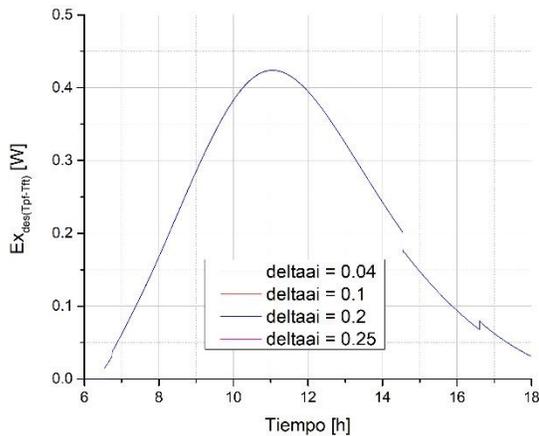
Figura 16.- Variación de temperaturas en diferentes puntos del panel fotovoltaico para los diferentes espesores del aislante

En la figura 17 se ve cómo se comporta la exergía de entrada y cada destrucción exérgica.

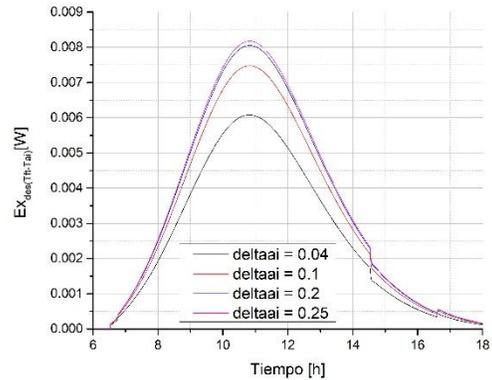


Exergía de entrada

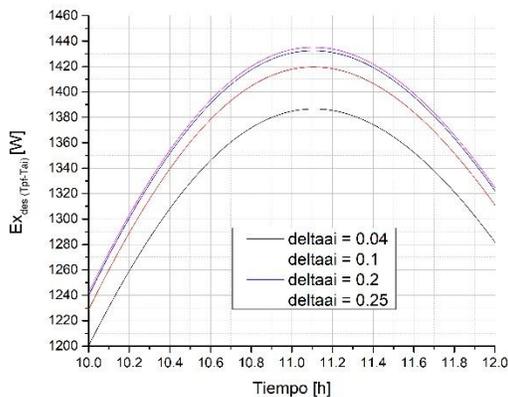
Destrucción de exergía entre el sol y el panel fotovoltaico



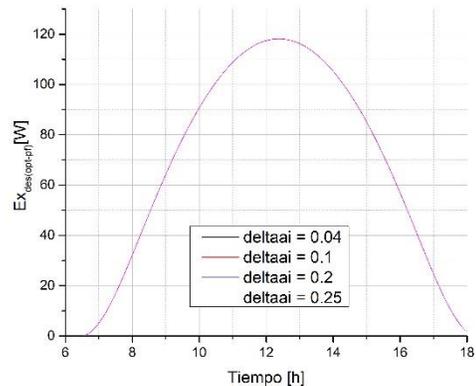
Destrucción de exergía entre el panel fotovoltaico y fluido de trabajo



Destrucción de exergía entre el fluido de trabajo y el aislante



Destrucción de exergía entre el panel y el aislante



Destrucción de exergía óptica del panel fotovoltaico

Figura 17.- Variación de las destrucciones exergéticas para diferentes espesores del aislante

Se puede observar en las figuras 15 que mientras más aumenta el espesor del aislante la eficiencia exergética tiende a disminuir. En la figura 16 se observa que existe un incremento en la temperatura del fluido de trabajo y el panel fotovoltaico de manera mínima esto debido a que el incremento de espesor del aislante impacta en el coeficiente de transferencia de calor por conducción. La temperatura del aislante se mantiene constante En la figura de destrucciones exergéticas,

observamos que los cambios son muy bajos causados probablemente por la pequeña variación en las temperaturas del panel fotovoltaico y el fluido de trabajo.

#### 4.4.3.- Efecto de la distancia entre del panel fotovoltaico y el aislante en eficiencia exergética.

La restricción para el espesor del panel fotovoltaico es el siguiente

$$0.09 < \delta_{pfai} < 0.3$$

Dentro de este intervalo se obtiene el comportamiento de la eficiencia exergética presentado en la figura 18. Por cuestiones de claridad se presentan pocos valores para visualizar el comportamiento de la curva del porcentaje de la eficiencia exergética en función del tiempo al variar la distancia entre el panel fotovoltaico y el aislante.

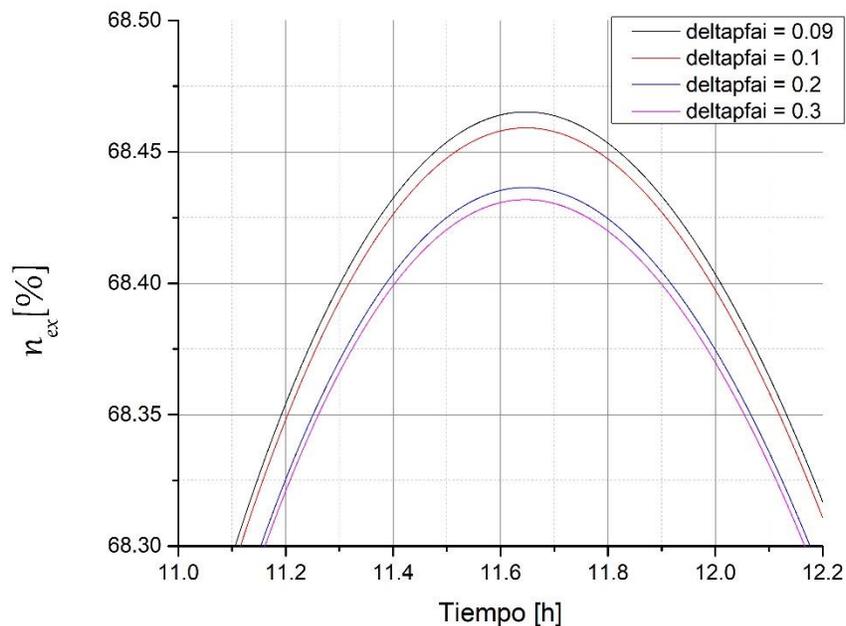


Figura 18.- Variación de la eficiencia exergética en el tiempo variando la distancia entre el panel fotovoltaico y el aislante

En la figura 19 se ve el efecto de la variación de la distancia entre el panel fotovoltaico y el aislante

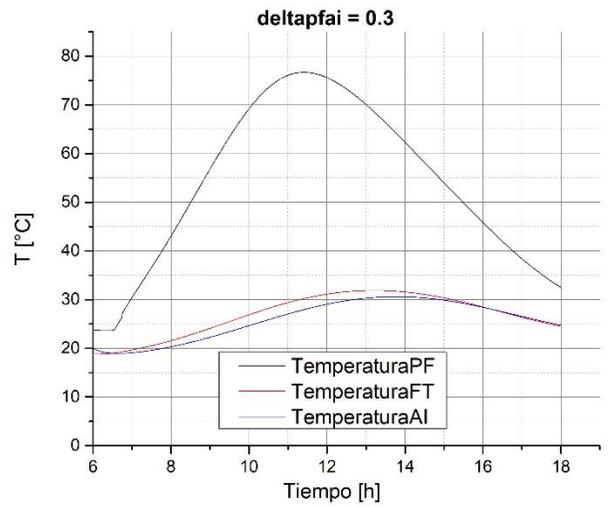
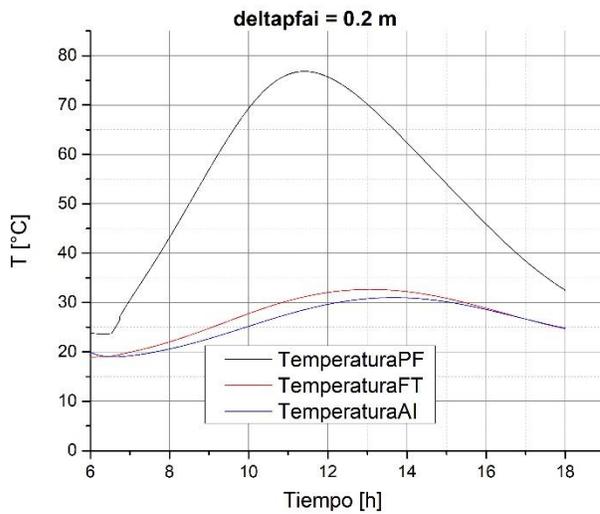
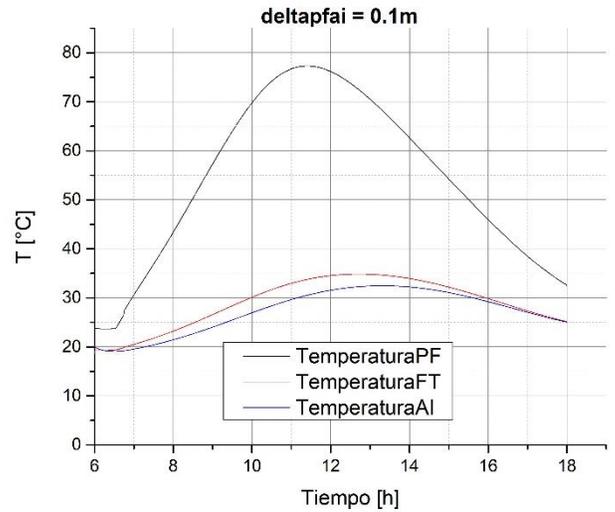
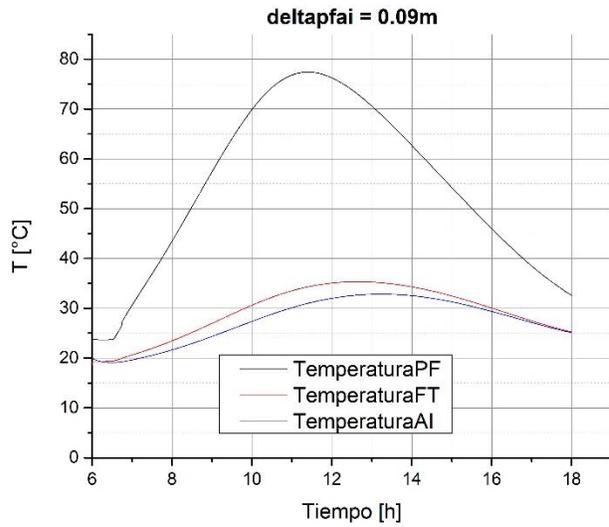
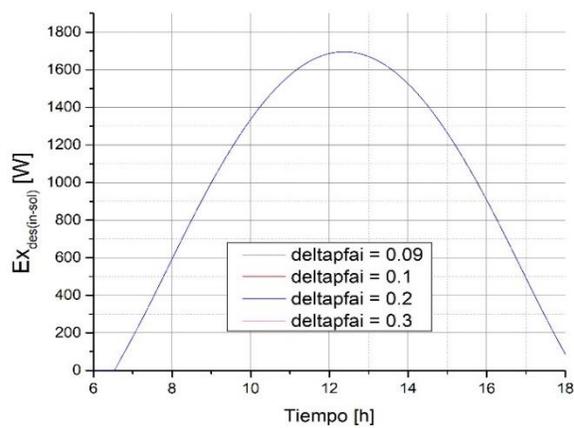
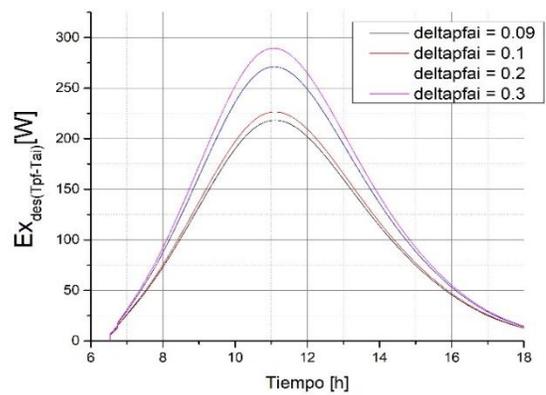


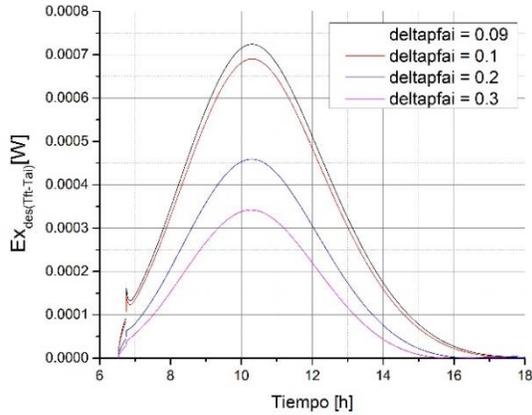
Figura 19.- Variación de temperaturas en diferentes puntos del panel fotovoltaico para diferentes distancias entre el panel fotovoltaico



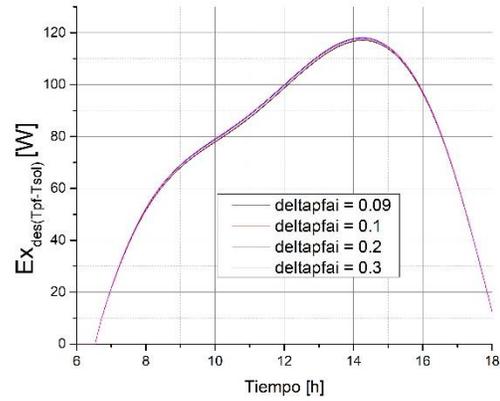
Exergía de entrada



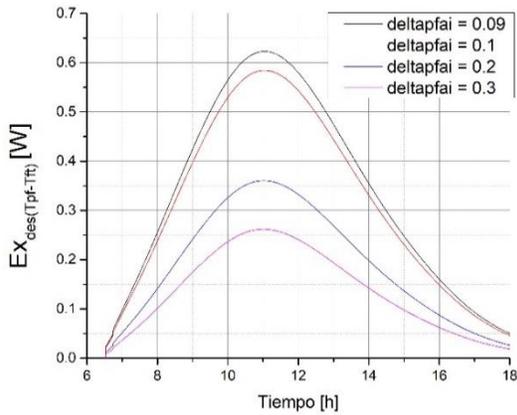
Dstrucción de exergía entre el panel fotovoltaico y el aislante



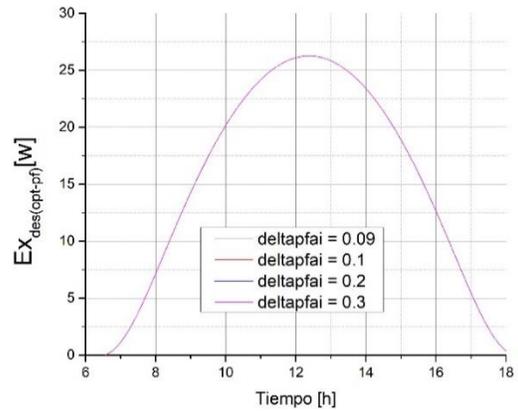
Dstrucción de exergía entre el fluido de trabajo y el sol



Dstrucción de exergía entre el panel fotovoltaico y el sol



Dstrucción de exergía entre el fluido de trabajo y el panel fotovoltaico



Dstrucción de exergía óptica del panel fotovoltaico y el sol

Figura 20.- Variación de las destrucciones para diferentes distancias entre el panel fotovoltaico y el aislante

Se puede observar en la figura 18 que mientras más aumenta la distancia entre el panel fotovoltaico y el aislante, la eficiencia exergética tiende a disminuir, aunque el cambio en la curva en la eficiencia exergética es mínimo. En la figura 19 se obtiene algún efecto sobre las temperaturas del panel fotovoltaico. En las gráficas de destrucciones exergéticas se aprecia que existen variaciones mínimas en las exergías de los 3 elementos (panel fotovoltaico, fluido de trabajo y aislante), sin embargo, su variación es mínima lo que repercute en una variación mínima de la eficiencia exergética del sistema.

#### 4.4.4.- Efecto de la variación de la longitud del panel fotovoltaico en la eficiencia exergética.

La restricción para la longitud del panel fotovoltaico es el siguiente

$$0.9 \text{ metros} < \delta_{pf-long} < 3 \text{ metros}$$

Dentro de este intervalo se obtiene el comportamiento de la eficiencia exergética presentado en la figura 21. Por cuestiones de claridad se presentan pocos valores para poder visualizar el comportamiento de la curva de porcentaje de la eficiencia exergética en función del tiempo al variar la longitud del panel fotovoltaico.

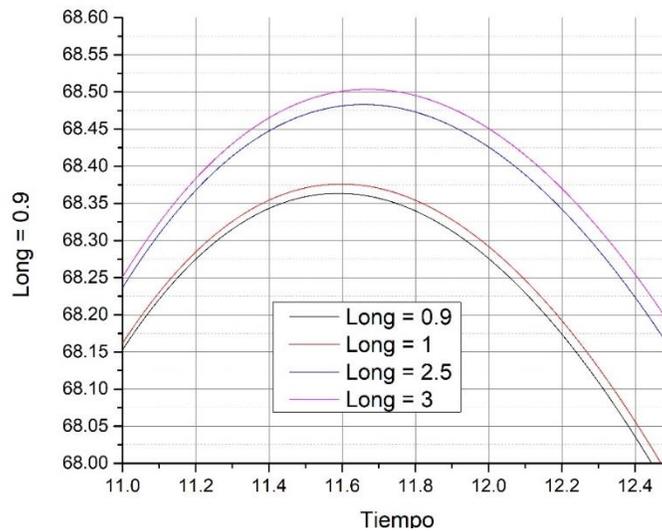
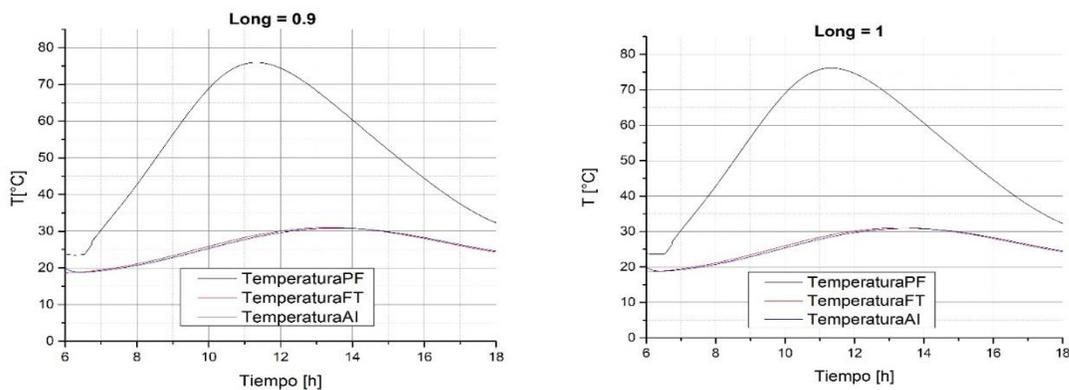


Figura 21.- Variación de la eficiencia exergética en el tiempo para diferentes longitudes del panel fotovoltaico en unidades de metros

En la figura 22 vemos el efecto de la variación de la longitud el panel fotovoltaico en las temperaturas de los distintos elementos del sistema.



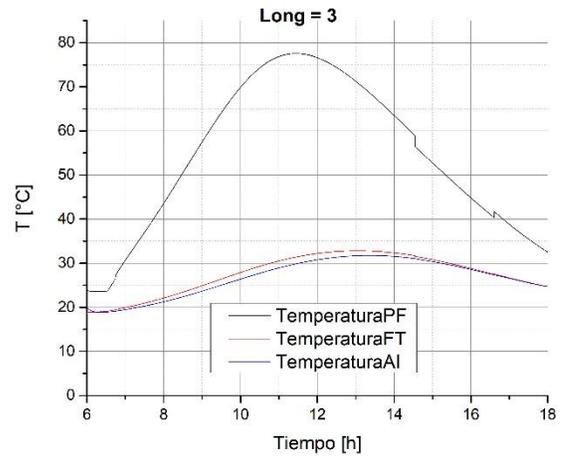
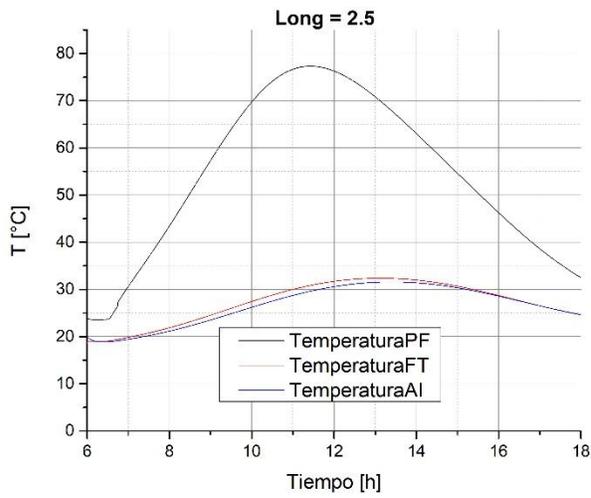
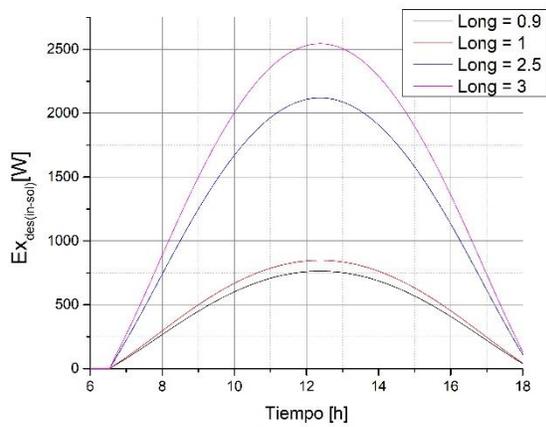
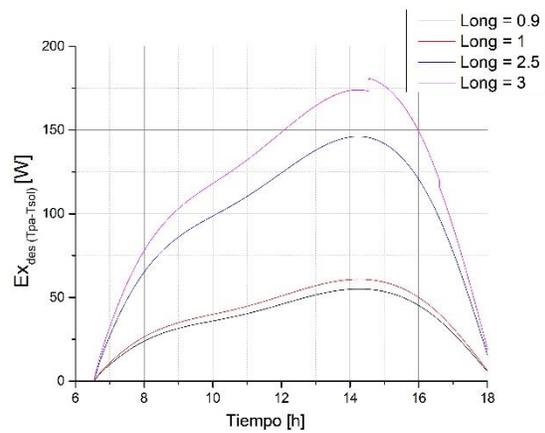


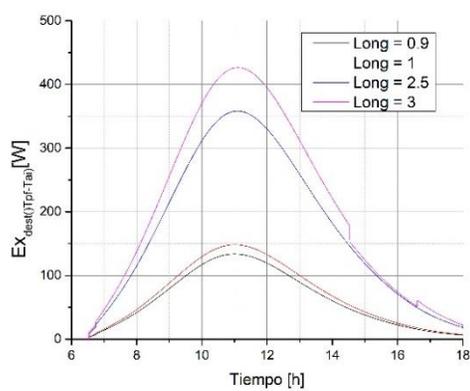
Figura 22.- Variación de las temperaturas en diferentes puntos del panel fotovoltaico para diferentes longitudes del panel fotovoltaico



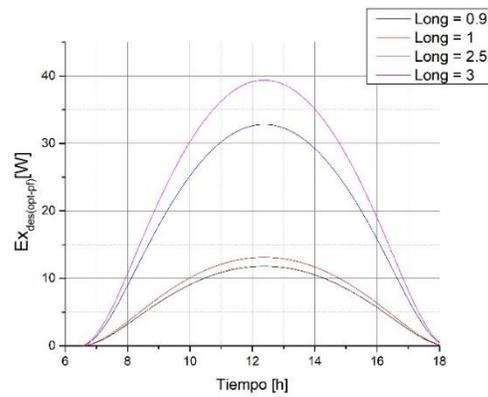
Exergía de entrada



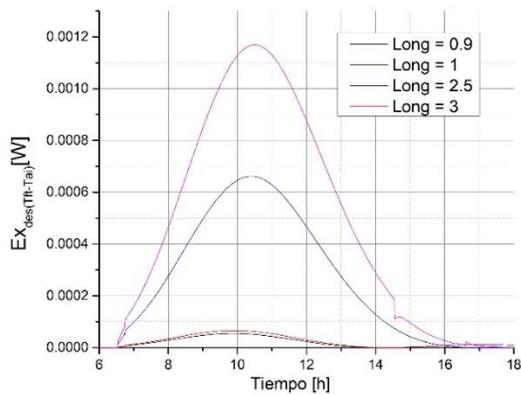
Dstrucción de exergía entre el panel fotovoltaico y el sol



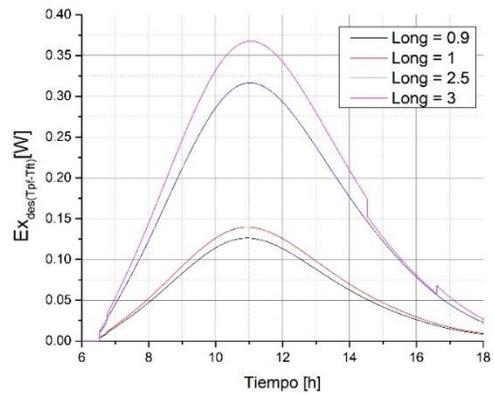
Dstrucción de exergía entre el panel fotovoltaico y el aislante



Dstrucción de exergía óptica del panel fotovoltaico



Destrucción de exergía entre el fluido de trabajo y el aislante



Destrucción de exergía entre el panel fotovoltaico y el fluido de trabajo

Figura 23.- Variación de las destrucciones exergética para diferentes longitudes del panel fotovoltaico

Se puede observar en la figura 21 que mientras más aumenta la longitud del panel fotovoltaico la eficiencia exergética tiende a incrementar, pero el incremento es despreciable por lo que se determina que se puede utilizar una longitud comercial y económica en el mercado para la elaboración de cualquier prototipo. En la figura 22 se ve que la temperatura de los elementos incrementa, pero casi nada, el incremento es mínimo y poco apreciable lo que conlleva a una pequeña variación en la eficiencia exergética del sistema como se puede observar en la figura 23 que las variaciones de exergías son mínimas.

#### 4.4.5.- Efecto de la variación del ancho del panel fotovoltaico en la eficiencia exergética.

La restricción para el ancho del panel fotovoltaico es el siguiente

$$0.7 < \delta_{pf-anch} < 3$$

Dentro de este intervalo se obtiene el comportamiento de la eficiencia exergética presentado en la figura 24. Por cuestiones de claridad se presentan pocos valores para visualizar el comportamiento de la curva del porcentaje de la eficiencia exergética en función del tiempo al variar el ancho del panel fotovoltaico.

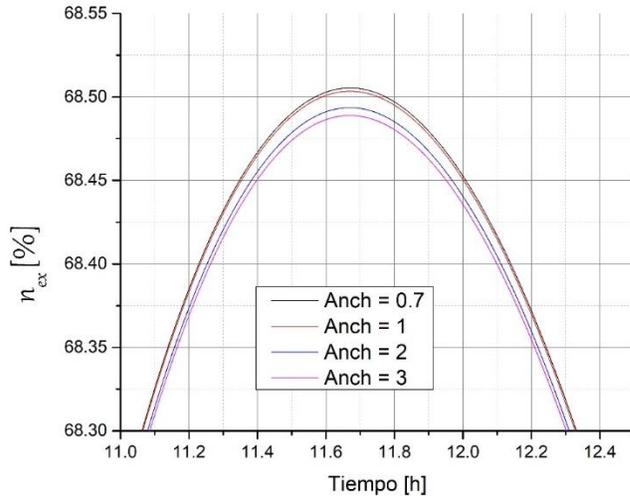


Figura 24.- Variación de la eficiencia exergetica en el tiempo para diferentes anchuras del panel fotovoltaico

En la figura 25 se ve el efecto de la variación del ancho en el panel fotovoltaico en las temperaturas

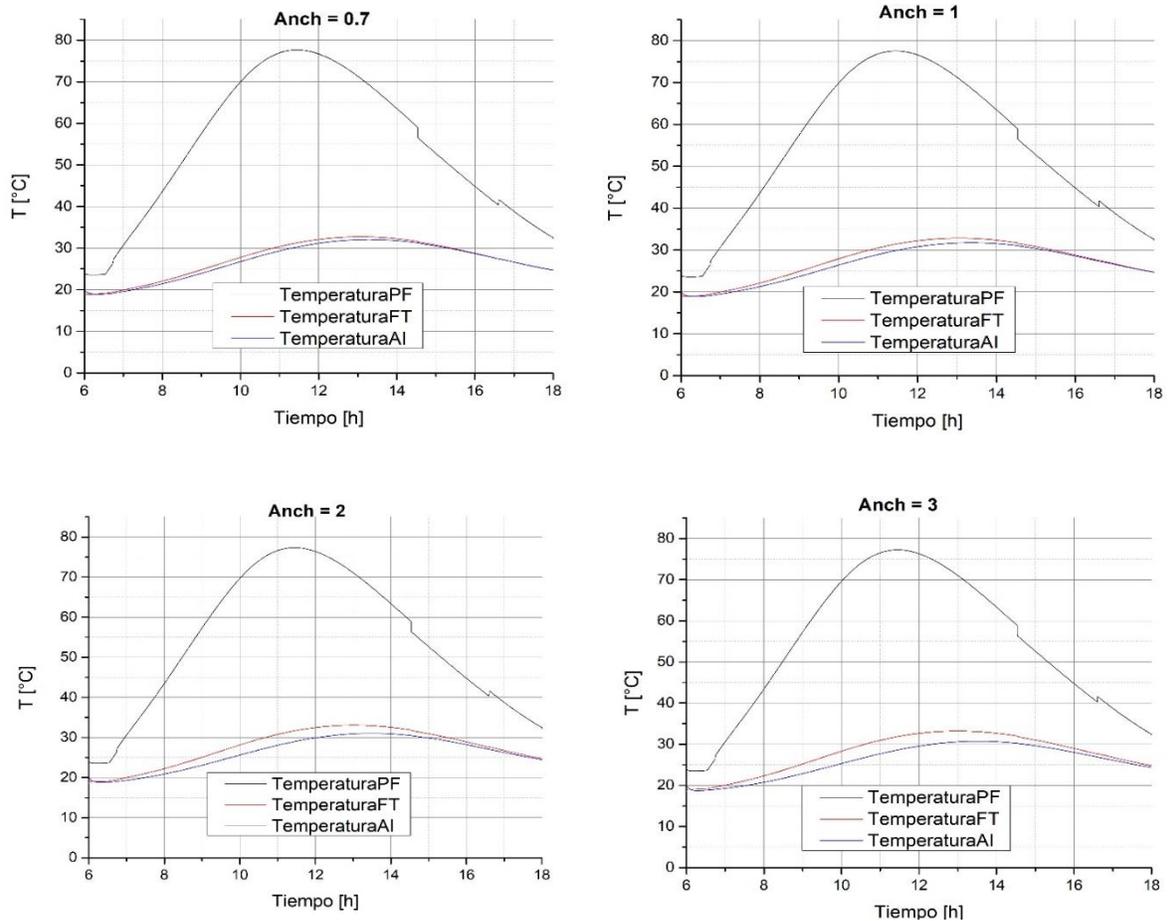
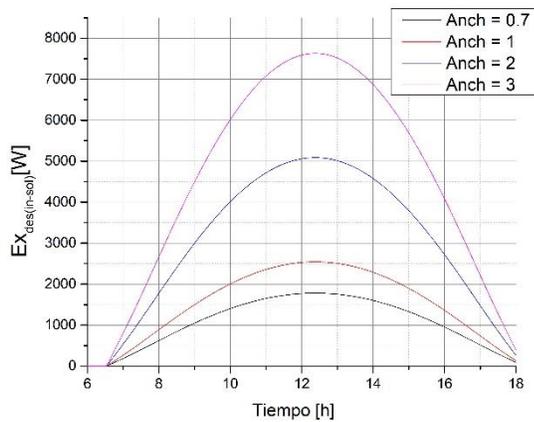
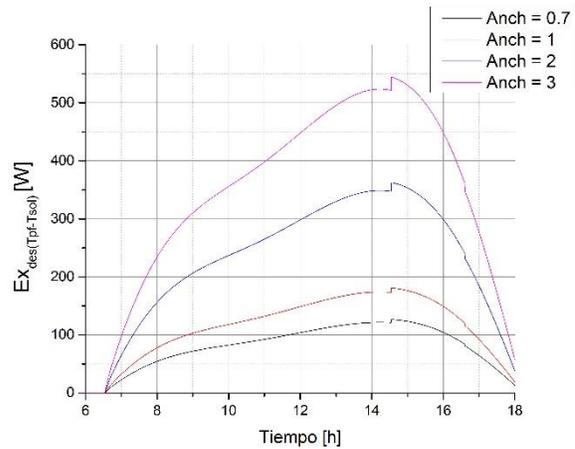


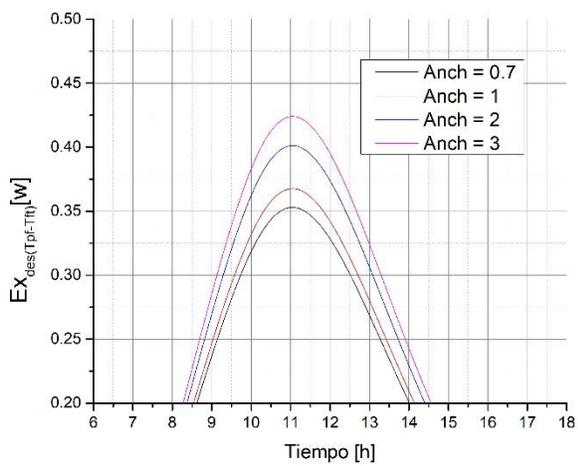
Figura 25.- Variación de temperaturas en diferentes puntos del colector para las diferentes anchuras del panel fotovoltaico



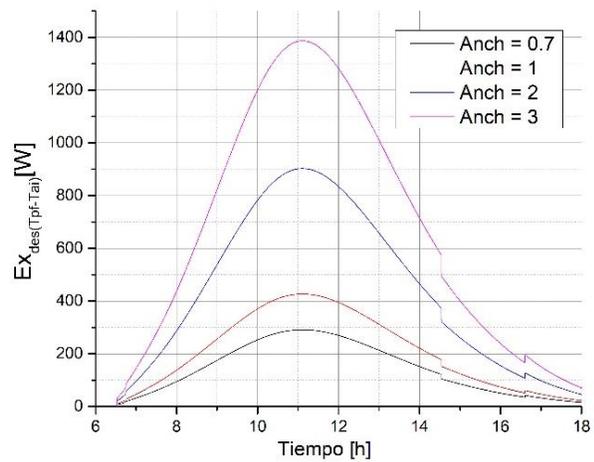
Exergía de entrada



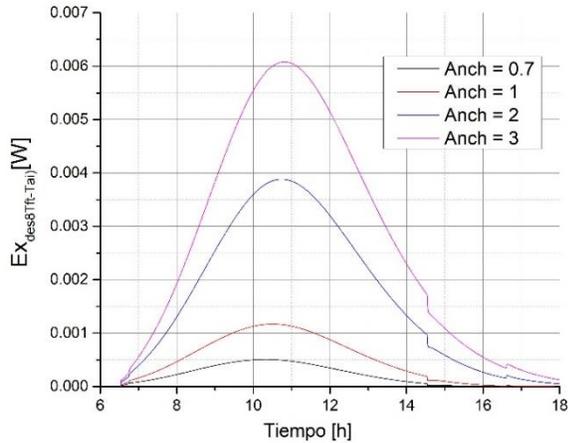
Dstrucción de exergía entre el panel fotovoltaico y el sol



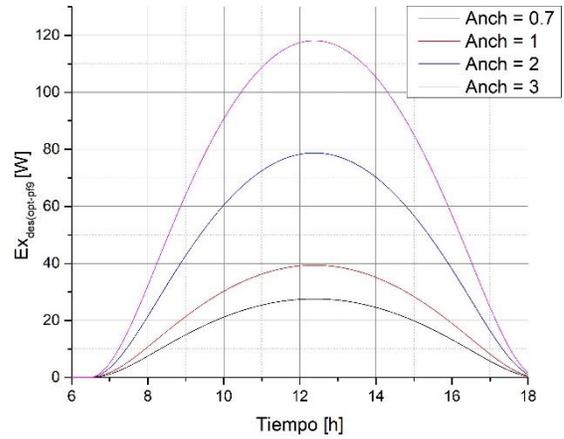
Dstrucción de exergía entre el panel fotovoltaico y el fluido de trabajo



Dstrucción de exergía entre el panel fotovoltaico y el aislante



Destrucción de exergía entre el fluido de trabajo y el aislante



Destrucción de exergía óptica del panel fotovoltaico

Figura 26.- Variación de las destrucciones exergéticas para diferentes anchuras del panel fotovoltaico

Se puede observar en la figura 24 que mientras más aumenta el ancho del panel fotovoltaico la eficiencia exergética tiende a incrementar, pero incrementa de manera menospreciada por lo que se determina que se puede utilizar un ancho comercial y económico en el mercado para la elaboración de cualquier prototipo. En la figura 25 se ve que la temperatura de los elementos incrementa, pero casi nada, el incremento es mínimo y poco apreciable lo que conlleva a una pequeña variación en la eficiencia exergética del sistema como se puede observar en la figura 26 que las variaciones de exergías son mínimas.

En la figura 27 se ilustra la eficiencia máxima obtenida en el sistema propuesto, mientras que en la figura 28 se da un resumen de los parámetros que se utilizaron para poder obtener dicha eficiencia exergética.

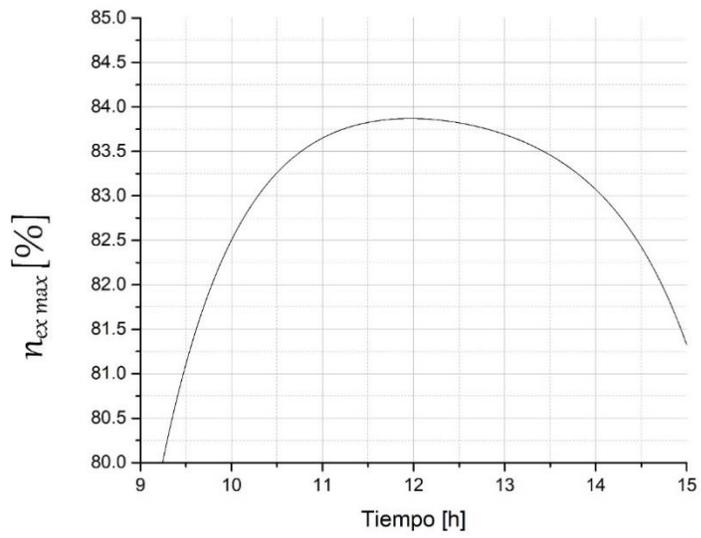


Figura 27.- Curva de eficiencia exergética máxima alcanzada con los parámetros seleccionados

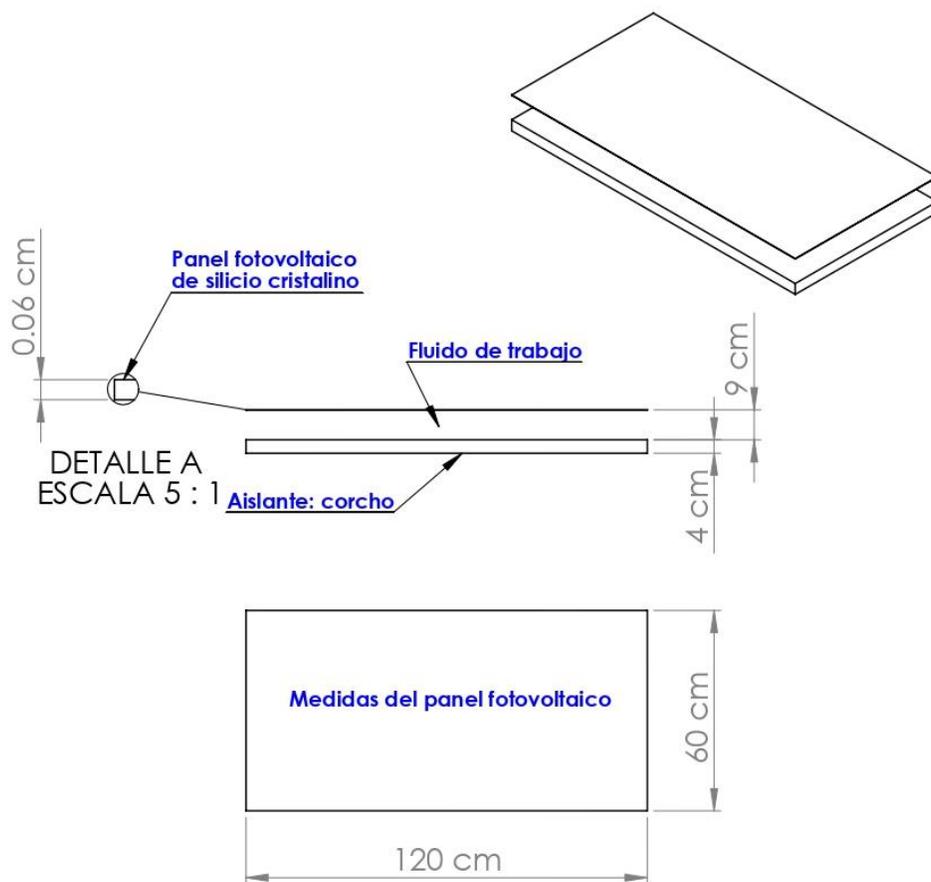


Figura 28.- Diseño basados en las dimensiones obtenidas

## 4.5 Conclusión

El análisis de resultados planteado en este capítulo consistió en la variación de los materiales y las propiedades geométricas del sistema térmico fotovoltaico. De todos los resultados planteados, al variar el aislante del sistema se obtuvo que el corcho brinda una mayor eficiencia exergética para el sistema. Mientras que, para las geometrías, el elemento que brinda una mayor influencia en la eficiencia exergética es el ancho del panel fotovoltaico dando como resultado que un panel fotovoltaico menos ancho arrojará una mayor eficiencia exergética esto se debe principalmente debido a que cuando el panel fotovoltaico contiene un menor espesor almacena menos energía en forma de calor y evita que la eficiencia del sistema fotovoltaico disminuya drásticamente. Las demás variaciones del sistema como lo es el ancho y el largo del panel fotovoltaico provocan variaciones menospreciables en el sistema.

## 4.6 Referencias:

- [1] Optimization of Energy Systems. Ibrahim Dincer and Marc A. Rosen. University of Ontario Institute of Technology, Canada. Pouria Ahmadi Simon Fraser University, Canada. This edition first published 2017. © 2017 JohnWiley & Sons
- [2] <https://www.infraredheaters.com/manual13.html>
- [3] <http://tecnologiadelosplasticos.blogspot.com/2011/06/propiedades-termicas.html>
- [4] [https://es.wikipedia.org/wiki/Vidrio#Propiedades\\_del\\_vidrio](https://es.wikipedia.org/wiki/Vidrio#Propiedades_del_vidrio) [8] TRANSFERENCIA DE CALOR Y MASA: FUNDAMENTOS Y APLICACIONES. Cuarta edición. YUNUS A. ÇENGEL, AFSHIN J. GHAJAR.
- [5] Principles of SOLAR ENGINEERING. D. Yogi Goswami. 2015 by Taylor & Francis Group, LLC.
- [6] <https://es.wikipedia.org/wiki/Aluminio>
- [7] PROCESS HEAT TRANSFER. PRINCIPLES, APPLICATIONS AND RULES OF THUMB. Robert W. Serth, Thomas G. Lestina. 2014 Elsevier Inc.
- [8] Solar Energy Engineering Processes and Systems. Second Edition. Soteris A. Kalogirou. 2014 Elsevier Inc.
- [9] <https://www.testo.com/esES/Emisividades+de+los+materiales+m%C3%A1s+importantes/servicio+de+conocimiento+de+termografía+emissivity+table>
- [10] <http://www.elicrom.com/content/EMISIVIDADES%20NORMALES.pdf>
- [11] [http://www.vaxasoftware.com/doc\\_edu/fis/inrefraccion.pdf](http://www.vaxasoftware.com/doc_edu/fis/inrefraccion.pdf)

## **CAPITULO 5.- CONCLUSIONES**

1 Se logró plantear un modelo del sistema térmico fotovoltaico determinado por un sistema de tres ecuaciones diferenciales donde cada ecuación es un balance de cada elemento del sistema; integrando el modelo de radiación directa y difusa, las ecuaciones del comportamiento del viento y la temperatura ambiente, y el balance exergético.

2 Para el segundo objetivo se desarrolló un programa de Matlab logrando así la optimización del sistema térmico fotovoltaico, realizando las variaciones correspondientes.

3 Para el diseño del sistema se obtuvo que el aislante con mejor rendimiento es el corcho.

4 La máxima eficiencia exergética fue aproximadamente 83.9% cuando los parámetros geométricos son definidos de la siguiente manera: espesor del panel fotovoltaico de 0.06cm, espesor del aislante de 4 cm, separación entre panel fotovoltaico y aislante de 9 cm y un largo y ancho estándar para el panel fotovoltaico en este caso se propone un panel fotovoltaico de 120x60 cm.

5 La metodología presentada es útil para proponer diseños, incluso con el uso de métodos numéricos es posible dimensionar el sistema variando los parámetros y analizando los resultados obtenidos.

6 Los resultados obtenidos están en función de los parámetros de operación establecidos, las condiciones ambientales y los materiales. Por ejemplo, para el modelo de tesis se establece el sentido del flujo másico, la temperatura de entrada y salida del fluido en el sistema térmico fotovoltaico, las temperaturas iniciales del panel fotovoltaico, las propiedades de los materiales analizados, albedo, latitud, longitud, número de día, ángulo de inclinación del sistema, constantes del modelo de radiación como el tipo de atmosfera del lugar, el comportamiento de la temperatura ambiente y la velocidad del viento. Cambiar alguno de estos parámetros obliga a realizar nuevamente todo el proceso para obtener nuevos resultados.

## ANEXO A

Las tres ecuaciones acopladas de primer orden son:

### Panel fotovoltaico

$$\frac{m_c C_c dT_c}{dt} = -h c_{c-f} A_c (T_c - T_f) - U_t A_c (T_c - T_a) + G A_c \alpha_c \sigma_c - G A_c \sigma_c \alpha_c \eta_{elect} - h r_{c-ais} A_c (T_c - T_{ais}) \quad (1)$$

### Fluido de trabajo

$$\frac{m_f C_f dT_f}{dt} = h c_{c-f} A_c (T_c - T_f) - h c_{f-ais} A_c (T_f - T_{ais}) - \dot{m}_f C_f (T_{fs} - T_{fe}) \quad (2)$$

### Aislante

$$\frac{m_{ais} C_{ais} dT_{ais}}{dt} = h r_{c-ais} A_c (T_c - T_{ais}) + h c_{f-ais} A_c (T_f - T_{ais}) - \frac{K_{ais}}{\delta_{ais}} A_c (T_{ais} - T_{amb}) \quad (3)$$

Las tres ecuaciones contraídas son:

$$\frac{dT_{cs}}{dt} = f_1(t, T_c, T_f, T_a) \rightarrow \frac{dy_1}{dt} = f_1(t, y_1, y_2, T_a) \quad (4)$$

$$\frac{dT_f}{dt} = f_2(t, T_c, T_f, T_{ai}, T_{f-s}, T_{f-e}) \rightarrow \frac{dy_3}{dt} = f_2(t, y_2, y_3, y_4, T_{f-s}, T_{f-e}) \quad (5)$$

$$\frac{dT_{ai}}{dt} = f_3(t, T_c, T_f, T_{ai}) \rightarrow \frac{dy_4}{dt} = f_3(t, y_2, y_3, y_4) \quad (6)$$

Dentro del código se deben de especificar las condiciones iniciales para las variables. Sean k's, l's, m's y o's las funciones asociadas con las funciones  $f_1, f_2, f_3, f_4$ , respectivamente. El RKF se anotará de la siguiente manera:

$$t_{n+1} = t_n + h \quad (7)$$

$$k_1 = h * f_1(t_n, y_{1,n}, y_{2,n}, T_a) \quad (8)$$

$$l_1 = h * f_2(t_n, y_{2,n}, y_{3,n}, y_{4,n}, T_{f-s}, T_{f-e}) \quad (9)$$

$$m_1 = h * f_3(t_n, y_{2,n}, y_{3,n}, y_{4,n}) \quad (10)$$

$$k_2 = h f_1\left(t_n + \frac{h}{4}, y_{1,n} + \frac{k_1}{4}, y_{2,n} + \frac{l_1}{4}\right) \quad (11)$$

$$l_2 = h f_2\left(t_n + \frac{h}{4}, y_{2,n} + \frac{k_1}{4}, y_{3,n} + \frac{m_1}{4}, y_{4,n} + \frac{o_1}{4}\right) \quad (12)$$

$$m_2 = h f_3\left(t_n + \frac{h}{4}, y_{2,n} + \frac{k_1}{4}, y_{3,n} + \frac{m_1}{4}, y_{4,n} + \frac{o_1}{4}\right) \quad (13)$$

$$k_3 = hf_1 \left( t_n + \frac{3h}{8}, y_{1,n} + \frac{3k_1}{32} + \frac{9k_2}{32}, y_{2,n} + \frac{3l_1}{32} + \frac{9l_2}{32} \right) \quad (14)$$

$$l_3 = hf_2 \left( t_n + \frac{3h}{8}, y_{2,n} + \frac{3k_1}{32} + \frac{9k_2}{32}, y_{3,n} + \frac{3m_1}{32} + \frac{9m_2}{32}, y_{4,n} + \frac{3o_1}{32} + \frac{9o_2}{32} \right) \quad (15)$$

$$m_3 = hf_3 \left( t_n + \frac{3h}{8}, y_{2,n} + \frac{3k_1}{32} + \frac{9k_2}{32}, y_{3,n} + \frac{3m_1}{32} + \frac{9m_2}{32}, y_{4,n} + \frac{3o_1}{32} + \frac{9o_2}{32} \right) \quad (16)$$

$$k_4 = hf_1 \left( t_n + \frac{12h}{13}, y_{1,n} + \frac{1932k_1}{2197} - \frac{7200k_2}{2197} + \frac{7296k_3}{2197}, y_{2,n} + \frac{1932l_1}{2197} - \frac{7200l_2}{2197} + \frac{7296l_3}{2197} \right) \quad (17)$$

$$l_4 = hf_2 \left( t_n + \frac{12h}{13}, y_{2,n} + \frac{1932k_1}{2197} - \frac{7200k_2}{2197} + \frac{7296k_3}{2197}, y_{3,n} + \frac{1932m_1}{2197} - \frac{7200m_2}{2197} + \frac{7296m_3}{2197}, y_{4,n} + \frac{1932o_1}{2197} - \frac{7200o_2}{2197} + \frac{7296o_3}{2197} \right) \quad (18)$$

$$m_4 = hf_3 \left( t_n + \frac{12h}{13}, y_{2,n} + \frac{1932k_1}{2197} - \frac{7200k_2}{2197} + \frac{7296k_3}{2197}, y_{3,n} + \frac{1932m_1}{2197} - \frac{7200m_2}{2197} + \frac{7296m_3}{2197}, y_{4,n} + \frac{1932o_1}{2197} - \frac{7200o_2}{2197} + \frac{7296o_3}{2197} \right) \quad (19)$$

$$k_5 = hf_1 \left( t_n + h, y_{1,n} + \frac{439k_1}{216} - 8k_2 + \frac{3680k_3}{513} - \frac{845k_4}{4104}, y_{2,n} + \frac{439l_1}{216} - 8l_2 + \frac{3680l_3}{513} - \frac{845l_4}{4104} \right) \quad (20)$$

$$l_5 = hf_2 \left( t_n + h, y_{2,n} + \frac{439k_1}{216} - 8k_2 + \frac{3680k_3}{513} - \frac{845k_4}{4104}, y_{3,n} + \frac{439m_1}{216} - 8m_2 + \frac{3680m_3}{513} - \frac{845m_4}{4104}, y_{4,n} + \frac{439o_1}{216} - 8o_2 + \frac{3680o_3}{513} - \frac{845o_4}{4104} \right) \quad (21)$$

$$m_5 = hf_3 \left( t_n + h, y_{2,n} + \frac{439k_1}{216} - 8k_2 + \frac{3680k_3}{513} - \frac{845k_4}{4104}, y_{3,n} + \frac{439m_1}{216} - 8m_2 + \frac{3680m_3}{513} - \frac{845m_4}{4104}, y_{4,n} + \frac{439o_1}{216} - 8o_2 + \frac{3680o_3}{513} - \frac{845o_4}{4104} \right) \quad (22)$$

$$k_6 = hf_1 \left( t_n + \frac{h}{2}, y_{1,n} - \frac{8k_1}{27} + 2k_2 - \frac{3544k_3}{2565} + \frac{1859k_4}{4104} - \frac{11k_5}{40}, y_{2,n} - \frac{8l_1}{27} + 2l_2 - \frac{3544l_3}{2565} + \frac{1859l_4}{4104} - \frac{11l_5}{40} \right) \quad (23)$$

$$l_6 = hf_2 \left( t_n + \frac{h}{2}, y_{2,n} - \frac{8k_1}{27} + 2k_2 - \frac{3544k_3}{2565} + \frac{1859k_4}{4104} - \frac{11k_5}{40}, y_{3,n} - \frac{8m_1}{27} + 2m_2 - \frac{3544m_3}{2565} + \frac{1859m_4}{4104} - \frac{11m_5}{40}, y_{4,n} - \frac{8o_1}{27} + 2o_2 - \frac{3544o_3}{2565} + \frac{1859o_4}{4104} - \frac{11o_5}{40} \right) \quad (24)$$

$$m_6 = hf_3 \left( t_n + \frac{h}{2}, y_{2,n} - \frac{8k_1}{27} + 2k_2 - \frac{3544k_3}{2565} + \frac{1859k_4}{4104} - \frac{11k_5}{40}, y_{3,n} - \frac{8m_1}{27} + 2m_2 - \frac{3544m_3}{2565} + \frac{1859m_4}{4104} - \frac{11m_5}{40}, y_{4,n} - \frac{8o_1}{27} + 2o_2 - \frac{3544o_3}{2565} + \frac{1859o_4}{4104} - \frac{11o_5}{40} \right) \quad (25)$$

$$y_{1,n+1} = y_{1,n} + \frac{25k_1}{216} + \frac{1408k_3}{2565} + \frac{2197k_4}{4101} - \frac{k_5}{5} \quad (26)$$

$$y_{2,n+1} = y_{3,n} + \frac{25m_1}{216} + \frac{1408m_3}{2565} + \frac{2197m_4}{4101} - \frac{m_5}{5} \quad (27)$$

$$y_{3,n+1} = y_{4,n} + \frac{25o_1}{216} + \frac{1408o_3}{2565} + \frac{2197o_4}{4101} - \frac{o_5}{5} \quad (28)$$

$$z_{1,n+1} = y_{1,n} + \frac{16k_1}{135} + \frac{6656k_3}{12825} + \frac{28561k_4}{56430} - \frac{9k_5}{50} + \frac{2k_6}{55} \quad (29)$$

$$z_{2,n+1} = y_{3,n} + \frac{16m_1}{135} + \frac{6656m_3}{12825} + \frac{28561m_4}{56430} - \frac{9m_5}{50} + \frac{2m_6}{55} \quad (30)$$

$$z_{3,n+1} = y_{4,n} + \frac{16o_1}{135} + \frac{6656o_3}{12825} + \frac{28561o_4}{56430} - \frac{9o_5}{50} + \frac{2o_6}{55} \quad (31)$$

$$\epsilon_{y1} = \frac{k_1}{360} - \frac{128k_3}{4275} - \frac{2197k_4}{75240} + \frac{k_5}{50} + \frac{2k_6}{55} \quad (32)$$

$$\epsilon_{y2} = \frac{m_1}{360} - \frac{128m_3}{4275} - \frac{2197m_4}{75240} + \frac{m_5}{50} + \frac{2m_6}{55} \quad (33)$$

$$\epsilon_{y3} = \frac{o_1}{360} - \frac{128o_3}{4275} - \frac{2197o_4}{75240} + \frac{o_5}{50} + \frac{2o_6}{55} \quad (34)$$